Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2023**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

MATERIA: **Álgebra lineal**

PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martin Carlos, Martínez Margarita, Ramirez John, Rodrigues Lourival, Valdiviezo Janet.

EVALUACIÓN: **Primera**

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

FECHA: 06 de julio de 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ______________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ______________ ***PARALELO:*** ____

1. (30 Puntos)

Sea $(V,\oplus,\odot)$ un espacio vectorial sobre el campo $(K,+,x)$. Sean H y W dos subespacios de V. Califique justificadamente cada una de las siguientes proposiciones como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

a. $H \cup W$ es un subconjunto de $H + W$
b. Si $H \cap W = H$ entonces $dim\,(H+W) > dim\,W$
c. Si $H = gen\{v_1, v_2, v_3\}$ y $W = gen\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ entonces $dim\,(H+W) = 7$

(10 Puntos c/u)

2. *(15 Puntos)*

En una región de Europa se pudo determinar que, durante unos días de mayo 2020, la función $f(t) = \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$, permitió medir el número de infectados por el virus COVID-19 en el día t, donde $t \in [1, 10]$. Cuando se detectó la presencia del virus (t = 1), el número de infectados fue de 8 personas. Al día siguiente (t = 2), el número de infectados fue de 26 personas. En el día t = 4, el número de infectados fue de 104 personas. ¿Cuál fue el número de infectados al final del día t = 10?

3. *(25 Puntos)*

Considere el espacio vectorial $V = S_{2\times2}$ de las matrices simétricas de orden $2x2$, con las operaciones usuales. Sean los subconjuntos de V:

$W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \in S_{2x2} / a - 2b + c = 0 \right\}$; $W_2 = Gen\left\{ \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \right\}$ y

$W_3 = \{A \in S_{2x2} / det(A^t) = 0\}$.

Determine:

a. ¿Cuáles de los subconjuntos son subespacios vectoriales de V?

b. Determinar una base para la suma de los subespacios identificados en (a).

4. (20 Puntos)

Dada la matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Determine:

a) Una base y la dimensión del espacio columna de A.
b) Una base y la dimensión del núcleo de A.

5. (10 Puntos)

Sean $\beta_1 = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ y $\beta_2 = \{u_1, u_2\}$ dos bases de $\mathbb{R}^2$. Si la matriz de transición de β_1 a β_2 esta dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$. Determina la base β_2