

AÑO:	2020 - 2021	PERIODO:	PAO - I
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Pablo Álvarez, Joseph Páez, Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	3ra Evaluación	FECHA:	22-septiembre-2020

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

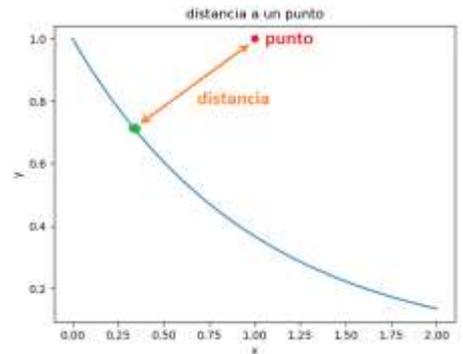
"Como estudiante de ESPOI me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Tema 1. (30 puntos) Calcule el punto de la curva en el plano x-y definida por la función

$$y = e^{-x}, x \in \mathbb{R}$$

que se encuentra más cercano al **punto**(1, 1).



- Encuentre un intervalo apropiado para aproximar este valor mediante el método de Newton.
- Usando este método, elabore una tabla que contenga las columnas de la tabla mostrada:

donde $f(x) = 0$ define el problema a resolver y

$$E_n = |x_{n+1} - x_n|, n \geq 0.$$

Use como criterio de parada $E_n \leq 10^{-7}$.

Para los cálculos utilice todos los decimales que muestra la calculadora.

n	x_n	$f(x_n)$	E_n

Rúbrica: literal a (5 puntos), planteamiento del método (5 puntos). iteraciones (15 puntos), cálculo de errores (5 puntos)

Tema 2. (35 puntos) En 1927, Kermack y McKendrick propusieron un modelo epidemiológico no letal simplificado que divide a la población total en estados de S=Susceptible, I=Infectado, R= Recuperado. Las personas cambian de estado en un solo sentido S-I-R siguiendo la tasa de infección β y el periodo infeccioso promedio $1/\gamma$; los recuperados adquieren inmunidad. Este modelo permite observar que pequeños aumentos de la tasa de contagio pueden dar lugar a grandes epidemias.

	Susceptible 	Infectado 	Recuperado
Relación	$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$	$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$	$\frac{dR}{dt} = \gamma I$
Población ($t_0 = 0$)	$S(t_0) = 1$	$I(t_0) = 0,001$	$R(t_0) = 0$

Los valores de población se encuentran en miles, $\beta = 1.4$, $\gamma = 4$. Suponga que el tiempo se mide en días, $h = 1$.

- Plantear la solución del sistema de EDO usando Runge-Kutta de 2do Orden
- Desarrolle el ejercicio con al menos 3 iteraciones en el tiempo
- Estimar el error del método aplicado

Rúbrica: conoce la fórmula de RK2 (5 puntos), plantea la fórmula de RK2 al sistema (5 puntos) literal b (20 puntos), literal c (5 puntos).

Referencia: Modelo SIR https://es.wikipedia.org/wiki/Modelo_SIR. Modelaje matemático de epidemias https://es.wikipedia.org/wiki/Modelaje_matem%C3%A1tico_de_epidemias

Tema 3. (35 puntos) Desarrolle con el método implícito para aproximar la solución de la EDP

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = g(x)$$

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= f(x) \\ u(0, t) &= 0 \\ u(1, t) &= 0 \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{cases} 5x, & 0 \leq x \leq 0.5 \\ 5(1-x), & 0.5 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = 2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

Considere para $h=0.25$, $k=0.05$, $c=1$

- Grafique la malla
- Escriba las ecuaciones para las derivadas
- Plantee las ecuaciones
- Resuelva para tres pasos
- Estime el error (solo plantear)

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5puntos), literal c (10 puntos), literal d (10 puntos), literal e (5 puntos)