ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Año: 2023	Período: PAE
Materia: CÁLCULO VECTORIAL	Profesor: Soveny Soraya Solís García
Evaluación: Tercera	Fecha: 28 de abril del 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadoras, celulares u otros dispositivos electrónicos, que sí puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que no debo hacer ruidos molestos durante el mismo; y, cualquier objeto que hubiere traído que sea de mi propiedad, debo depositarlo en la parte inferior del pupitre. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** **...** ***PARALELO:*** **...001**

1. (20 p.) Considere las rectas $L_1 : \gamma(t) = (2, -1, 0) + t(-3, 1, 1)$, $t \in \mathbb{R}$, y $L_2 : \dfrac{1-x}{2} = y + 3 = z$.

   a) Demuestre que L_1 y L_2 son rectas alabeadas.

   b) Calcule la distancia entre L_1 y L_2.

2. (20 p.) Dada la función $f(x,y)=\sqrt{|xy|}$ definida en $(x,y)\in\mathbb{R}^2$:

   a) Justifique que f es continua en todo punto de su dominio empleando la continuidad de la función compuesta. Especifique las funciones analizadas en cada etapa.

   b) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ empleando la definición de derivada parcial.

   c) Determine si f es diferenciable en $(0,0)$ empleando la definición de diferenciabilidad.

3. (20 p.) Considere la integral doble

$$I = \int_D\int e^{-x^2-y^2} dA.$$

a) Si D es el círculo $x^2 + y^2 \leq a^2$, $a > 0$, evalúe I y exprese la respuesta en términos de a.

b) Con la expresión anterior, calcule $\lim_{a \to +\infty} I$.

4. (20 p.) Usando la fórmula de Taylor de **segundo orden**, aproxime $\sqrt[3]{7{,}98}\, cos(0{,}05)$.

5. (20 p.) Calcular el flujo del campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ a través de la **superficie lateral** del cono acotado por $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y $z = 4$, empleando:

   a) La definición de integral de flujo vectorial orientado hacia fuera del cono.

   b) El teorema de Gauss añadiendo una tapa.