

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**



**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

**PROYECTO DE GRADUACIÓN**

**PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:**

**MAGÍSTER EN EDUCACIÓN**

**CON MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

**TEMA**

**“DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA DE APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (ABP) PARA LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO INTERNACIONAL”**

**AUTOR**

**HELIODORO HEREDIA RUBIO**

**GUAYAQUIL - ECUADOR**

**AÑO**

**2017**

## DEDICATORIA

Dedico este proyecto de graduación a Dios, por haberme dado la fortaleza necesaria para culminar con éxito mi trabajo.

A mi Mamita Blanca Rubio con amor le dedico mi esfuerzo y dedicación al proyecto.

A mi amada esposa, Shirley Villamar por estar siempre a mi lado, apoyándome a que termine el proyecto.

A mis adoradas tres hijas: Adrianita, Pamelita y Milena Heredia y mi nieta Lía Valentina por brindarme siempre sus alegrías, tristezas, cariño y respeto.

## **AGRADECIMIENTO**

Le agradezco a Dios por haberme acompañado y guiado a lo largo de mi vida, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad.

Le doy gracias a mi Mamá Blanquita Rubio por apoyarme en todo momento, por los valores que me ha inculcado.

A los directivos de la ESPOL, por permitirme ingresar y culminar satisfactoriamente mis estudios de la Maestría en la FCNM. A todos los Docentes de la maestría que impartieron sus conocimientos y supieron desarrollar mis capacidades y valores durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

A mi Directora del proyecto, MSc. Zenaida Alcívar Párraga por su esfuerzo y dedicación quien, con sus conocimientos, su experiencia, su paciencia y su motivación ha logrado en mí que pueda terminar con éxito mi proyecto de graduación.

A mis compañeros maestrantes por haber compartido sus valiosas experiencias durante estos tres años de estudio.

Y a la MSc. Fabiola Andrade, Rectora de la Unidad Educativa Fiscal Réplica Guayaquil por permitirme hacer mi trabajo de investigación con los estudiantes y Docentes de la Institución.

# DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Graduación, me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Departamento de Matemáticas** de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.

---

**Lic. Helidoro Heredia Rubio**

# TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



---

Francisco Vera Alcivar, PhD.  
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL



---

M.S.C. Zenaida Alcivar Párraga  
DIRECTORA DE TESIS



---

M.Ed. Sonia Reyes Ramos  
VOCAL DEL TRIBUNAL

# AUTOR DEL PROYECTO DE GRADUACIÓN

---

Lic. Helidoro Heredia Rubio

## Contenido

DEDICATORIA .....	II
AGRADECIMIENTO .....	III
DECLARACIÓN EXPRESA .....	IV
TRIBUNAL DE GRADUACIÓN .....	V
AUTOR DEL PROYECTO DE GRADUACIÓN.....	VI
ÍNDICE DE CUADROS .....	X
ÍNDICE DE GRÁFICOS .....	XI
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES .....	XII
ABREVIATURAS Y SIGLAS .....	XIII
RESUMEN.....	XIV
ABSTRACT.....	XV
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I.....	1
1. EL PROBLEMA.....	1
1.1. Antecedentes.....	1
1.2. Planteamiento del problema .....	3
1.3. Objetivos.....	4
1.3.1. Objetivo General.....	4
1.3.2. Objetivos Específicos.....	5
1.4. Justificación .....	5
1.5. Hipótesis y variables .....	6
CAPÍTULO II.....	7
2. MARCO TEÓRICO .....	7
2.1 El Constructivismo y la enseñanza de la Matemática.....	7
2.2 Ciclo de aprendizaje de Kolb .....	9
2.3 Metodología Aprendizaje Basado en Problemas.....	11
2.4 Método de Polya en la resolución de problemas.....	12
2.5 Actividades y responsabilidades del profesor y del estudiante.....	13
2.5.1 Actividades previas al planteamiento del problema.....	14
2.5.2 Actividades y responsabilidades del docente.....	15

