

EXAMEN FINAL – 2025 – 1T

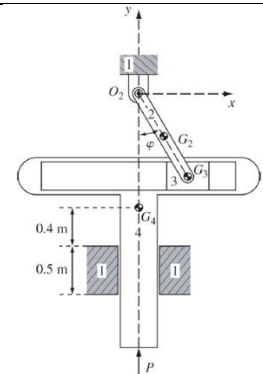
Tema 1 (40puntos)

El sistema mostrado en la figura opera con una fuerza constante de $P=100 \text{ j N}$, para lo cual se debe considerar las siguientes condiciones del sistema:

l.) $r_2= 1\text{m}$, $\varphi_2=30^\circ$, $\omega_2= 10 \text{ (k) rad/s}$, $\alpha_2=2 \text{ (k) rad/s}^2$. Los centros de masa de los eslabones 2 y 3, están en sus respectivos centros geométricos. Además, considerar las masas de $m_2=5 \text{ Kg}$, $m_3= 5\text{Kg}$, $m_4= 15 \text{ Kg}$, y las inercias de $I_{G2}=0.02 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$, $I_{G3}=0.12 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$, $I_{G4}=0.08 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$. La gravedad está actuando perpendicular al plano y se puede despreciar la fricción.

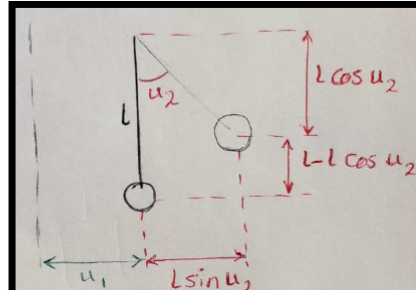
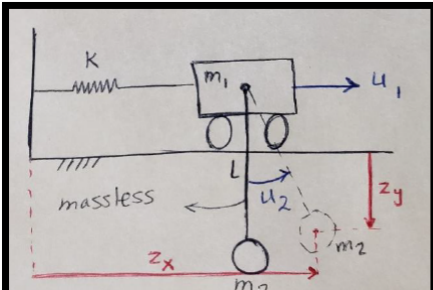
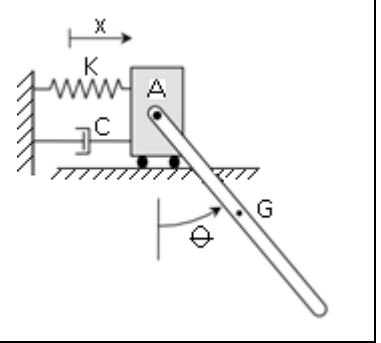
Requerimientos:

- 1.) Dibuje los diagramas de cuerpo libre
- 2.) Escribir las ecuaciones que describen los movimientos de los eslabones
- 3.) determine las magnitudes y direcciones de las fuerzas en las juntas
- 4.) Determine la magnitud y la dirección del torque T_2



Tema 2 (60puntos)

El cuerpo A (de masa m) se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción, junto con una barra fina y homogénea (longitud L y masa M), que está unida al cuerpo A, mediante un pasador (sin fricción), como se muestra en la figura. Un resorte y un amortiguador conectan al cuerpo A con la bancada. La coordenada x describe el movimiento de A (positivo hacia la derecha, y el resorte está sin estiramiento cuando $x=0$). La coordenada θ describe la orientación de la barra, con θ positivo en sentido anti horario, desde el eje vertical. Determinar las ecuaciones de movimiento del sistema, usando las coordenadas x y θ .



$$ke = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m_1\dot{u}_1^2 + \frac{1}{2}m_2(\dot{z}_x^2 + \dot{z}_y^2)$$

$$z_x = u_1 + l \sin u_2 \quad \rightarrow \quad \dot{z}_x = \dot{u}_1 + l \dot{u}_2 \cos u_2$$

$$z_y = l \cos u_2 \quad \rightarrow \quad \dot{z}_y = -l \dot{u}_2 \sin u_2$$

$$ke = \frac{1}{2}m_1\dot{u}_1^2 + \frac{1}{2}m_2[(\dot{u}_1 + l \dot{u}_2 \cos u_2)^2 + (-l \dot{u}_2 \sin u_2)^2]$$

$$ke = \frac{1}{2}m_1\dot{u}_1^2 + \frac{1}{2}m_2(\dot{u}_1^2 + l^2\dot{u}_2^2 + 2l\dot{u}_1\dot{u}_2 \cos u_2)$$

$$h = l - l \cos u_2 = l(1 - \cos u_2)$$

$$pe = \frac{1}{2}kx^2 + mgh = \frac{1}{2}ku_1^2 + m_2gl(1 - \cos u_2)$$

$$L = ke - pe$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{u}_1} = m_1\dot{u}_1 + m_2\dot{u}_1 + m_2l\dot{u}_2 \cos u_2 \quad (\text{There is no } \dot{u}_1 \text{ in } pe)$$

If u_2 be a small angle $\rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot{u}_1} = m_1\dot{u}_1 + m_2\dot{u}_1 + m_2l\dot{u}_2 \cos u_2 \approx (m_1 + m_2)\dot{u}_1 + m_2l\dot{u}_2$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}_1} \right) = (m_1 + m_2)\ddot{u}_1 + m_2l\ddot{u}_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_1} = -ku_1 \quad (\text{There is no } u_1 \text{ in } ke, \text{ “-” sign because of } L = ke - pe)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial u_1} = (m_1 + m_2)\ddot{u}_1 + m_2l\ddot{u}_2 + ku_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{u}_2} = m_2l^2\dot{u}_2 + m_2l\dot{u}_1 \cos u_2 \quad (\text{There is no } \dot{u}_2 \text{ in } pe)$$

If u_2 be a small angle $\rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot{u}_2} = m_2l^2\dot{u}_2 + m_2l\dot{u}_1 \cos u_2 \approx m_2l^2\dot{u}_2 + m_2l\dot{u}_1$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}_2} \right) = m_2l^2\ddot{u}_2 + m_2l\ddot{u}_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} = -m_2l\dot{u}_1\dot{u}_2 \sin u_2 - m_2gl \sin u_2$$

If u_2 be a small angle $\rightarrow \frac{\partial L}{\partial u_2} = -m_2l\dot{u}_1\dot{u}_2 \sin u_2 - m_2gl \sin u_2 \approx -m_2glu_2$

Multiplication of two small numbers

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial u_2} = m_2l^2\ddot{u}_2 + m_2l\ddot{u}_1 + m_2glu_2 = 0$$