

AÑO:	2021 - 2022	PERIODO:	PAO - I
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Carlos Martin, Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	1ra Evaluación	FECHA:	06-Julio-2021

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ....., al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ..... NÚMERO DE MATRÍCULA: ..... PARALELO: .....

**Indicaciones generales:** Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura en cada imagen de hoja. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png.

**Tema 1.** (30 puntos) La sucesión mostrada puede ser calculada de forma recursiva para un valor inicial  $x_0$ .

$$x_n = \ln\left(\frac{1}{2 + x_{n-1}}\right)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$x_0 = -0.45$$

a. Realice 7 iteraciones con la sucesión, tabule y grafique los resultados.

Considerando solamente el intervalo  $[-0.5, -0.4]$

b. ¿Se puede afirmar que para todo valor inicial  $x_0$  la sucesión converge? Justifique su respuesta.

En algoritmos de computadora, la forma recursiva de la sucesión puede consumir rápidamente recursos, por lo que se plantea encontrar el valor al que converge la sucesión usando siguiente ecuación:

$$x + \ln(x + 2) = 0$$

$$x_0 = -0.45$$

c. Encuentre el valor que resuelve la ecuación usando el método de Newton-Raphson con tolerancia de  $10^{-4}$ . Realice al menos 3 iteraciones completas y comente sobre la convergencia.

d. Presente sus conclusiones y recomendaciones para los resultados obtenidos entre el literal b y c.

**Rúbrica:** literal a (5 puntos), literal b (3 puntos), literal c, verifica intervalo (4 puntos), iteraciones (10 puntos), convergencia (5 puntos), literal d (4 puntos)

**Tema 2.** (35 puntos) Durante el año 2020, ante el aumento de atención hospitalaria estatal en la región y el limitado acceso a medicamentos, como una primera estrategia de manejo de recursos, se derivan el exceso de pacientes hacia la atención en hospitales privados.

En la tabla se muestra la **cantidad de los tres medicamentos** (mg, ml) que se administran al atender a **cada paciente** clasificado por **grupo etario**: niños, adolescentes, adultos y adultos mayores.

También se dispone del total de medicamentos existente en bodegas en cada semana.



	Niños	Adolescentes	Adultos	Adultos Mayores	Medicamentos /semana
Medicamento A	0.3	0.4	1.1	4.7	3500
Medicamento B	1	3.9	0.15	0.25	3450
Medicamento C	0	2.1	5.6	1.0	6500

Es de interés la **cantidad de pacientes de cada grupo** que se podría atender con los recursos disponibles.

a. Realice el planteamiento de un sistema de ecuaciones que permita determinar la cantidad máxima de pacientes de cada grupo etario que podrían ser atendidos usando todos los medicamentos disponibles.

Luego se indica que la capacidad  $K$  para pacientes niños sea una variable libre, por consumir menos recursos y se podrían derivar al sistema privado.

b. Escriba el conjunto de soluciones posibles en función de la variable libre, considerando la cantidad de niños a atender como máximo de  $K=100$ .

- c. Determine la capacidad de atención usando **un método Iterativo** con una tolerancia de  $10^{-2}$ . Realice **tres iteraciones** completas, revise la convergencia del método. Se estima atender al inicio de semana al menos 100 pacientes de cada grupo.
- d. Suponga que la cantidad **de pacientes en cada** grupo para una semana dada es: [350,1400,1500,1040]. ¿Hay suficiente cantidad de medicamentos para atender el promedio actual de pacientes? Analice y describa los resultados encontrados.
- e. Si se decide vacunar primero a todos los niños, entonces ya no requieren atención hospitalaria ( $K=0$ ) ¿Cuál es el número máximo de pacientes de cada grupo que podría incrementarse dadas las condiciones actuales? Resuelva usando un método directo, y analice sus resultados.

