

AÑO:	2025 – 2026	PERIODO:	PAO – II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	3ra Evaluación	FECHA:	3-febrero-2026

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

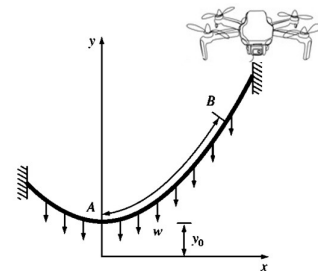
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte en "aula virtual" los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png.

Tema 1. (35 puntos) El tendido de guía de cables con drone es una técnica avanzada usada donde el terreno es irregular o se busca proteger el entorno natural. La técnica utiliza aeronaves no tripuladas para transportar un hilo guía ligero (nylon) entre torres de alta tensión, reduciendo hasta un 85% la necesidad de talar vegetación y minimizando el impacto ambiental.

El cable durante el tendido cuelga en forma de catenaria entre dos puntos que no se encuentran sobre la misma línea vertical. Como se ilustra en la figura, no está sujeta a más carga que su propio peso. Así, su peso (N/m) actúa como una carga uniforme por unidad de longitud a lo largo del cable.

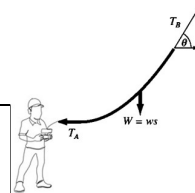


El diagrama de cuerpo libre muestra una sección AB, donde T_A y T_B son las fuerzas de tensión en el extremo. Con base en los balances de fuerzas horizontal y vertical, se obtiene para el cable el siguiente modelo de ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{w}{T_A} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

Puede emplearse el cálculo para resolver esta ecuación para la **altura y** del cable como función de la distancia x .

$$y = \frac{T_A}{w} \cosh\left(\frac{w}{T_A}x\right) + y_0 - \frac{T_A}{w}$$



- Plantear el ejercicio usando la ecuación de **altura y**, para calcular el valor de T_A dados los valores de los parámetros $w = 12$ y $y_0 = 6$, de modo que el cable tenga una altura de $y = 15$ en $x = 50$.
- Indique y verifique el intervalo $[a, b]$ a usar en el método de búsqueda de raíces. T_A es de orden 10^3
- Desarrolle al menos tres iteraciones con el método de la Bisección, las expresiones deben ser completas en cada iteración, con los valores usados en cada una.
- Indique el error en cada iteración.
- Describa si el método converge, en cuántas iteraciones.
- Adjunte los resultados.txt y gráficas.png realizadas con el algoritmo.py

Nota: Para el algoritmo, puede calcular $\cosh(x)$ mediante `np.cosh(x)`

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos), literal f (5 puntos).

Referencia: [2] tendido cable en forma catenaria. Ejercicio 8.17 Chapra. P219

[1] Tendido de cables con drones. Drontec. 6 diciembre 2021. <https://www.youtube.com/watch?v=G06egOzt3BU>

Tema 2. (35 puntos) Se requiere estimar la cantidad de material de filamento a usar al imprimir en 3D una pieza de rompecabeza limitada desde plano xy con $f(x,y)$.

$$f(x,y) = \left(\frac{x^2}{0.45^2} - \frac{y^2}{0.65^2} \right) \frac{1}{0.8} + 4$$

a. Plantear las ecuaciones para determinar el volumen usando

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$-1 \leq y \leq 1$$

métodos de Simpson, considerando los tamaños de paso $\Delta x = 1/2$, $\Delta y = 1/3$

b. Desarrollar las expresiones para integrar con el eje x

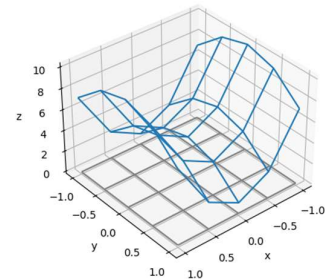
c. Desarrollar las expresiones para integrar con el eje y

d. Describa las cotas de error para cada eje.

e. Presentar el resultado.txt realizado con el algoritmo.py para los tamaños de paso dados en el literal a

f. Usando el algoritmo ajuste los tamaños de paso para mejorar la precisión y compare resultados.

g. **Extra.** Adjunte la gráfica.png del ejercicio implementada con algoritmo.py (5 puntos).



Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (10 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos), literal f (5 puntos)

Referencias: Devoradores de historia - Pringles de los 70s. History Latinoamérica. 17 agosto 2020.

<https://www.youtube.com/watch?v=ZoOg2XU61ck>

Las papas de tubo parte 1 - Gigantes de la comida. History Latinoamérica. 13 noviembre 2021.

<https://www.youtube.com/watch?v=KRXOKConybQ>

Se adjunta la matriz de alturas correspondiente al eje z:

[	7.2142	2.5846	1.0414	2.5846	7.2142]
[	8.8579	4.2282	2.6850	4.2282	8.8579]
[	9.8441	5.2144	3.6712	5.2144	9.8441]
[	10.1728	5.5432	4.	5.5432	10.1728]
[	9.8441	5.2144	3.6712	5.2144	9.8441]
[	8.8579	4.2282	2.6850	4.2282	8.8579]
[	7.2142	2.5846	1.0414	2.5846	7.2142]

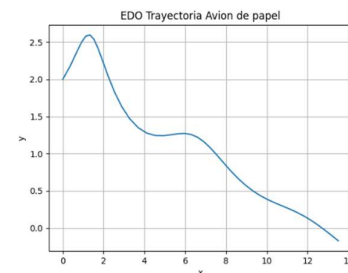
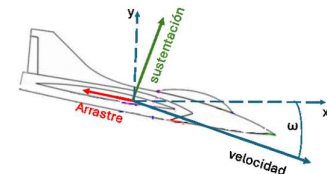
Tema 3. (30 puntos) La trayectoria de un avión de papel depende de los factores empuje, sustentación, arrastre y gravedad. El empuje depende de la velocidad inicial del lanzamiento, la sustentación está dada por el aire que pasa por las alas y la resistencia o arrastre aparece por la fricción del aire que se opone al movimiento. Para un planeador de papel se estima la velocidad y ángulo de inclinación en un caso particular [1] con las siguientes expresiones:

$$\frac{dv}{dt} = -0.1388 v^2 - g \sin(\omega)$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin(\omega)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{0.7654 v^2 - g \cos(\omega)}{v}$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cos(\omega)$$



Los valores iniciales para el ejercicio son:

$$g=9.8 \text{ m/s}^2, t_0 = 0, v_0=4.5, \omega_0 = \pi/8, x_0=0, y_0=2$$

a. Plantear del ejercicio el sistema de EDO completo usando Runge-Kutta de 2do Orden

b. Desarrollar tres iteraciones con expresiones completas con tamaño de paso $h=0.1$

c. Aproximar la solución entre $t=0$ a $t=4$ para la trayectoria x,y . Adjunte algoritmo.py, resultados.txt, grafica.png

d. Observar los resultados para $y(t)$, ¿se puede extender en el tiempo y ser válidas?

e. **Extra.** Describa la interpretación del resultado para $v_0=8$, adjunte resultado con algoritmo (5 puntos).

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (15 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos)

Referencia: [1] Ecuaciones diferenciales — trayectoria de un avión de papel. MODE-Lab. 17 marzo 2023.

<https://www.youtube.com/watch?v=DPRUnqaNpP8>

[2] Paper Airplane Simulation. Supplement for Flight Dynamics by Robert F. Stengel,

<https://stengel.mycpanel.princeton.edu/PaperPlane.html>

[3] gráfico de planeador, página 16. <https://stengel.mycpanel.princeton.edu/FDLecture1.pdf>