FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	13/septiembre/2021

Tema # 1

1. (10 PUNTOS)

   Calcule:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{[\![x-1]\!] - |x-1| + 1}{x^2 - 4}$$

2. (10 PUNTOS)

   Calcule:

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{x^2 - |x+2|}{x + 2[\![x]\!]}$$

3. (10 PUNTOS)

   Calcule:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{[\![x+1]\!] - (x+1)|x+1|}{x}$$

4. (10 PUNTOS)

   Calcule:

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - |x-1| - [\![x]\!]}$$

5. (10 PUNTOS)

   Calcule:

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x + [\![x-2]\!]}{x^2 + |x-2| - 2}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	13/septiembre/2021

Tema 2

6. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real $y = xe^{-x}$, derívela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

7. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real $y = x\ sen(x)$, derívela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

8. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real $y = x\ cos(x)$, derívela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

9. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real $y = 4sen(2x) - cos(3x)$, derívela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

10. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real $y = 3cos(2x) - sen(3x)$, derívela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	13/septiembre/2021

Tema # 3

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

11. (12 PUNTOS)

    Un globo esférico comienza a desinflarse, de tal manera que su volumen disminuye a razón de $500\ cm^3/s$. Calcule la rapidez con la que decrece el área de la superficie esférica de este globo, cuando su radio mide $10\ cm$.

12. (12 PUNTOS)

    Suponga que la producción de $x\ cajas$ tiene un costo total C cuya función es $C(x) = ln(3) + \frac{1}{2}\sqrt{x^3}\ dólares$. Calcule la cantidad de $cajas$ producidas cuando el costo marginal es de $9\ dólares/caja$.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

13. (12 PUNTOS)

    Una vela cilíndrica comienza a consumirse, de tal manera que el área de su superficie lateral disminuye a razón de $100\ mm^2/s$ y la longitud de su radio permanece constante, con $r = 6\ mm$. Calcule la rapidez con la que decrece su volumen.

14. (12 PUNTOS)

    Suponga que la producción de $x\ cajas$ tiene un costo total C cuya función es $C(x) = log(2) + \frac{1}{5}\sqrt{x^5}\ dólares$. Calcule la cantidad de $cajas$ producidas cuando el costo marginal es de $4\ dólares/caja$.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

15. (12 PUNTOS)

    Un cubo de hielo comienza a derretirse, de tal manera que su volumen disminuye a razón de $10\ mm^3/s$. Calcule la rapidez con la que decrece el área de la superficie total de este cubo, cuando su arista mide $5\ mm$.

16. (12 PUNTOS)

    Suponga que la producción de $x\ cajas$ tiene un costo total C cuya función es $C(x) = ln(10) + \frac{1}{2}\sqrt[3]{x^4}\ dólares$. Calcule la cantidad de $cajas$ producidas cuando el costo marginal es de $6\ dólares/caja$.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

17. (12 PUNTOS)

    Una bola de nieve rueda desde la cima de una montaña, de tal manera que el área de su superficie esférica aumenta a razón de $200\ cm^2/s$. Calcule la rapidez con la que aumenta el volumen de esta bola de nieve, cuando su radio mide $40\ cm$.

18. (12 PUNTOS)

    Suponga que la producción de $x\ cajas$ tiene un costo total C cuya función es $C(x) = log(e) + 2\sqrt[4]{x^5}\ dólares$. Calcule la cantidad de $cajas$ producidas cuando el costo marginal es de $5\ dólares/caja$.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

19. (12 PUNTOS)

    Un charco circular de agua comienza a evaporarse por el calor, de tal manera que su área disminuye a razón de $40\ cm^2/s$. Calcule la rapidez con la que decrece el perímetro de este charco, cuando su radio mide $80\ cm$.

20. (12 PUNTOS)

    Suponga que la producción de $x\ cajas$ tiene un costo total C cuya función es $C(x) = log_2(5) + \frac{3}{64}\sqrt[3]{x^5}\ \ dólares$. Calcule la cantidad de $cajas$ producidas cuando el costo marginal es de $5\ dólares/caja$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	13/septiembre/2021

Tema # 4

21. (16 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax+b}{(x-1)(x-4)}$$

(a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original f en $x_0 = 2$ tiene una pendiente cuyo valor es -1 y f tiene un punto de inflexión en x_0 , obtenga los valores de las constantes a y b.