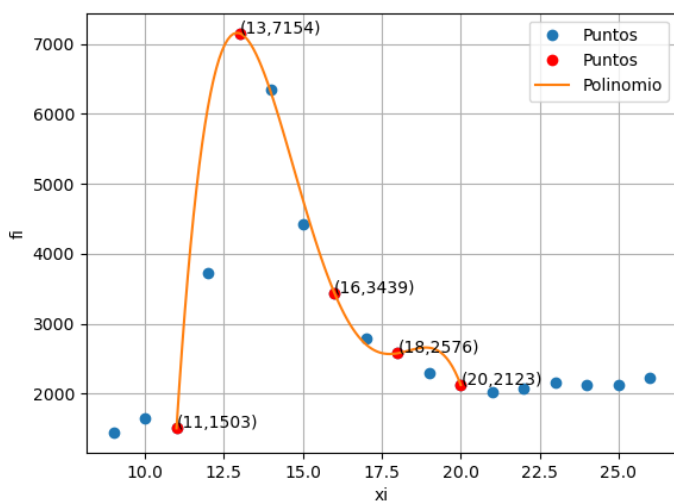
**Rúbrica:** literal a (3 puntos), literal b (2 puntos), pivoteo por filas(5 puntos), iteraciones (10 puntos), análisis de convergencia (4 puntos), literal d (5 puntos) literal e (6 puntos)

**Referencias:**

- BBC News Mundo. El país que está vacunando contra el covid-19 primero a los jóvenes y no a los ancianos. 16/enero/2021.  
<https://youtu.be/oo2itoBBwyY>
- Manejo clínico de la COVID-19, orientaciones provisionales 27/mayo/2020.  
<https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/332638/WHO-2019-nCoV-clinical-2020.5-spa.pdf>

**Tema 3.** (35 puntos) Para evaluar las medidas de confinamiento aplicadas durante el año 2020 se requiere de un modelo del comportamiento de contagios por unidad de tiempo.

Se disponen de los datos de casos graves por semana mostrados en la tabla y se busca obtener un polinomio de interpolación de grado 4 semejante al mostrado en la figura.



Semana	Fecha	casos graves
...	...	...
9	2/3/2020	1435
10	9/3/2020	1645
<b>11</b>	<b>16/3/2020</b>	<b>1503</b>
12	23/3/2020	3728
<b>13</b>	<b>30/3/2020</b>	<b>7154</b>
14	6/4/2020	6344
15	13/4/2020	4417
<b>16</b>	<b>20/4/2020</b>	<b>3439</b>
17	27/4/2020	2791
<b>18</b>	<b>4/5/2020</b>	<b>2576</b>
19	11/5/2020	2290
<b>20</b>	<b>18/5/2020</b>	<b>2123</b>
21	25/5/2020	2023
22	1/6/2020	2067
23	8/6/2020	2163
24	15/6/2020	2120
25	22/6/2020	2125
...	...	...

- a. Desarrolle el **polinomio de interpolación** usando los **puntos** sombreados en la tabla, **correspondientes a las semanas 11, 13, 16, 18 y 20**.
- b. Calcule los **errores en el intervalo** sobre los datos que no se usaron entre las semanas [11,20]
- c. Desarrolle y justifique una **propuesta para disminuir los errores** encontrados en el literal anterior, sobre el mismo intervalo, es decir obtiene un nuevo polinomio.
- d. Calcule los **errores en el intervalo** para el modelo del literal c y compare con los obtenidos en el literal b.
- e. Escriba sus conclusiones y recomendaciones sobre los resultados obtenidos entre los dos polinomios.

**Rúbrica:** literal a (7 puntos), literal b (5 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos), literal e (8 puntos)

**Referencias:**

- Eluniverso.com. 2/07/2021. Casos de coronavirus en Ecuador al viernes 2 de julio: 461.157 confirmados, 21.623 fallecidos y 1'416.916 vacunados. <https://www.eluniverso.com/noticias/ecuador/coronavirus-covid-19-ecuador-cifras-vacunados-casos-contagios-muertes-9-junio-2021-nota-18/>.
- <https://flo.uri.sh/visualisation/5585865/embed>