

AÑO:	2022 - 2023	PERIODO:	PAO - II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	24 enero 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esférico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

*Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y graficas.png al final de la evaluación en aula virtual.*

Tema 1. (30 puntos) La velocidad hacia arriba de un cohete se calcula con la fórmula:

$$v = u \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - qt} \right) - gt$$

Donde:

v = velocidad hacia arriba,

u = 1800 m/s, velocidad a que se expelle el combustible en relación con el cohete,

m₀ = 160 000 kg, masa inicial del cohete en el tiempo t = 0,

q = 2 500 kg/s, tasa de consumo de combustible y

g = 9.8 m/s², aceleración de la gravedad



Para determinar la altura alcanzada por el cohete en un vuelo de 30 segundos desarrolle la parte analítica con los siguientes métodos y compare los resultados.

- Utilice la regla de Simpson, en el planteamiento incluya la cantidad de tramos o segmentos a usar
- Use el método de cuadratura de Gauss para la misma cantidad de segmentos que el literal anterior
- Compare y comente los resultados, sobre los errores entre los métodos. Adjunte resultados py, txt, png.

Rúbrica: Planteamiento de tramos (5 puntos), integral con Simpson (10 puntos), cuadratura de Gauss (10 puntos), literal c (5 puntos).

Referencia: Chapra ejercicio 24.46 p701. NASA y SpaceX realizan con éxito el despegue del primer vuelo de EE. UU. hacia la Estación Espacial Internacional en nueve años. EFE 30 mayo 2020 <https://youtu.be/npcgpQUKAbg>

Tema 2. (35 puntos) En el libro titulado "Looking at History Through Mathematics", Rashevsky propone un modelo que se puede relacionar con el "protestantismo" en el siglo XVI como una reacción y denuncia de abusos impuestos sobre la sociedad de la época.



En un modelo de Rashevsky modificado con la ecuación logística de Verhulst, la población x(t) de individuos en la sociedad para cada año t, con tasas de natalidad b=0.02 y mortalidad d=0.015, cambia según la ecuación:

$$\frac{d}{dt}x(t) = bx(t) - d(x(t))^2$$

$$x(0) = 1$$

La cantidad de individuos “protestantes” $y(t)$ en la población se incrementa según la ecuación diferencial compuesta de dos términos.

$$\frac{d}{dt}y(t) = (by(t) - d(y(t))^2) + rb(x(t) - y(t))$$

$$y(0) = 0.01$$

El primer término supone que todas familias de padre y madre “protestantes” tienen hijos que también se identifican como tales.

El segundo término supone que una porción $r = 0.1$ de jóvenes descendientes de los “conformistas” al meditar sobre la situación actual, los hechos y los argumentos de protesta se convierten a “protestantes”.

- Realice el planteamiento del ejercicio usando Runge-Kutta de 2do Orden
- Desarrolle tres iteraciones para $x(t)$, $y(t)$ con tamaño de paso $h=0.5$.
- Usando el algoritmo, aproxime la solución entre $t=0$ a $t=200$ años, adjunte sus resultados en la evaluación.
- Realice una observación sobre el crecimiento de población $y(t)$ a lo largo del tiempo.

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (15 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos)

Referencia: Burden 5.2 Ejercicio 17 p276, Rashevsky, MIT 1968. pp102-110, Protestantismo

<https://es.wikipedia.org/wiki/Protestantismo>. 3Eva_IIT2014_T2 Crecimiento demográfico.

http://blog.espol.edu.ec/analisisnumerico/3eva_iit2014_t2-crecimiento-demografico/

Tema 3. (35puntos) Aproxime la solución a la siguiente ecuación diferencial parcial parabólica

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = b \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$0 \leq x \leq 1$$

Con las siguientes condiciones de frontera:

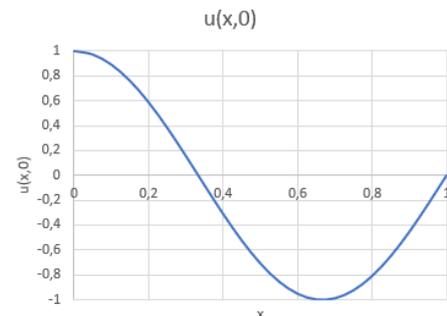
$$u(0,t)=1$$

$$u(1,t)=0$$

Y las condiciones iniciales

$$u(x,0) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}x\right)$$

Utilice diferencias finitas centradas para x , para t hacia adelante.



- Plantee las ecuaciones para usar un método numérico en un nodo i,j
- Realice la gráfica de malla,
- desarrolle y obtenga el modelo discreto para $u(x_i,t_j)$

Suponga que $b = 2$, Aproxime la solución con $\Delta x = 0.2$, $\Delta t = \Delta x/100$.

- Realice al menos tres iteraciones en el eje tiempo.
- Estime el error de $u(x_i,t_j)$, y presente observaciones sobre la convergencia del método.

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (5 puntos), literal d (15 puntos), literal e (5 puntos).

Referencia: Chapra & R. Canale (2010), Métodos Numéricos para Ingenieros. Ejercicio 30.15 p904. Solving the heat equation | DE3. 3Blue1Brown 16 Junio 2019. <https://youtu.be/ToIXSwZ1pJU?t=606>