Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas espol	**Escuela Superior Politécnica del Litoral** **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas**
	Materia: Cálculo de una variable **Fecha:** 31/03/2023
	Profesores: Cristhian Hernández, Pamela Crow
	Año y Periodo: 2023 - PAE
	Estudiante:
	Cédula:
	Paralelo: 1 y 2

EXAMEN DE PRIMERA EVALUACIÓN

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración.

____

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (20 puntos) Justificando su respuesta, califique como verdadera o falsa cada una de las siguientes proposiciones:

   (a) La función $d(x, y) = |x^2 - y^4|$ es una métrica en $\mathbb{R}$. (5 puntos).

(b) La función $f(x) = \dfrac{1}{x}$ es continua. (5 puntos).

(c) Si f es una función continua en (a, b), entonces se puede afirmar que posee valores extremos (máximo y mínimo) globales en (a, b). (5 puntos).

(d) Si f es una función continua en $[a, b]$, entonces se puede afirmar que existe un $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$. (5 puntos).

2. (15 puntos) Determine de ser porsible la o las asíntotas horizontales de la función:

$$f(x) = \left(cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)^{x^2}$$

.

3. (15 puntos) Usando el teorema del valor intermedio o el teorema de Bolzano, demuestre que la función $f(x) = x^3 - e^{-x}$ intersecta al eje x.

4. (15 puntos) Dada la curva C_1 expresada de forma paramétrica como

$$C_1 : \begin{cases} x(t) = \dfrac{t^2}{2} \\ \\ y(t) = \dfrac{4}{3}t^3 \end{cases}$$

para $t \in \mathbb{R}$ y la curva C_2 escrita de forma implícita como

$$arctan(x-y) + x^2 = cos(\pi x)ln(x) - ln(2) + 4 + \frac{\pi}{4}$$

Determine las coordenadas del punto de C_1 donde la recta tangente en dicho punto es paralela a la recta que tangente a C_2 en el punto $(2, 1)$.

5. (20 puntos) Realice un bosquejo de una función f que cumpla con las siguientes características:

- f es continua en todo su dominio y $dom(f) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$.
- $f(0) = 0, f(1) = 2$.
- $\forall \varepsilon > 0\ \exists N > 0\ \forall x \in dom(f)\ [x < -N \Rightarrow |f(x) + 1| < \varepsilon]$.
- $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$.
- $\forall x \in (-2, 0), f'(x) < 0$.
- $\forall x \in (-2, 0) \cup (2, +\infty), f''(x) > 0$.
- $x = 0$ es un punto singular de f.
- $x = 1$ es un punto estacionario de f.
- $\forall M > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in dom(f)\ [\delta > 2 - x > 0 \Rightarrow f(x) < -M]$.

Además, **escriba los intervalos de monotonía de** f.

6. (15 puntos) Sobre una pared totalmente perpendicular al suelo se apoya una escalera que mide $5\sqrt{2}$ metros formando un triángulo rectángulo entre la escalera, la pared y el suelo. Determine el área máxima del triángulo mencionado.