2.5.3	Actividades y responsabilidades del estudiante .....	16
2.5.4	Responsabilidades de los estudiantes al trabajar en el ABP .....	16
2.6	Aprendizajes que fomenta el uso del ABP .....	17
2.6.1	Características del ABP .....	18
2.6.2	Ventajas del ABP .....	19
2.6.3	Desventajas del ABP .....	20
2.6.4	Proceso de aprendizaje tradicional y el aprendizaje con ABP .....	21
2.7	La evaluación en el ABP .....	23
2.8.	Dificultades y barreras en práctica el ABP cómo Técnica Didáctica .....	26
2.9.	Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico .....	27
2.10.	Funciones .....	29
2.11.	Dominio y recorrido de una función.....	30
2.12.	Modelos lineales .....	33
2.13.	Modelos cuadráticos .....	39
2.14.	Intersección de dos funciones cuadráticas.....	44
2.15.	Pasos en el proceso de interacción en el ABP .....	48
CAPÍTULO III.....		50
3.	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	50
3.1.	Diseño de la investigación .....	50
3.2.	Tipo de investigación .....	51
3.3.	Población.....	51
3.4.	Instrumentos de la investigación .....	52
3.5.	Planteamiento de la hipótesis .....	53
3.6.	Análisis de los Resultados de la Prueba Pre-test del 1° año de BI.....	54
3.6.	Análisis de los resultados de la prueba Post-test .....	56
CAPÍTULO IV .....		63
4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	63
ANÁLISIS DE ENCUESTA A DOCENTES .....		64
ANÁLISIS DE ENCUESTA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO INTERNACIONAL.....		74
CAPÍTULO V .....		84
5.	LA PROPUESTA .....	84

5.6.	Título de la propuesta .....	84
5.7.	Justificación .....	84
5.8.	Diseño de actividades según el ABP.....	85

+

## ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro N° 1: Proceso aprendizaje tradicional y proceso del ABP .....	22
Cuadro N° 2: Algunas funciones cuadráticas .....	39
Cuadro N° 3: Valores de la función $fx = x^2$ .....	41
Cuadro N° 4:Tabla de valores de $fx = x^2 + 3x + 2$ .....	42
Cuadro N° 5: Población.....	52
Cuadro N° 6: Análisis Estadístico de las pruebas Pre-Test de 1° “A” BI.....	54
Cuadro N° 7: Análisis Estadístico de la Prueba Pre-Test - 1° “B” BI.....	56
Cuadro N° 8: Registro de Notas de la Prueba Post-Test de 1° año BI .....	57
Cuadro N° 9: Nivel de significancia para la prueba de hipótesis.....	60
Cuadro N° 10: Variables con resultados .....	60
Cuadro N° 11: Prueba z para medias de dos muestras en Excel 2010 .....	61
Cuadro N° 12: Aplica alguna dinámica antes de empezar la clase.....	64
Cuadro N° 13: Ha realizado investigación de estrategias innovadoras.....	65
Cuadro N° 14: Ha recibido capacitación de la Metodología ABP.....	66
Cuadro N° 15: La metodología ABP en la matemática mejora el rendimiento. ...	67
Cuadro N° 16: Aplica, talleres relacionados con la resolución de problemas. ....	68
Cuadro N° 17: Utiliza el método de Polya para resolver problemas .....	69
Cuadro N° 18: La metodología ABP mejora pensamiento crítico .....	70
Cuadro N° 19: El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje .....	71
Cuadro N° 20 : Manipula las Tics para graficar funciones matemáticas .....	72
Cuadro N° 21:Trabaja Laboratorio de computación y enseñar matemática.....	73
Cuadro N° 22: El docente realiza motivaciones para atraer su atención .....	74
Cuadro N° 23: Profesor aplica estrategias para resolver problemas .....	75
Cuadro N° 24: La metodología ABP ayuda a, comprender los conceptos.....	76
Cuadro N° 25: Cuando realiza talleres, el maestro propicia debates.....	77
Cuadro N° 26: Busca maneras y métodos para resolver un problema .....	78
Cuadro N° 27: Actividades ayudan a funciones lineales y cuadráticas.....	79
Cuadro N° 28: El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje .....	80
Cuadro N° 29: Existe retroalimentación del Docente, a los equipos.....	81
Cuadro N° 30: El tiempo para resolver cada actividad es apropiado. ....	82
Cuadro N° 31: El método ABP desarrolla habilidades que estimulan interés .....	83
Cuadro N° 32: Función Costo .....	89
Cuadro N° 33: Función Ingreso.....	90
Cuadro N° 34: Función Utilidad.....	91
Cuadro N° 35: Problema verificado .....	93

