

Rúbrica del examen



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Año: 2016-2017	Período: Primer Término
Materia: Cálculo de Varias Variables	Profesores: Wilfredo Angulo, Roberto Cascante, Jorge Medina, Juan Carlos Osorio, María Nela Pastuizaca, John Ramírez, Heydi Roa, Aníbal Suárez, Soraya Solís, Xavier Toledo.
Evaluación: Tercera	Fecha: 15 de septiembre de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo,al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma:..... NÚMERO DE MATRÍCULA:..... PARALELO:.....

1. (20 p.) Dada la función $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2y - y^3}{x^2 + y^2} & ; x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & ; x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$. Determine:

a) Si f es continua en $(0, 0)$.

- Plantear criterio de continuidad.....2 p.
- Evaluar límite en $(0, 0)$2 p.
- Identificar imagen en el punto $(0, 0)$1 p.
- Comparar y concluir que es continua.....1 p.

b) Si f es diferenciable en $(0, 0)$.

- Plantear condición de diferenciability.....2 p.
- Evaluar derivadas en $(0, 0)$ (3 p. c/u).....6 p.
- Evaluar y concluir que no es diferenciable en $(0, 0)$2 p.

c) Si es posible concluir que f es ó no es de clase C^1 en $(0, 0)$, con el resultado obtenido en el literal b).

Argumenta correctamente con los teoremas estudiados.....4 p.

2. (20 p.) Sea f una función diferenciable y sea S la superficie dada por $z - xf(xy^{-1}) = 0$; $y \neq 0$. Sea $P_0(x_0, y_0, z_0) \in S$. Determine el término independiente de la ecuación del plano tangente a S en el punto P_0 .

- Plantea expresión general del vector normal a utilizar.....1 p.
- Calcula correctamente la primera componente en P_04 p.
- Calcula correctamente la segunda componente en P_04 p.
- Calcula correctamente la tercera componente en P_01 p.
- Plantea ecuación general del plano con vector normal hallado.....4 p.
- Reemplaza P_0 para hallar término independiente.....2 p.
- Simplifica correctamente y concluye el valor requerido.....4 p.

3. (20 p.) Considere la trayectoria C dada por $r(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$; $0 \leq t \leq 2$. Determine de ser posible, la curvatura de C en el punto donde la recta tangente es normal al plano $y + z = 0$.

- Expresa un vector tangente a C en función de t2 p.
- Identifica vector normal del plano.....2 p.
- Plantea condición de paralelismo entre ambos vectores.....4 p.
- Resuelve el sistema y obtiene t2 p.
- Plantea expresión de curvatura en función de t2 p.
- Evalúa los datos requeridos en la expresión.....4 p.
- Reemplaza y calcula correctamente la curvatura requerida.....4 p.

4. (20 p.) Calcular el volumen del sólido comprendido en el interior del cilindro $x^2 + y^2 - 2ax = 0$, acotado por $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$; $a > 0$, ubicado en el Primer Octante.

- Realiza un bosquejo gráfico de las superficies.....2 p.
- Identifica el sólido definido.....2 p.
- Plantea una expresión general para el cálculo del volumen.....2 p.
- Escoge un plano adecuado de proyección e identifica región.....4 p.
- Coloca límites en la integral planteada.....4 p.
- Evalúa la integral utilizando un sistema adecuado.....4 p.
- Expresa la respuesta en forma clara y simplificada.....2 p.

5. (20 p.) Considere el campo de fuerzas $\mathbf{F}(x, y) = (\text{sen}(x) - y^2)\mathbf{i} + (ye^y + x^2)\mathbf{j}$; $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Calcule el trabajo que realiza \mathbf{F} al mover un objeto a lo largo del camino C definido por: el eje X de $(-2, 0)$ a $(-1, 0)$, la semicircunferencia $y = \sqrt{1 - x^2}$, el eje X de $(1, 0)$ a $(2, 0)$, la semicircunferencia $y = \sqrt{4 - x^2}$, orientado en contra de las manecillas del reloj.

- Realiza un bosquejo de C
Tramos rectos (1 p. c/u).....2 p.
Tramos circulares (2 p. c/u).....4 p.
- Plantea Teorema de Green y enuncia condiciones.....4 p.
- Coloca límites en la integral doble planteada.....4 p.
- Evalúa la integral utilizando un sistema adecuado.....4 p.
- Expresa la respuesta en forma clara y simplificada.....2 p.