MCTG – 1051: MECÁNICA DE MAQUINARIA

EXAMEN MEJORAMIENTO

Livingston
Solución
2025/10/09

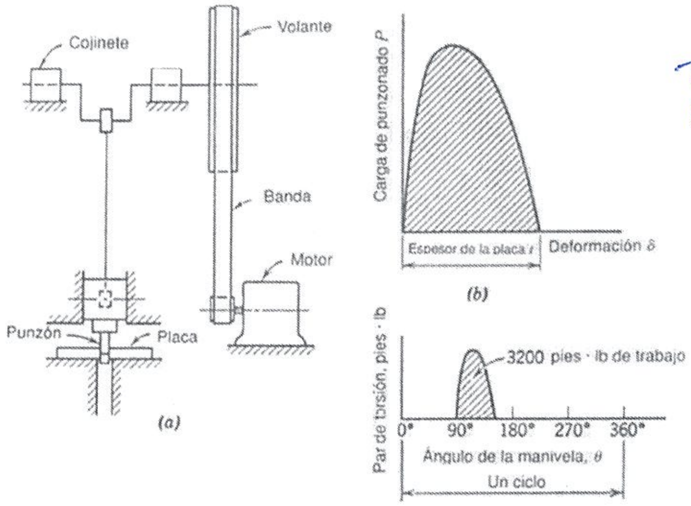
Tema 1 (40puntos)

Se utiliza una máquina, con una configuración de biela-manivela-corredera y con un volante, para hacer huecos en placas (troquelado). Cada hueco es perforado durante una revolución del volante, mismo que opera a 300rpm. En la figura (b) se muestra como varia la fuerza de troquelado vs la deformación requerida para realizar cortante. Para el máximo tamaño posible de hueco y espesor de placa, se estima un trabajo de 3200 ft-Lb, para perforar la placa. El trabajo requerido para perforar ocurre durante un sexto del ciclo de operación del volante.

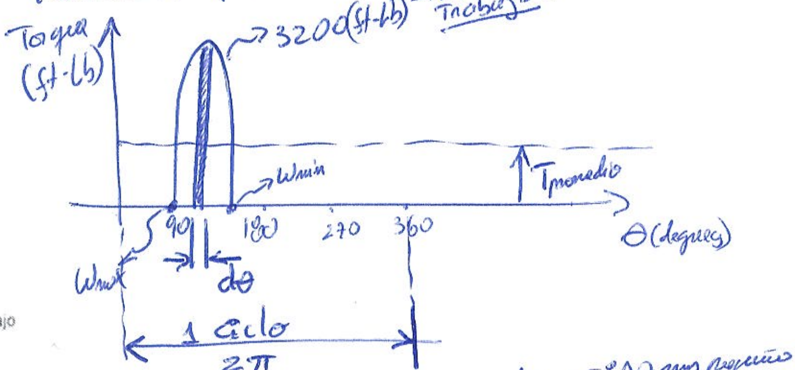
(a) Determinar el torque promedio en la manivela.

(b) Determinar la potencia requerida (hp) para este motor.

(c) Determinar la inercia del volante, requerida para que este tenga una velocidad mínima 280 rpm, justo después de la perforación.



$\boxed{\text{Parte a}}$ Tpromedio



→ $d\theta$ → si $\Delta\theta$ muy pequeño

$$\text{Energía} = \int (\ )\, d\theta = (T_{prom})(\cancel{\Delta\theta})$$

$$\Rightarrow T_{prom} = \frac{3200(ft\text{-}Lb)}{(2\pi\ rad)} = \boxed{509.3(ft\text{-}Lb)} \quad R//$$

$\boxed{\text{Parte b}}$ Potencia requerida

$$P = \frac{(T_{prom})(\omega)}{550} = \frac{(T_{prom})(n)}{5250} = \frac{(509.3(ft\text{-}Lb))\cdot(300rpm)}{5250} = \boxed{29.1\ Hp} \quad R//$$

