**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

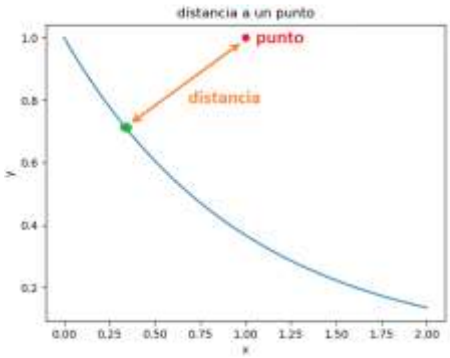
| | | | |
|---|---|---|---|
| AÑO: | 2020 - 2021 | PERIODO: | PAO - I |
| MATERIA: | MATG1052 Métodos Numéricos | PROFESOR: | Pablo Álvarez, Joseph Páez, Edison Del Rosario |
| EVALUACIÓN: | 3ra Evaluación | FECHA: | 22-septiembre-2020 |



**Tema 1**. (30 puntos) Calcule el punto de la curva en el plano x-y definida por la función

$$y = e^{-x},\ x \in R$$

que se encuentra más cercano al **punto**(1, 1).




a. Encuentre un intervalo apropiado para aproximar este valor mediante el método de Newton.
b. Usando este método, elabore una tabla que contenga las columnas de la tabla mostrada:
donde f(x) = 0 define el problema a resolver y

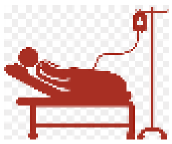
$$E_n = |x_{n+1} - x_n|,\ n \geq 0.$$

Use como criterio de parada $E_n \leq 10^{-7}$.
Para los cálculos utilice todos los decimales que muestra la calculadora.

| n | $x_n$ | $f(x_n)$ | $E_n$ |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

**Rúbrica**: literal a (5 puntos), planteamiento del método (5 puntos). iteraciones (15 puntos), cálculo de errores (5 puntos)

**Tema 2**. (35 puntos) En 1927, Kermack y McKendrick propusieron un modelo epidemiológico no letal simplificado que divide a la población total en estados de S=**S**usceptible, I=**I**nfectado, R= **R**ecuperado. Las personas cambian de estado en un solo sentido S-I-R siguiendo la tasa de infección β y el periodo infeccioso promedio 1/γ; los recuperados adquieren inmunidad. Este modelo permite observar que pequeños aumentos de la tasa de contagio pueden dar lugar a grandes epidemias.

| | Susceptible  | Infectado  | Recuperado  |
|---|---|---|---|
| Relación | $\frac{dS}{dt} = -\beta SI$ | $\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$ | $\frac{dR}{dt} = \gamma I$ |
| Población ($t_0$ = 0) | $S(t_0) = 1$ | $I(t_0) = 0{,}001$ | $R(t_0) = 0$ |

Los valores de población se encuentran en miles, β = 1.4, γ = 4. Suponga que el tiempo se mide en días, h = 1.

a. Plantear la solución del sistema de EDO usando Runge-Kutta de 2do Orden
b. Desarrolle el ejercicio con al menos 3 iteraciones en el tiempo
c. Estimar el error del método aplicado

***Rúbrica***: conoce la fórmula de RK2 (5 puntos), plantea la fórmula de RK2 al sistema (5 puntos) literal b (20 puntos), literal c (5 puntos).
***Referencia***: Modelo SIR https://es.wikipedia.org/wiki/Modelo_SIR. Modelaje matemático de epidemias https://es.wikipedia.org/wiki/Modelaje_matem%C3%A1tico_de_epidemias

**Tema 3**. (35 puntos) Desarrolle con el método implícito para aproximar la solución de la EDP

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = g(x)$$

$$u(x,0) = f(x)$$
$$u(0,t) = 0$$
$$u(1,t) = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} 5x, & 0 \leq x \leq 0.5 \\ 5(1-x), & 0.5 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = 2, \qquad 0 \leq x \leq 1$$

Considere para h=0.25, k=0.05, c=1

a) Grafique la malla
b) Escriba las ecuaciones para las derivadas
c) Plantee las ecuaciones
d) Resuelva para tres pasos
e) Estime el error (solo plantear)

*Rúbrica*: literal a (5 puntos), literal b (5puntos), literal c (10 puntos), literal d (10 puntos), literal e (5 puntos)