Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO:	2025	**PERÍODO:**	I PAO	**MATERIA:**	Cálculo de una variable
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Díaz R., García E., Guale A., Laveglia F., Mancero M., Ramos M., Solís J., Valdiviezo J.				
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	25/agosto/2025		

Total

	Examen	**Lecciones**	**Controles de lectura**	**Deberes**
Puntos posibles	50	35	10	5
Puntos obtenidos				

Apellidos y nombres: ____ *Cédula:* _________________ *Paralelo:* ___

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

____

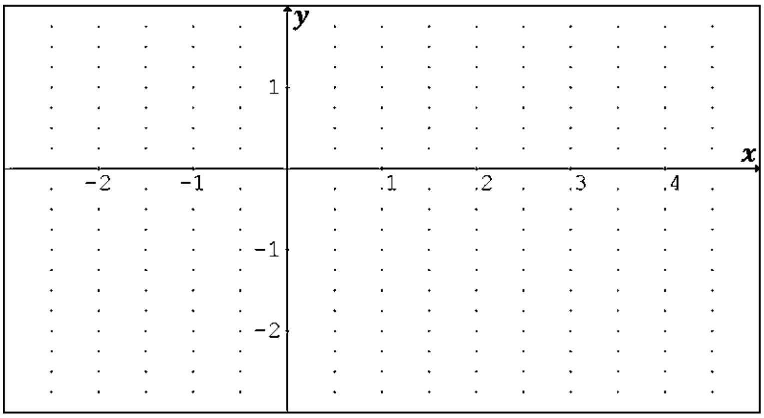
"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (7 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

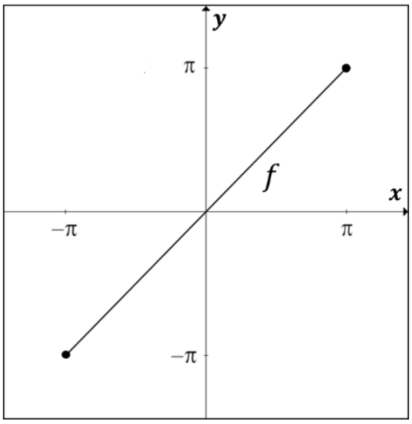
$$\int \frac{5-x}{x^2-(4+\pi)x+4\pi}\,dx$$

2. (8 PUNTOS) Calcule la suma de Riemann R_P para la función $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ en el intervalo $I = [-2, 4]$, considerando una partición P con 6 subintervalos de igual longitud y los puntos muestra escogidos como el punto medio en cada subintervalo. Para el efecto:

   (a) (1 PUNTO) Bosqueje la gráfica de la función en el intervalo dado.
   (b) (2 PUNTOS) Establezca los puntos de la partición P y los puntos muestra.
   (c) (3 PUNTOS) Plantee la suma R_P, tabule sus términos y represente su interpretación geométrica en el bosquejo, dibujando los rectángulos correspondientes.
   (d) (2 PUNTOS) Reemplace los elementos en la suma, realice las operaciones indicadas y obtenga su resultado.



3. (7 PUNTOS) Dada la función $f: [-\pi, \pi] \mapsto [-\pi, \pi]$ cuya gráfica se muestra a continuación:



(a) (1 PUNTO) Determine la regla de correspondencia de f.

(b) (6 PUNTOS) Obtenga K, L y M, utilizando el Teorema de Simetría; si $n \in \mathbb{N}$ y, además:

$$K = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx\,, \quad L = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,cos(nx)\,dx \quad \text{y} \quad M = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,sen(nx)\,dx$$

4. (8 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2k}{x^2}, & x \geq 600 \\ 0, & 0 \leq x < 600 \end{cases}$$

(a) (5 PUNTOS) Determine el valor de la constante real k, tal que se cumpla lo siguiente:

$$\int_0^{+\infty} f(x)dx = 1$$

(b) (3 PUNTOS) Considerando el valor obtenido para k en el literal anterior, calcule el valor de p, si se conoce que:

$$p = \int_{1000}^{+\infty} f(x)dx$$

5. (10 PUNTOS) Se requiere elaborar una estructura en forma de espiral tal que se ajuste a la ecuación $r = e^{-\frac{\theta}{10}},\ 0 \leq \theta \leq 10$, con r dada en $metros$. Para el efecto, se ha decidido emplear alambre flexible, debiendo determinarse la cantidad de alambre necesaria, utilizando la integral definida.

   (a) (2 PUNTOS) Identifique el tipo de aplicación correspondiente y el sistema de coordenadas relacionado.
   (b) (6 PUNTOS) Determine, $sin\ necesidad\ de\ graficar$, la cantidad de alambre necesaria para construir la estructura, si se conoce que $e^{-1} \approx 0.37$ y $\sqrt{101} \approx 10$. Adicionalmente, calcule el costo total del alambre, considerando que cada $metro$ cuesta $\$1.50$.
   (c) (2 PUNTOS) A partir de los cálculos realizados, indique la cantidad de alambre y el costo total del mismo, $en\ las\ unidades\ correspondientes$; y, concluya si se podrá elaborar la estructura, tomando en cuenta que se dispone de $\$8.50$ para adquirir el material necesario.

6. (10 PUNTOS) Una de las aplicaciones relevantes en Economía se relaciona con el cálculo del excedente de productores (EP). Geométricamente, este excedente se calcula como el área de la región limitada por la función lineal que representa el precio unitario p (en $dólares$), dada por $p(q) = p_0$ y la función de oferta $p = f(q)$ que depende de la cantidad q de unidades ofertadas. Si se conoce que:

$$f(q) = 15 + 0.05q \quad \text{y} \quad p_0 = 30$$

(a) (3 PUNTOS) Bosqueje las gráficas de las funciones precio y oferta, en el plano adjunto; identificando, además, la región requerida para el cálculo del área.

(b) (2 PUNTOS) Dibuje una franja representativa de la región y establezca la expresión para el cálculo de su área.

(c) (5 PUNTOS) Plantee y evalúe la integral definida para calcular el valor del excedente de productores EP, expresándolo en las unidades respectivas.