$\boxed{\text{Parte c}}$ Volante de Inercia $\quad (T - T_L)\,d\theta = I\int \omega\, d\omega = \frac{1}{2} I(\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2)$

Trabajo → durante 1/6 ciclo ⇒ $\Delta\theta = \left(\frac{1}{6}\right)(360) = \boxed{60°} = \pi/3$; $\omega_{prom} = \frac{\omega_{max}+\omega_{min}}{2}$; $k = \frac{\omega_{max}-\omega_{min}}{\omega_{prom}}$

$\Rightarrow \boxed{I = (91)\frac{A}{(k)(n^2)}}$; $k = \frac{40}{300} = 0.133$; A: Energía del proceso

E proceso → $\left(\frac{1}{6}\right)$ ciclo ⇒ $E_p = \frac{E}{6} = \boxed{533.33(ft\text{-}Lb)}$ → ocurre durante 1/6 del ciclo.

⇒ en los 300 restantes → se requiere estimar 5 veces más inercia

I proceso → es quien suministra energía que "falta" durante el proceso de troquelado.

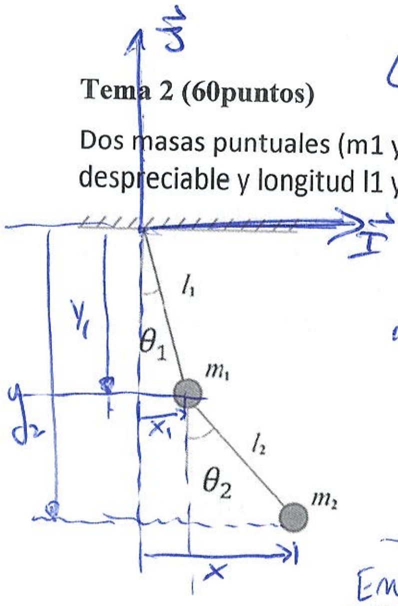
$$\Rightarrow I = (5)(I_{proceso}) = (5)\left[\frac{(91)\left(\frac{3200(ft\text{-}Lb)}{6}\right)}{(0.133)(300)^2}\right] = \boxed{20.27[slug\cdot ft^2]} \quad R//$$

MCTG – 1051: MECÁNICA DE MAQUINARIA

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \cancel{Q_i}} \quad Q_i = 0$$

Tema 2 (60puntos)

Dos masas puntuales (m1 y m2) forman un doble péndulo. Las masas están unidas mediante dos cuerpos de masa despreciable y longitud l1 y l2, respectivamente. Determinar las ecuaciones de movimiento del sistema.



Posición:

$$m_1 \begin{cases} x_1 = l_1 \sin\theta_1 \\ y_1 = -l_1 \cos\theta_1 \end{cases}$$

$$m_2 \begin{cases} x_2 = l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin\theta_2 \\ y_2 = -l_1\cos\theta_1 - l_2 \cos\theta_2 \end{cases}$$

Velocidad:

$$\dot x_1 = l_1 \dot\theta_1 \cos\theta_1$$
$$\dot y_1 = +l_1 \dot\theta_1 \sin\theta_1$$
$$\dot x_2 = l_1\dot\theta_1\cos\theta_1 + l_2\dot\theta_2\cos\theta_2$$
$$\dot y_2 = +l_1\dot\theta_1\sin\theta_1 + l_2\dot\theta_2\sin\theta_2$$

Energía Cinética: $T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} m_1(\dot x_1^2 + \dot y_1^2) + \frac{1}{2} m_2(\dot x_2^2 + \dot y_2^2)$

$$\dot x_1^2 = (l_1\dot\theta_1)^2\cos^2\theta_1 \; ; \; \dot y_1^2 = (l_1\dot\theta_1)^2\sin^2\theta_1 \Rightarrow (\dot x_1^2 + \dot y_1^2) = (l_1\dot\theta_1)^2$$

$$(\dot x_2)^2 = (l_1\dot\theta_1)^2\cos^2\theta_1 + 2(l_1\dot\theta_1)(l_2\dot\theta_2)\cos\theta_1\cos\theta_2 + (l_2\dot\theta_2)^2\cos^2\theta_2$$

