AÑO: **2025**

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: Primera

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

PROFESORES: Córdova Nelson, Delgado Erwin Guale Ángel, Laveglia Franca, Mancero Isaac, Martin Carlos, Ramírez John, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 20 de noviembre de 2025

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajena al desarrollo del examen. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ________________________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ___________________ ***PARALELO:*** _______

1. ***(18 Puntos)***
A continuación, encontrará 3 afirmaciones, donde debe determinar si estas son verdaderas o falsas. En cada caso debe justificar su elección, bien sea presentando alguna demostración, contraejemplo o cálculo.

a. Si V es un espacio vectorial sobre un campo K y $A = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es un subconjunto finito de V, entonces el conjunto $gen(\{v_1, v_2, \dots, v_n\})$ es un subespacio vectorial de V.

b. Para cualesquiera W y H subespacios de un espacio vectorial V se cumple:

$dim(W \cap H) < dim(H)$.

c. Sean β_1 y β_2 bases ordenadas de un espacio vectorial V y $v \in V$.

Si $[v]_{\beta_1} = [v]_{\beta_2}$ *, entonces* $\beta_1 = \beta_2$.

2. *(20 Puntos)*

En un experimento de laboratorio de zoología, Carol desea modelar el movimiento de un insecto en una pared que se mueve siguiendo la trayectoria que depende de los parámetros $C, M\ y\ \ A$, definida por la ecuación:

$$y(x) = 2xC + M\sin(\pi x) + 12Ax^2$$

Se tomaron datos y se detectó que el insecto atravesó por los siguientes puntos: $(1/2\,, -5), (1{,}10), (3/2\,, 27)$. Con base en estos datos determine los valores de los parámetros $C, M\ y\ A$ que satisfacen el modelo. ¿Cuántas trayectorias distintas posibles detectó Carol?

3. ***(21 Puntos)***

Sea V el espacio vectorial real de las matrices diagonales $2x2$ con las siguientes operaciones:

$$\begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & y_1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x_2 & 0 \\ 0 & y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + 1 & 0 \\ 0 & y_1 + y_2 - 2 \end{pmatrix},$$

$$\alpha \odot \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x + \alpha - 1 & 0 \\ 0 & \alpha y + 2 - 2\alpha \end{pmatrix}.$$

a. Determine el vector nulo 0_V.

b. Para $u = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, determine el inverso aditivo $\bar{u}$.

c. Sea el conjunto $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \right\}$.

   Determine si los vectores de S son linealmente independientes.

4. *(21 Puntos)*

Considere los siguientes subespacios del espacio vectorial real de las matrices cuadradas $2x2$ $(V = \mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}))$

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2x2}(\mathbb{R})\ ;\ a + d = b + c \right\},$$

$$W_2 = gen\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

a. Determine una base para el subespacio $W_1 \cap W_2$.

b. ¿Es $W_1 \cup W_2$ un subespacio vectorial de V?. En caso de serlo determine una base.

5. (20 Puntos)

Sean $\beta_1 = \{1 - x,\ 3x,\ x^2 - x - 1\}$ y $\beta_2 = \{3 - 2x\ , 1 + x\ , x + x^2\}$, dos bases del espacio vectorial real de los polinomios de grado menor o igual a 2 ($V = P_2$).

a. Determinar las coordenadas de $p(x) = ax^2 + bx + c$ con respecto a la base β_2.

b. Determinar la matriz cambio de base de β_1 a β_2.

c. Si $[p(x)]_{\beta_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, utilizando la matriz del literal b. Obtenga $[p(x)]_{\beta_2}$.