Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

Año: 2025	**Período**: Primero
Materia: Cálculo I	**Profesora**: Mireya R. Bracamonte P.
Evaluación: Primera	**Tiempo de duración**: 120 minutos
Fecha: 30 de Junio de 2025	**Calificación obtenida** : /50

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material no permitido en el examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

En calidad de estudiante de ESPOL, asumo el compromiso de combatir la mediocridad y actuar con total honestidad. Por consiguiente, rechazo la práctica de copiar tanto en mis propios trabajos como en permitir que otros lo hagan.

Firma:.. Número de matrícula: ....

Instrucciones:

1. Antes de comenzar, verifique que el examen esté completo y que no haya páginas faltantes o errores de impresión. Si encuentra algún problema, notifíquelo al supervisor del examen de inmediato.
2. Administre su tiempo de manera efectiva para completar todas las preguntas dentro del límite de tiempo establecido.
3. Recuerde seguir las instrucciones específicas.
4. Trabaje de manera concentrada y evite distracciones durante todo el período de examen.
5. Mantenga un comportamiento adecuado y respetuoso en todo momento durante el examen. Cualquier violación de las normas de conducta puede resultar en consecuencias disciplinarias.
6. La presentación y el rigor de los detalles son fundamentales en el desarrollo del examen.

Parte I: Objetiva

A continuación, se presentan tres preguntas diseñadas para evaluar el estudio de la teoría, comprensión y análisis relacionados con los contenidos abordados. Responda como se indica en cada caso.

$\boxed{4}$ 1. Lea cuidadosamente los siguientes enunciados. Indique, en la casilla derecha, si se trata de un axioma o de un teorema.

Dados $a, b \in \mathbb{R}$, existe un único $x \in \mathbb{R}$ tal que $a + x = b$	
Para cada $x \in \mathbb{R}$ existe $y \in \mathbb{R}$ tal que $x + y = 0$.	
Dados los números reales a, b, se cumple una y sólo una de las siguientes afirmaciones: $a = b$, $a < b$ o $a > b$.	
Sean $x, y \in \mathbb{R}$. Si $x \cdot y = 0$, entonces $x = 0$ o $y = 0$.	

$\boxed{5}$ 2. Para cada afirmación, indique si es verdadera (V) o falsa (F) escribiendo **V** o **F** en el cuadrado que se encuentra a la izquierda de la afirmación, según sea el caso

1. ☐ Si $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$ significa que dado $\epsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que si
   . $0 < x - a < \delta$ entonce $|f(x) - L| < \epsilon$
2. ☐ Si $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$ existe entonces $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ también existe.
3. ☐ Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ significa que dado $\delta > 0$ existe $\epsilon > 0$ tal que si
   . $0 < |x - a| < \epsilon$ entonce $|f(x) - L| < \delta$
4. ☐ $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}$
5. ☐ Si $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ existe entonces $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ también existe.

$\boxed{4}$ 3. Determine si los siguientes conjuntos están acotados inferiormente y/o superior. Si lo están, identifique —en cada caso— el supremo, máximo, ínfimo y mínimo, y escríbalos en la casilla correspondiente en la tabla. Si alguno de estos valores no existe, escriba "NE" (No Existe) en el espacio correspondiente.

Conjunto	**Supremo**	**Máximo**	**ínfimo**	**Mínimo**
$\{4; 4,9; 4,99; 4,999; \cdots\}$				
$\{x \in \mathbb{R} : \lvert x\rvert > 1\}$				
$\{x \in \mathbb{R} : \lvert x\rvert \leq 2\}$				
$\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 3x + 2 < 0\}$				

Parte II: Desarrollo

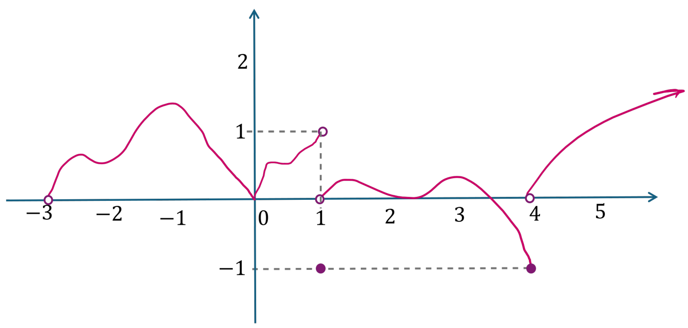
En esta sección, deberá resolver de forma clara y ordenada los ejercicios planteados. Se evaluará no solamente la respuesta final, sino también el procedimiento mostrado, la justificación de cada paso y la coherencia del razonamiento utilizado.

$\boxed{17}$ 1. Calcule los límites en cada uno de los siguientes casos:

1. $\displaystyle\lim_{x\to\pi} \frac{sen(x)+1}{cos(x)}$
2. $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^3-x^4-1+x}{x^2-x^3-1+x}$
3. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4x^2}{1-\sqrt{1-x}}$
4. $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{|x-1|}{x-1}$
5. $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x+1}}$
6. $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{sen(x-2)}{2-x}$

$\boxed{5}$ 2. Demuestre que $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{2}{x+1} = \frac{1}{2}$

$\boxed{10}$ 3. Dada la función $g(x) = \begin{cases} x & \text{si} \quad x < 1 \\ 2 & \text{si} \quad 1 \leq x \leq 4 \\ 5-x & \text{si} \quad x > 4 \end{cases}$ y la gráfica de la función f a la derecha.



Determine:

1. $\displaystyle\lim_{x\to 0}(f+g)(x)$
2. $\displaystyle\lim_{x\to 1^+}(f+g)(x)$
3. $\displaystyle\lim_{x\to 1^-}(f+g)(x)$
4. $\displaystyle\lim_{x\to 4^+}(f+g)(x)$
5. $\displaystyle\lim_{x\to 4^-}(f+g)(x)$

$\boxed{5}$ 4. Demuestre que para todo número real x, y se tiene que $2xy \leq x^2 + y^2$.

$\boxed{9}$ 5. Llene el siguiente cuadro de acuerdo a la definición de límite que corresponda.

Dado $\epsilon > 0$ existe $\delta > 0$ de tal forma que si $0 < \lvert 7 - x \rvert < \delta$ entonces $\lvert f(x) - 5 \rvert < \epsilon$	
	$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 5$

Dado $\epsilon > 0$ existe $\delta > 0$ de tal forma que si $0 < 6 - x < \delta$ entonces $\lvert f(x) - 5 \rvert < \epsilon$	

$\boxed{7}$ 6. Dada la función $f(x) = \begin{cases} kx - 3 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ x^2 + k & \text{si} \quad x > -1. \end{cases}$ Determine el valor de k para que $\lim_{x \to -1} f(x)$ exista.

$\boxed{15}$ 7. Calcular los siguiente límites.

(a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - x^4 - 1 + x}{x^2 - x^3 - 1 + x}$.

(b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{6-x} - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4}$

(c) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1 - \sqrt[3]{x}}{x - 1}$

(d) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{sen(x-2)}{2 - x}$