$$(\dot y_2)^2 = (l_1\dot\theta_1)^2\sin^2\theta_1 + 2(l_1\dot\theta_1)(l_2\dot\theta_2)\sin\theta_1\sin\theta_2 + (l_2\dot\theta_2)^2\sin^2\theta_2$$

$$(\dot x_2)^2 + (\dot y_2)^2 = (l_1\dot\theta_1)^2 + (l_2\dot\theta_2)^2 + 2(l_1 l_2)(\dot\theta_1\dot\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{2} m_1 (l_1\dot\theta_1)^2 + \frac{1}{2} m_2\left[(l_1\dot\theta_1)^2 + (l_2\dot\theta_2)^2 + 2(l_1 l_2)(\dot\theta_1\dot\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2)\right]}$$

$\boxed{\text{Energía Potencial}}$ $V = mgh \rightarrow V_1 = mg y_1 \; ; \; V_2 = m_2 g y_2$

$$\Rightarrow \boxed{V_g = -(m_1 g l_1 \cos\theta_1) - (m_2 g)(l_1\cos\theta_1 + l_2\cos\theta_2)}$$

$$\boxed{L = T - V}$$

Lagrangiano

$$\frac{\partial L}{\partial \dot q_i} \rightarrow \boxed{q_1 = \theta_1 \wedge q_2 = \theta_2}$$

$$q_1 = \theta_1 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot\theta_1} = m_1(l_1)^2\dot\theta_1 + m_2(l_1)^2(\dot\theta_1) + \cancel{m_2(l_2)^2(\dot\theta_2)} + 2(l_1 l_2)(\dot\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot\theta_1}\right) = m_1(l_1)^2\ddot\theta_1 + m_2(l_1)^2(\ddot\theta_1) + m_2(l_1 l_2)(\ddot\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2) - m_2(l_1 l_2)(\dot\theta_2)(\dot\theta_1 - \dot\theta_2)\sin(\theta_1-\theta_2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_1} = m_1 g l_1 S\theta_1 + m_2 g l_1 S\theta_1 = \boxed{(m_1+m_2) l_1 S\theta_1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_1} = -m_2(l_1 l_2)(\dot\theta_1\dot\theta_2)\sin(\theta_1-\theta_2)$$

$$\boxed{\begin{aligned}(m_1 l_1^2 + m_2 l_1^2)(\ddot\theta_1) + m_2(l_1 l_2)(\ddot\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2) - m_2(l_1 l_2)(\dot\theta_2)(\dot\theta_1 - \dot\theta_2)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ + m_2(l_1 l_2)(\dot\theta_1\dot\theta_2)\sin(\theta_1-\theta_2) - (m_1+m_2) l_1 S\theta_1 = 0\end{aligned}}$$

$$q_2 = \theta_2 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot\theta_2} = +m_2(l_2)^2(\dot\theta_2) + (m_2)(l_1 l_2)(\dot\theta_1)\cos(\theta_1-\theta_2)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot\theta_2}\right) = m_2(l_2)^2(\ddot\theta_2) + (m_2)(l_1 l_2)(\ddot\theta_1)\cos(\theta_1-\theta_2) - m_2(l_1 l_2)(\dot\theta_1)(\dot\theta_1 - \dot\theta_2)\sin(\theta_1-\theta_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = m_2(l_1 l_2)(\dot\theta_1\dot\theta_2)\sin(\theta_1-\theta_2) - m_2 g l_2 \sin\theta_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned}m_2(l_2)^2(\ddot\theta_2) + m_2(l_1 l_2)(\ddot\theta_1)\cos(\theta_1-\theta_2) - m_2(l_1 l_2)(\dot\theta_1)(\dot\theta_1 - \dot\theta_2)\sin(\theta_1-\theta_2) - m_2(l_1 l_2)(\dot\theta_1\dot\theta_2)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ + m_2 g l_2 \sin\theta_2 = 0\end{aligned}}$$