espol Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2019**	PERIODO: **Segundo**
MATERIA: **Álgebra lineal**	**PROFESORES**: Aponte Jesús, Bracamonte Mireya, Celleri M. Colón M., Laveglia Franca, Martínez Margarita, Moreno Alex, Pastuizaca Maria Nela, Sánchez Joffre, Valdiviezo Janet, Valdiviezo Patricia, Villa V. José.
EVALUACIÓN: **Primera**	
TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**	FECHA: **28 de noviembre de 2019**

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……….……………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ___________________ ***PARALELO:*** _________________

1. (20 Puntos) A continuación, encontrará 5 afirmaciones, indique, rellenando el círculo correspondiente, cuál de ellas es verdadera o falsa. En cada caso, justifique su respuesta bien sea presentando alguna demostración, contraejemplo o cálculo.

	Inadecuado	**En desarrollo**	**Satisfactorio**	**Avanzado**
	En blanco	Sólo indicó acertadamente si la proposición es verdadera o falsa	Resuelve, procedimientos casi completos para justificar la respuesta	Resuelve satisfactoriamente la justificación de la respuesta
(a)	0	0.5 Puntos	1-3 Puntos	4 Puntos
(b)	0	0.5 Puntos	1-3 Puntos	4 Puntos
(c)	0	0.5 Puntos	1-3 Puntos	4 Puntos
(d)	0	0.5 Puntos	1-3 Puntos	4 Puntos
(e)	0	0.5 Puntos	1-3 Puntos	4 Puntos

2. (10 Puntos) Sea $V = M_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial real, de todas las matrices cuadradas de orden 2, con entradas reales y las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar para matrices. Sean $H = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a - b - c - d = 0\right\}$ y $W = gen\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ dos subespacios de $M_2(\mathbb{R})$. Determine, de ser posible,
   a. Si $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in H + W$.
   b. Bases $B_{H\cap W}, B_{H+W}$ y B_V para los subespacios $H \cap W$, $H + W$ y V, respectivamente, de tal forma que $B_{H\cap W} \subseteq B_{H+W} \subseteq B_V$.

	Inadecuado	En desarrollo	Satisfactorio	Avanzado
	En blanco	Indica la condición necesaria para que $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in H + W$	Realiza correctamente los cálculos necesarios para dar respuesta	Indicar correctamente la respuesta solicitada
(a)	0	1 Punto	1 Puntos	1 Punto

	Inadecuado	En desarrollo	Satisfactorio	Avanzado
	En blanco	Determinar la base de $B_{H\cap W}$	Determinar la base de B_{H+W}	Indicar correctamente la base de V y la condición que deben cumplir las bases.
(b)	0	Hasta 2 Puntos	Hasta 3 Puntos	2 puntos

3. (10 Puntos) Sea $P_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial real de todos los polinomios de grado menor o igual a 2, con coeficientes reales y las operaciones usuales. Sean a un número real fijo, $B_1 = \{1, x, x^2\}$ la base canónica y $B_2 = \{1, x + a, (x + a)^2\}$.
   a. Verifique que B_2 es una base para $P_2(\mathbb{R})$.
   b. Determine la matriz cambio de base de B_1 a B_2.

	Inadecuado	En desarrollo	Satisfactorio	Avanzado
	En blanco	Sólo plantea algunos procedimientos, correctamente	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
(a)	0	Hasta 1	Hasta 1	2
(b)	0	Hasta 2	Hasta 7	8

4. (10 Puntos) Se define la función $T: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ por $T(a) = (a - 2, a)$, entre los espacios vectoriales reales $(\mathbb{R}, \oplus, \odot)$ y $(\mathbb{R}^2, \boxplus, \boxdot)$, cuyas operaciones están definidas por:

- $a \oplus b = a + b - 1,\ a, b \in \mathbb{R}$,
- $k \odot a = ka - k + 1, k \in k, a \in \mathbb{R}$,
- $(a_1, b_1) \boxplus (a_2, b_2) = (a_1 + a_2 + 1,\ b_1 + b_2 - 1)$ para todo $(a_1, b_1), (a_2, b_2) \in \mathbb{R}^2$.
- $k \boxdot (a, b) = (ka + k - 1, kb - k + 1)$ para todo $k \in K,\ (a, b) \in \mathbb{R}^2$.

Determine, de ser posible,

a. Si $T(a \oplus b) = T(a) \boxplus T(b)$, para cada $a, b \in \mathbb{R}$
b. Si $T(\lambda \odot a) = \lambda \boxdot T(a)$ para cada escalar λ y $a \in \mathbb{R}$.
c. El elemento neutro de la adición en $\mathbb{R}$
d. El elemento neutro de la adición en $\mathbb{R}^2$
e. La imagen del elemento neutro de la adición en $\mathbb{R}$

f. Si T es una transformación lineal.

	Inadecuado	**En desarrollo**	**Satisfactorio**	**Avanzado**
	En blanco	Sólo plantea algunos procedimientos, correctamente	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
(a)	0	0	Hasta 1 Puntos	2 Puntos
(b)	0	0	Hasta 1 Puntos	2 Puntos
(c)	0	0	Hasta 1 Puntos	2 Puntos
(d)	0	0	Hasta 1 Puntos	2 Puntos
(e)	0	0	0	1 Punto
(f)	0	0	0	1 Punto