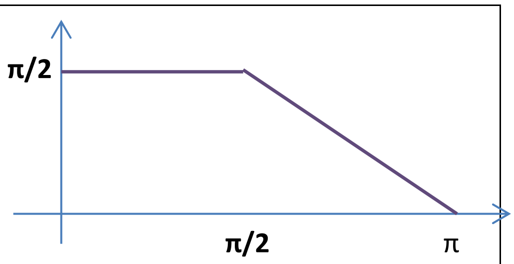
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS MATEMÁTICAS APLICADAS A LA INGENIERÍA Paraleo 3, Profesor: Pablo Álvarez Z.	

Yo, …………………………………………………………………………………. con número de matrícula ……………………………………, estudiante del paralelo …….. , me comprometo a desarrollar los siguientes problemas con la información que he obtenido en mi investigación o desarrollado en clases.

Firma: ………………………………………….

De los temas de 1 a 4 elija tres temas para desarrollar, (sólo tres) y el tema de bono es opcional.

1. (25 puntos) Encuentre la serie de coseno de Fourier, bosqueje su gráfica y su extensión periódica

f(x)	

2. (25 puntos) Encuentre los eigenvalores y eigenfunciones. Verifique la ortogonalidad

$$y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, y'(L) = 0$$

3. (25 puntos) Encuentre la transformada $\hat{f}_s(w)$, para $f(x) = \begin{cases} x^2, & si\ 0 < x < 1 \\ 0, & si \quad x > 1 \end{cases}$

4. (25 puntos) Encuentre $F_s\left(xe^{-x^2/2}\right)$ de 4.b y una fórmula adecuada en la tabla I de la sección 11.10

5. Bono (10 puntos) Sea f(x) una función representada por la integral de Fourier

$$\int_0^\infty A(w)\cos(wx)\,dw$$

Donde $A(w) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty f(t)\cos(wt)\,dt$, demuestre que la función $f(ax)$ se representa por la integral de Fourier

$\frac{1}{a}\int_0^\infty A\left(\frac{w}{a}\right)\cos(wx)\,dw$, a>0

Temas

1. Encontrar la temperatura u(x,t) en una barra de longitud L que está perfectamente aislada también en los extremos, en x=0 y en x=L, suponiendo que u(x,0)=f(x).
   Nota: $\mathrm{u}(0,\mathrm{t}) = \mathrm{k1}\frac{\partial \mathrm{u}(0,\mathrm{t})}{\partial \mathrm{x}}$, $\mathrm{u}(\mathrm{x},\mathrm{t}) = \mathrm{k2}\frac{\partial \mathrm{u}(0,\mathrm{t})}{\partial \mathrm{x}}$
   Esta situación corresponde a las condiciones
   $$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = c^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, 0 < x < L, t > 0$$
   $$u_x(0,t) = 0, u_x(L,t) = 0$$
   $$u(x,0) = f(x)$$

   Demuestre que el método de separación de variables aplicado en el problema proporciona la solución
   $$u(x,t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\left(\frac{cn\pi}{L}\right)^2 t}$$

   Donde $A_n = \frac{1}{L}\int_0^L f(x)\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$, $n = 1, 2, \ldots$

2. Obtenga la deflexión u(x,y,t) de la membrana vibrante cuadrada con
   $$a = b = 1, c^2 = 1$$
   Si la posición inicial es cero y la velocidad inicial es $\mathrm{g}(\mathrm{x},\mathrm{y}) = \mathrm{k}\ \mathrm{sen}(\pi x)\cos(\pi y)$
   Nota:
   El modelo es
   $$\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = c^2\left(\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2}\right)$$
   Y las soluciones
   $$u_{m,n}(x,y,t) = \left[B_{m,n}\cos(\lambda_{m,n}t) + B^*_{m,n}\mathrm{sen}\left(\lambda_{m,n}t\right)\right] sen\left(\frac{m\pi}{a}x\right) sen\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$
   m=1,2,…
   n=1,2,…
   son las eigenfunciones correspondientes a los eigenvalores $\lambda_{m,n} = c\pi\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$