

|                    |                                                                                                                                                                                                               |                 |                            |                 |                         |              |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------|-----------------|-------------------------|--------------|
| <b>AÑO:</b>        | 2026                                                                                                                                                                                                          | <b>PERÍODO:</b> | I PAO                      | <b>MATERIA:</b> | Cálculo de una variable | <b>Total</b> |
| <b>PROFESORES:</b> | Álvarez I., Baquerizo G., Castro J., Cordero M., Díaz R.,<br>García E., Gualé A., Hernández C., Laveglia F.,<br>Lopez E., Lucena E., Mancero M., Moreno A.,<br>Salazar E., Solís J., Toledo X., Valdiviezo J. |                 |                            |                 |                         |              |
| <b>EVALUACIÓN:</b> | PRIMERA                                                                                                                                                                                                       | <b>FECHA:</b>   | Lunes, 29 de junio de 2026 |                 |                         |              |

|                         | Examen | Lecciones | Controles de lectura | Deberes |
|-------------------------|--------|-----------|----------------------|---------|
| <b>Puntos posibles</b>  | 50     | 35        | 10                   | 5       |
| <b>Puntos obtenidos</b> |        |           |                      |         |

Apellidos y nombres: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

**COMPROMISO DE HONOR**

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

*Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.*

\_\_\_\_\_

*"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

1. (6 PUNTOS) Dada la función  $f: \mathbb{R}^+ - \{4\} \mapsto \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{4}}$$

(a) (4 PUNTOS) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ .

(b) (2 PUNTOS) Redefina la función para que sea continua en  $x = 4$ .

2. (8 PUNTOS) Una empresa de envíos courier ha establecido un sistema de cobros en función del *peso  $x$  del paquete*, en *kilogramos*, descrito por la siguiente función de *costo total  $C$*  en *dólares*:

$$C(x) = \begin{cases} 5x, & 0 \leq x < 3 \\ 15 + 2(x - 3), & 3 \leq x \leq 6 \\ 25, & x > 6 \end{cases}$$

- (a) Utilizando la definición de continuidad en un punto, determine si  $C$  es continua:
- i) (2 PUNTOS) cuando  $x = 3$ .
  - ii) (2 PUNTOS) cuando  $x = 6$ .
- (b) (2 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función  $C$  en función del peso  $x$ , utilizando etiquetas claras y una escala adecuada.
- (c) (2 PUNTOS) Si la empresa desea evitar un salto en el cobro para paquetes con peso superior a 6 *kg*, determine cuál debería ser el valor constante de cobro para  $x > 6$ .

3. (6 PUNTOS) Sea la función  $f: I \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ , con  $I$  un intervalo abierto, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

*“Si  $f$  es monótona creciente en  $I$ , entonces  $f$  es siempre derivable en  $I$ .”*

Justificando su respuesta; demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o, proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

4. (8 PUNTOS) Considere la función polinomial  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

- (a) (4 PUNTOS) Determine los valores  $c \in \mathbb{R}$  para los cuales la gráfica de  $f$  tiene recta tangente horizontal.
- (b) (2 PUNTOS) Obtenga las coordenadas de los puntos de la gráfica donde ocurren dichas tangentes horizontales.
- (c) (2 PUNTOS) Analice el signo de  $f'(x)$  en los intervalos determinados por esos valores críticos e indique si cada punto corresponde a un máximo local, un mínimo local o ninguno.

5. (12 PUNTOS) Se desea habilitar una *zona rectangular para almacenamiento* de productos. Un lado de la zona estará apoyado sobre una pared existente, por lo que *no* se necesita colocar cerramiento en ese lado, pero se debe colocar una división interna perpendicular a la pared para separar el área de recepción del área de despacho. Se dispone de 80 *metros* de cerramiento en total, incluyendo los tres lados externos y la división interna. El *objetivo* es determinar las dimensiones de la zona rectangular que permiten *maximizar el área disponible para almacenamiento*.
- (a) (2 PUNTOS) Realice un esquema del problema y asigne variables adecuadas a las cantidades importantes.
  - (b) (1 PUNTO) Escriba una expresión para la función objetivo que se desea maximizar.
  - (c) (2 PUNTOS) Utilice la restricción del cerramiento disponible para expresar la función objetivo en una sola variable especificando un dominio adecuado.
  - (d) (3 PUNTOS) Determine los puntos críticos de la función objetivo.
  - (e) (4 PUNTOS) Analice los puntos críticos para determinar el área máxima e interprete las dimensiones óptimas en el contexto del problema.

Apellidos y nombres: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

6. (10 PUNTOS) A continuación se presentan dos versiones del mismo tema. El estudiante debe escoger y **resolver solamente una** de las dos versiones, no es necesario resolver ambas.

*Versión 1. Aproximación lineal en control de calidad*

---

En el control de calidad de una pieza metálica cuadrada, el lado de la pieza mide 20 *cm*. Debido a una pequeña variación en el proceso de fabricación, el lado aumenta hasta 20.1 *cm*.

- (a) (3 PUNTOS) Obtenga una expresión para la aproximación lineal del área de la superficie  $A(x)$  alrededor de  $x_0 = 20$ .
- (b) (2 PUNTOS) Utilice la aproximación lineal para estimar el área de la superficie de la pieza cuando  $x = 20.1$  *cm*.
- (c) (2 PUNTOS) Calcule el valor exacto de  $A(20.1)$  y determine el error absoluto cometido con la aproximación lineal.
- (d) (3 PUNTOS) Interprete el resultado obtenido: ¿la aproximación lineal es razonable para esta variación del lado? Justifique brevemente.

*Versión 2. Aproximación lineal en un modelo de costo*

---

Una empresa estima que el costo total de producir  $q$  *unidades* de un producto, medido en dólares, está dado por la función:

$$C(q) = 0.04q^2 + 12q + 500$$

Actualmente la empresa produce  $q_0 = 50$  *unidades*, pero desea aumentar su producción a 52 *unidades*.

- (a) (3 PUNTOS) Obtenga una expresión para la aproximación lineal de  $C(q)$  alrededor de  $q_0 = 50$ .
- (b) (2 PUNTOS) Utilice la aproximación lineal para estimar el costo total de producir 52 *unidades*.
- (c) (2 PUNTOS) Calcule el valor exacto de  $C(52)$  y determine el error absoluto cometido con la aproximación lineal.
- (d) (3 PUNTOS) Interprete económicamente el valor de  $C'(50)$  y explique si la aproximación lineal es razonable para este cambio en la producción.