

AÑO:	2026	PERÍODO:	I PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable	Total
PROFESORES:	Álvarez I., Baquerizo G., Castro J., Cordero M., Díaz R., García E., Guale A., Hernández C., Laveglia F., Lopez E., Lucena E., Mancero M., Moreno A., Salazar E., Solís J., Toledo X., Valdiviezo J.					
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	Lunes, 29 de junio de 2026			

	Examen	Lecciones	Controles de lectura	Deberes
Puntos posibles	50	35	10	5
Puntos obtenidos				

Apellidos y nombres: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (6 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R}^+ - \{4\} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{4}}$$

(a) (4 PUNTOS) Calcule $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.

(b) (2 PUNTOS) Redefina la función para que sea continua en $x = 4$.

2. (8 PUNTOS) Una empresa de envíos courier ha establecido un sistema de cobros en función del *peso x del paquete*, en *kilogramos*, descrito por la siguiente función de *costo total C* en *dólares*:

$$C(x) = \begin{cases} 5x, & 0 \leq x < 3 \\ 15 + 2(x - 3), & 3 \leq x \leq 6 \\ 25, & x > 6 \end{cases}$$

- (a) Utilizando la definición de continuidad en un punto, determine si C es continua:
- i) (2 PUNTOS) cuando $x = 3$.
 - ii) (2 PUNTOS) cuando $x = 6$.
- (b) (2 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función C en función del peso x , utilizando etiquetas claras y una escala adecuada.
- (c) (2 PUNTOS) Si la empresa desea evitar un salto en el cobro para paquetes con peso superior a 6 *kg*, determine cuál debería ser el valor constante de cobro para $x > 6$.

3. (6 PUNTOS) Sea la función $f: I \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, con I un intervalo abierto, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

“Si f es monótona creciente en I , entonces f es siempre derivable en I .”

Justificando su respuesta; demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o, proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

4. (8 PUNTOS) Considere la función polinomial $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

- (a) (4 PUNTOS) Determine los valores $c \in \mathbb{R}$ para los cuales la gráfica de f tiene recta tangente horizontal.
- (b) (2 PUNTOS) Obtenga las coordenadas de los puntos de la gráfica donde ocurren dichas tangentes horizontales.
- (c) (2 PUNTOS) Analice el signo de $f'(x)$ en los intervalos determinados por esos valores críticos e indique si cada punto corresponde a un máximo local, un mínimo local o ninguno.

5. (12 PUNTOS) Se desea habilitar una *zona rectangular para almacenamiento* de productos. Un lado de la zona estará apoyado sobre una pared existente, por lo que *no* se necesita colocar cerramiento en ese lado, pero se debe colocar una división interna perpendicular a la pared para separar el área de recepción del área de despacho. Se dispone de 80 *metros* de cerramiento en total, incluyendo los tres lados externos y la división interna. El *objetivo* es determinar las dimensiones de la zona rectangular que permiten *maximizar el área disponible para almacenamiento*.
- (a) (2 PUNTOS) Realice un esquema del problema y asigne variables adecuadas a las cantidades importantes.
 - (b) (1 PUNTO) Escriba una expresión para la función objetivo que se desea maximizar.
 - (c) (2 PUNTOS) Utilice la restricción del cerramiento disponible para expresar la función objetivo en una sola variable especificando un dominio adecuado.
 - (d) (3 PUNTOS) Determine los puntos críticos de la función objetivo.
 - (e) (4 PUNTOS) Analice los puntos críticos para determinar el área máxima e interprete las dimensiones óptimas en el contexto del problema.

Apellidos y nombres: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

6. (10 PUNTOS) A continuación se presentan dos versiones del mismo tema. El estudiante debe escoger y **resolver solamente una** de las dos versiones, no es necesario resolver ambas.

Versión 1. Aproximación lineal en control de calidad

En el control de calidad de una pieza metálica cuadrada, el lado de la pieza mide 20 *cm*. Debido a una pequeña variación en el proceso de fabricación, el lado aumenta hasta 20.1 *cm*.

- (a) (3 PUNTOS) Obtenga una expresión para la aproximación lineal del área de la superficie $A(x)$ alrededor de $x_0 = 20$.
- (b) (2 PUNTOS) Utilice la aproximación lineal para estimar el área de la superficie de la pieza cuando $x = 20.1$ *cm*.
- (c) (2 PUNTOS) Calcule el valor exacto de $A(20.1)$ y determine el error absoluto cometido con la aproximación lineal.
- (d) (3 PUNTOS) Interprete el resultado obtenido: ¿la aproximación lineal es razonable para esta variación del lado? Justifique brevemente.

Versión 2. Aproximación lineal en un modelo de costo

Una empresa estima que el costo total de producir q *unidades* de un producto, medido en dólares, está dado por la función:

$$C(q) = 0.04q^2 + 12q + 500$$

Actualmente la empresa produce $q_0 = 50$ *unidades*, pero desea aumentar su producción a 52 *unidades*.

- (a) (3 PUNTOS) Obtenga una expresión para la aproximación lineal de $C(q)$ alrededor de $q_0 = 50$.
- (b) (2 PUNTOS) Utilice la aproximación lineal para estimar el costo total de producir 52 *unidades*.
- (c) (2 PUNTOS) Calcule el valor exacto de $C(52)$ y determine el error absoluto cometido con la aproximación lineal.
- (d) (3 PUNTOS) Interprete económicamente el valor de $C'(50)$ y explique si la aproximación lineal es razonable para este cambio en la producción.