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico N° 1: Análisis Estadístico de las pruebas Pre-Test paralelo A .....	55
Gráfico N° 2: Análisis Estadístico de las pruebas Pre-Test paralelo B .....	56
Gráfico N° 3: Análisis Estadístico de las pruebas Post-Test paralelo A.....	58
Gráfico N° 4: Análisis Estadístico de las pruebas Post-Test paralelo B.....	59
Gráfico N° 5: Campana de Gauss .....	61
Gráfico N° 6: Prueba z para medias de dos muestras.....	62
Gráfico N° 7: Aplica alguna dinámica antes de empezar la clase .....	64
Gráfico N° 8: Ha realizado investigación de estrategias innovadoras.....	65
Gráfico N° 9: Ha recibido capacitación de la Metodología ABP.....	66
Gráfico N° 10: La metodología ABP en la matemática mejora el rendimiento. ...	67
Gráfico N° 11: Aplica, talleres relacionados con la resolución de problemas.....	68
Gráfico N° 12: Utiliza el método de Polya para resolver problemas. ....	69
Gráfico N° 13: La metodología ABP mejora pensamiento crítico.....	70
Gráfico N° 14: El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje .....	71
Gráfico N° 15: Manipula las Tics para graficar funciones matemáticas. ....	72
Gráfico N° 16: Trabaja Laboratorio de computación y enseñar matemática .....	73
Gráfico N° 17: El docente realiza motivaciones para atraer su atención .....	74
Gráfico N° 18: Profesor aplica estrategias para resolver problemas .....	75
Gráfico N° 19: La metodología ABP ayuda a, comprender los conceptos .....	76
Gráfico N° 20: Cuando realiza talleres, el maestro propicia debates .....	77
Gráfico N° 21: Busca maneras y métodos para resolver un problema .....	78
Gráfico N° 22: Actividades ayudan a funciones lineales y cuadráticas .....	79
Gráfico N° 23: El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje .....	80
Gráfico N° 24: Existe retroalimentación del Docente, a los equipos .....	81
Gráfico N° 25: El tiempo para resolver cada actividad es apropiado. ....	82
Gráfico N° 26: El método ABP desarrolla habilidades que estimulan interés.....	83
Gráfico N° 27: Función Costo.....	90
Gráfico N° 28: Función Ingreso .....	91
Gráfico N° 29: Función Utilidad .....	92

# ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración N° 1: Ciclo de aprendizaje de Kolb.....	10
Ilustración N° 2: Función .....	30
Ilustración N° 3: Relación.....	30
Ilustración N° 4: Diagrama de la notación de la función .....	31
Ilustración N° 5: Modelos Matemáticos .....	33
Ilustración N°6: Función lineal.....	34
Ilustración N° 7: Gráfica y(kilómetros) versus x(millas) .....	35
Ilustración 8: Fórmula de Costo .....	36
Ilustración N° 9: Fórmula de ingreso .....	37
Ilustración 10:Fórmula de Utilidad .....	37
Ilustración 11: Punto de equilibrio .....	38
Ilustración 12: Interpretación geométrica de la utilidad.....	38
Ilustración 13: Gráfica de una función cuadrática, cuando $a > 0$ .....	40
Ilustración 14: Gráfica de una función cuadrática $ax^2 + bx + c$ , cuando $a < 0$ .40	
Ilustración 15: Función cuadrática $fx = ax^2$ , cuando $a > 0$ .....	41
Ilustración 16: Gráfica de la función cuadrática $fx = x^2 + 3x + 2$ .....	43
Ilustración 17: Método gráfico de la intersección de dos funciones .....	44
Ilustración 18: Calculadora Casio fx-9860GII SD .....	85
Ilustración 19: Laboratorio de Computación .....	86
Ilustración 20: Biblioteca del Colegio .....	86
Ilustración 21: Datos de la situación de la Actividad 1 .....	89
Ilustración 22: Datos de la situación del Problema 1 de la Actividad 2 .....	97
Ilustración 23: Gráfica de Punto de equilibrio de un Fábrica .....	98
Ilustración 24: Grafico de Depreciación lineal .....	100
Ilustración 25: Gráfica de demanda lineal .....	105
Ilustración 26: Tiro Parabólico.....	109
Ilustración 27: Función cuadrática $Ax = -x^2 + 85x$ .....	112

## ABREVIATURAS Y SIGLAS

<b>ABP</b>	Aprendizaje Basado en Problemas
<b>BI</b>	Bachillerato Internacional
<b>EEUU</b>	Estados Unidos
<b>SIME</b>	Sistema de Información Ministerio de Educación
<b>SSCC</b>	Sagrados Corazones
<b>DAR</b>	Domina los Aprendizajes Requeridos
<b>AAR</b>	Alcanza el Aprendizaje Requerida
<b>PAAR</b>	Próximo Alcanzar los Aprendizajes Requeridos
<b>NAAR</b>	No Alcanza los Aprendizajes Requeridos
<b>H<sub>0</sub></b>	Hipótesis Nula
<b>H<sub>1</sub></b>	Hipótesis Alternativa
<b>H<sub>a</sub></b>	Hipótesis Alterna
<b>TICs</b>	Tecnologías de la Información y Comunicación
<b>Km</b>	Kilómetro
<b>Img</b>	Imagen de una función
<b>Dom</b>	Dominio de una función

## RESUMEN

El trabajo de graduación, acerca de la metodología del ABP en el área de Matemática, fue un gran aporte a la educación en particular, ya que se integró una propuesta donde se trabajó con recursos variados, y así se logró mejorar el rendimiento académico de Estudios Matemáticos en la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas entre dos grupos de estudiantes del primer año de Bachillerato Internacional. De acuerdo a la hipótesis planteada, se dio solución al problema, lo que mejoro el rendimiento del grupo de estudiantes que trabajaron con la metodología ABP y con las funcione lineales y cuadráticas, se consiguió, que los mismos, desarrollen las competencias y habilidades matemáticas, procurando mejoren su rendimiento académico. Con respecto al grupo al que no se le aplicó las estrategias del ABP, los educandos, muestran poco interés, motivación y bajo nivel a la resolución de problemas lo que no demuestran aceptación a la Matemática. Se administraron reactivos matemáticos utilizando el Pre test y Post test, es decir antes de iniciar el desarrollo del proyecto y cuando se culminó el mismo, se lo ejecutó a dos paralelos: uno experimental y otro de control; También se aplicaron dos encuestas: una a los estudiantes y otra a los docentes. Al plantear los problemas de funciones lineales y cuadráticas se evidenció las falencias en el proceso de interaprendizaje. Con la aplicación de una metodología tradicional a los estudiantes, serias dificultades con el análisis, interpretación y aplicación de dichas funciones. El otro grupo que recibió la metodología ABP se motivó y prestó mayor interés con las actividades grupales e individuales que se realizaron en el aula y en el laboratorio. En conclusión, los estudios matemáticos basada en la resolución de problemas mejoraron significativamente el rendimiento académico de los estudiantes.