(b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de f.

22. (16 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax+b}{(x-2)(x-3)}$$

(a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original f en $x_0 = 1$ tiene una pendiente cuyo valor es -1 y f tiene un punto de inflexión en x_0 , obtenga los valores de las constantes a y b.

(b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de f.

23. (16 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax+b}{(x-2)(x+1)}$$

(a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original f en $x_0 = 1$ tiene una pendiente cuyo valor es -2 y f tiene un punto de inflexión en x_0 , obtenga los valores de las constantes a y b.

(b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de f.

24. (16 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax+b}{(x+2)(x-1)}$$

(a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original f en $x_0 = 2$ tiene una pendiente cuyo valor es -1 y f tiene un punto de inflexión en x_0 , obtenga los valores de las constantes a y b.

(b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de f.

25. (16 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax+b}{(x-3)(x+2)}$$

(a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original f en $x_0 = 1$ tiene una pendiente cuyo valor es -1 y f tiene un punto de inflexión en x_0 , obtenga los valores de las constantes a y b.

(b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de f.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	13/septiembre/2021

Tema # 5

26. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \left(\frac{x}{a}\right)^2 e^{\frac{x}{a}}\, dx \quad ; \quad a \in \mathbb{R}^+$$

27. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{(ax)^2}{e^{ax}} dx \quad ; \quad a \in \mathbb{R}^+$$

28. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int (ax)^2 sen\left(\frac{x}{a}\right) dx \quad ; \quad a \in \mathbb{R}^+$$

29. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \left(\frac{x}{a}\right)^2 cos(ax)dx \quad ; \quad a \in \mathbb{R}^+$$

30. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int ln^2(ax)dx \quad ; \quad a \in \mathbb{R}^+$$

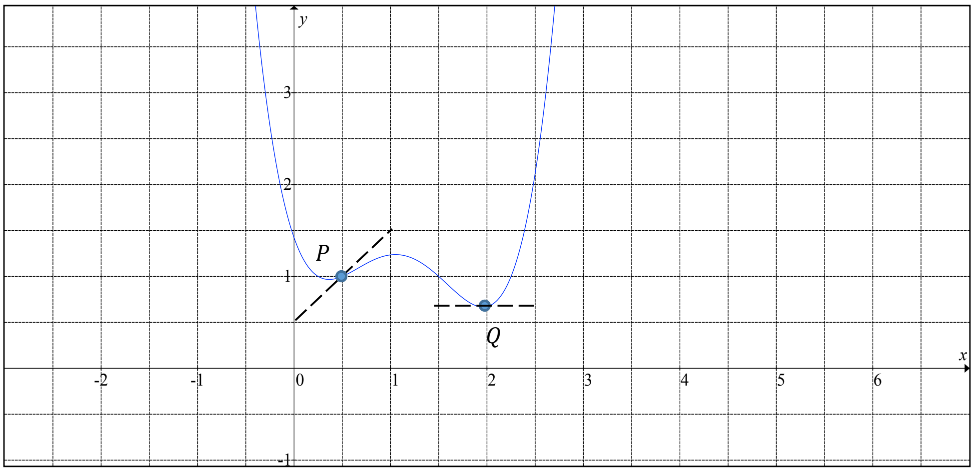
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	13/septiembre/2021

Tema # 6

31. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real f:

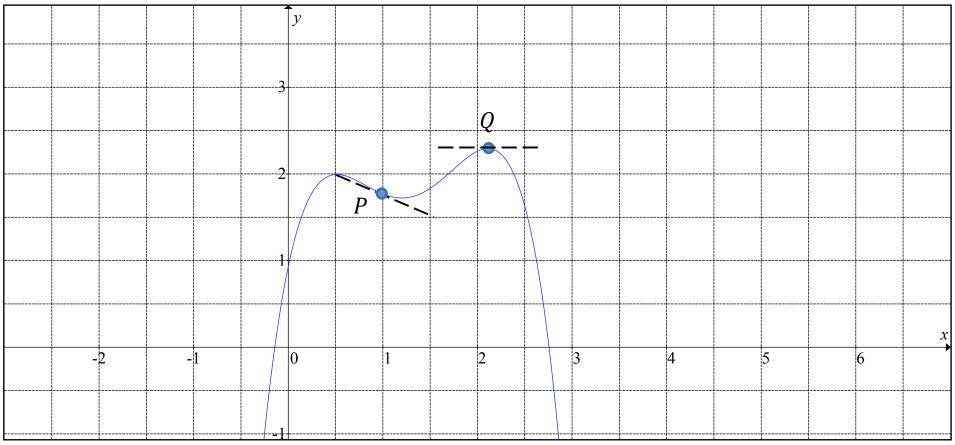


Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de f en $P\left(\frac{1}{2},1\right)$ y $Q\left(2,\frac{2}{3}\right)$. Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_{\frac{1}{2}}^{2} f'(x)\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^{2} f''(x)\,dx$$

32. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real f:

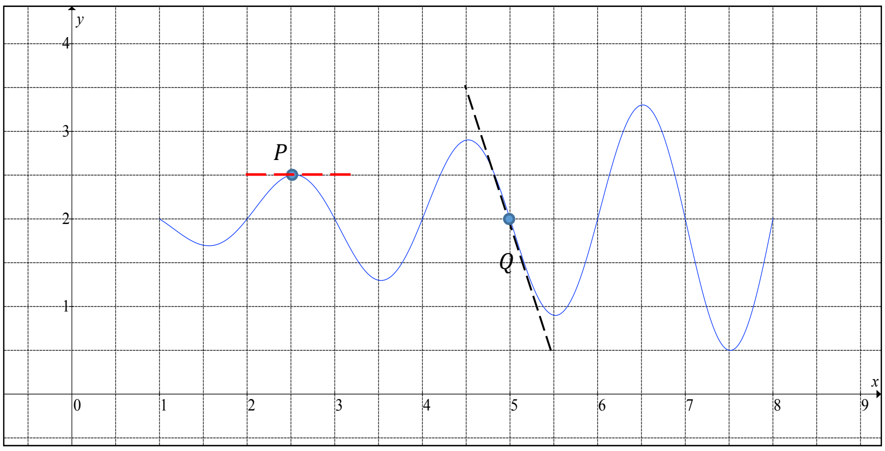


Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de f en $P\left(1,\frac{7}{4}\right)$ y $Q\left(\frac{11}{5},\frac{23}{10}\right)$. Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_{1}^{\frac{11}{5}} f'(x)\,dx + \int_{1}^{\frac{11}{5}} f''(x)\,dx$$

33. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real f:

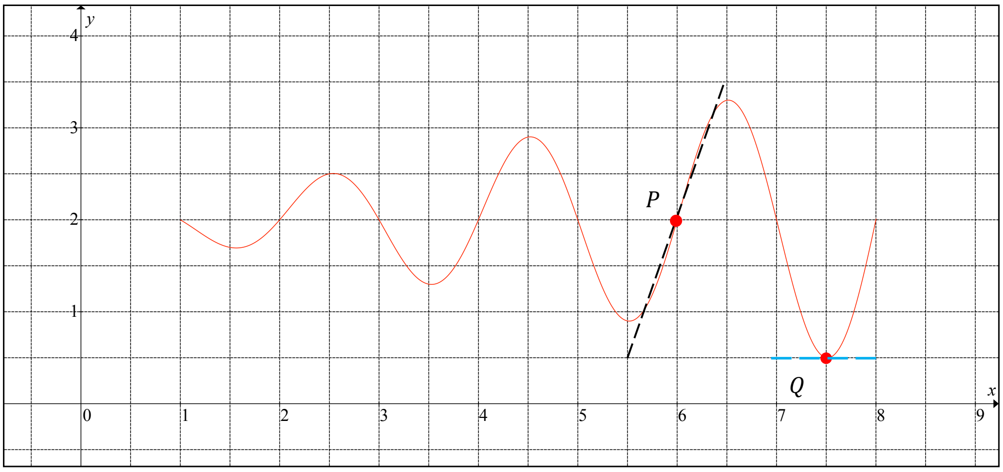


Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de f en $P\left(\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right)$ y $Q(5,2)$. Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_{\frac{5}{2}}^{5} f'(x)\,dx + \int_{\frac{5}{2}}^{5} f''(x)\,dx$$

34. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real f:

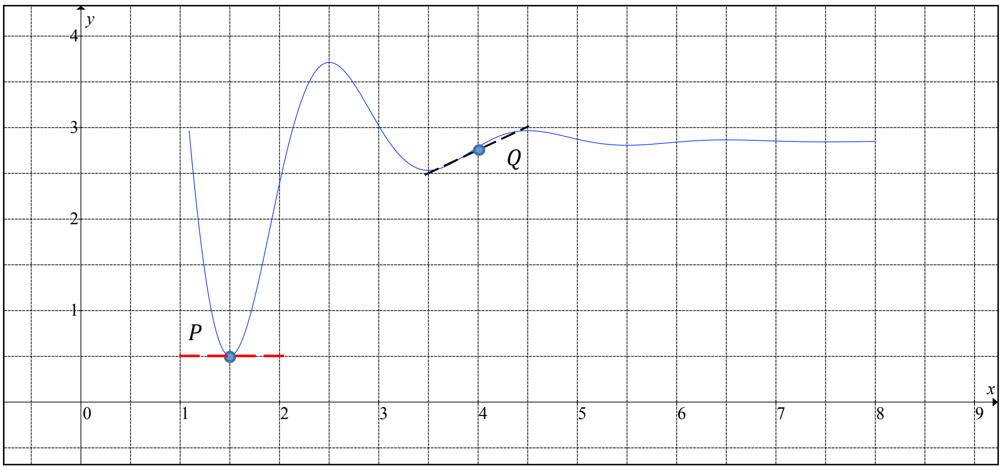


Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de f en $P(6,2)$ y $Q\left(\frac{15}{2},\frac{1}{2}\right)$. Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_{6}^{\frac{15}{2}} f'(x)\,dx + \int_{6}^{\frac{15}{2}} f''(x)\,dx$$

35. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real f:



Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de f en $P\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ y $Q\left(4,\frac{14}{5}\right)$. Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_{\frac{3}{2}}^{4} f'(x)\,dx + \int_{\frac{3}{2}}^{4} f''(x)\,dx$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	13/septiembre/2021

Tema # 7

36. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2\,, & 0\le x<1 \\ \dfrac{4}{x^2+1}\,, & x\ge 1 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función f y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de f y la recta $y=0$.

37. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 5-x\,, & 0\le x<1 \\ 4e^{-(x-1)}\,, & x\ge 1 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función f y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de f y la recta $y=0$.

38. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 2e^{x+2}\,, & x\le -2 \\ 1-\dfrac{x}{2}\,, & -2<x\le 0 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función f y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de f y la recta $y=0$.

39. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x^2+1}, & x < -1 \\ 4 - 3x^2, & -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función f y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de f y la recta $y = 0$.

40. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - e^{-(x-1)}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función f y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de f y la recta $y = 2$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	13/septiembre/2021

Tema # 8

41. (16 PUNTOS)

Sea R la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{\, (x, y) \in \mathbb{R}^2 \;/\; (y-1)^2 - 2 \leq x \leq -1 \,\}$$

Bosqueje R en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar R alrededor de la recta $x + 3 = 0$.

42. (16 PUNTOS)

Sea R la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{\, (x, y) \in \mathbb{R}^2 \;/\; 1 \leq y \leq 2 - (x+1)^2 \,\}$$

Bosqueje R en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar R alrededor de la recta $x + 3 = 0$.

43. (16 PUNTOS)

Sea R la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{\, (x, y) \in \mathbb{R}^2 \;/ -1 \leq x \leq -(y-1)^2 \,\}$$

Bosqueje R en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar R alrededor de la recta $y + 2 = 0$.

44. (16 PUNTOS)

Sea R la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ 1 \leq y \leq 2 - (x-1)^2 \}$$

Bosqueje R en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar R alrededor de la recta $y - 3 = 0$.

45. (16 PUNTOS)

Sea R la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \ / -1 \leq x \leq -(y+1)^2 \}$$

Bosqueje R en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar R alrededor de la recta $y + 3 = 0$.