### **Palabras claves**

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), Rendimiento académico, Funciones lineales y cuadráticas, Prueba Pre-Test y Post-Test, Proceso de interaprendizaje,

## **ABSTRACT**

Graduation work on the methodology of the BPA in the area of Mathematics was a great contribution to education since it integrated a proposal where they worked with varied resources, and thus it was possible to improve the academic performance of Studies Mathematicians in the teaching of linear and quadratic functions between two groups of students of the first year of International Baccalaureate. According to the hypothesis presented, the problem was solved, which improved the performance of the group of students who worked with the ABP methodology and with the linear and quadratic functions. The students were able to develop mathematical skills and abilities, Improving their academic performance. With respect to the group to which the strategies of the BPA were not applied, the students show little interest, motivation and low level to solve problems which do not show acceptance to Mathematics. Mathematical reagents were administered using the Pre-test and Post-test, that is to say before starting the development of the project and when it was completed, it was executed in two parallels: one experimental and one control; Two surveys were also applied: one to the students and another to the teachers. When we presented the problems of linear and quadratic functions, the shortcomings in the inter-learning process were evidenced. With the application of a traditional methodology to the students, serious difficulties with the analysis, interpretation and application of these functions. The other group that received the ABP methodology was motivated and gave more interest with the group and individual activities that were carried out in the classroom and in the laboratory. In conclusion, mathematical studies based on problem solving significantly improved students' academic performance.

### **Keywords**

Problem-Based Learning (ABP), Academic performance, linear and quadratic Functions, Pre-Test and Post-Test, Interlining process.

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación, tiene como objetivo esencial identificar las dificultades que exteriorizan los estudiantes del primer año de bachillerato internacional al momento de trabajar específicamente en el área de Matemática con las funciones lineales y cuadráticas. Para ello se ha incorporado en el desarrollo de las actividades la metodología del ABP (Aprendizaje basado en problemas), de tal manera que, los estudiantes logren conectarlas con el conocimiento de la misma y con otras disciplinas.

Esta perspectiva, permiten al docente ser el guía en el aprendizaje en el cual presenta, la situación problema a los estudiantes para que puedan resolverlos y vincularlos con la vida práctica. Este modelo, es flexible y contribuye al análisis y la síntesis en el proceso de aprendizaje, basados en la reflexión crítica, priorizando las concepciones primordiales y promueve la transferencia a nuevas situaciones de aprendizaje personales o grupales. Además, despierta el interés por lo que se asimila; la motivación es un factor determinante para tener una actitud entusiasta en la solución del problema.

En Matemática, las funciones lineales y cuadráticas tienen gran importancia, porque permiten resolver problemas de la ciencia y de la vida cotidiana. La direccionalidad que toma las nociones tradicionales, se cambia a otra tarea con una metodología de ABP, en primera instancia, se muestra una serie de ejercicios por parte del docente de funciones lineales y cuadráticas y darle su aplicación en la repetición de los mismos, parecidos a los trabajados en el aula con la dirección del mismo.

Para iniciar el ABP en el área de Matemática, en las funciones lineales y cuadráticas, primero hay que encontrar el esbozo de la dificultad, luego la estimulación que permite llegar a la identificar, es decir las necesidades de aprendizaje.

El desarrollo del pensamiento matemático ha evolucionado cualitativamente, a la par con la transición de una sociedad industrial a una sociedad del conocimiento.

En la actualidad, la acumulación de conocimiento en todas las áreas es tal, que resulta imposible aprenderlo todo. De ahí que uno de los objetivos más valorados actualmente sea el de formar a los estudiantes para que agreguen a su rol como estudiantes, los calificativos de autónomos, independientes y auto regulados, capaces de aprender a aprender.

Como menciona (Diaz, 1999), “en la actualidad parece que, precisamente, lo que los planes de estudio de todos los niveles educativos promueven, son aprendices altamente dependientes de la situación instruccional, con muchos o pocos conocimientos conceptuales sobre distintos temas disciplinares, pero con pocas herramientas o instrumentos cognitivos que les sirvan para enfrentar por sí mismos nuevas situaciones de aprendizaje pertenecientes a distintos dominios y útiles ante las más diversas situaciones”.

El pensamiento matemático puede proveer tales herramientas lo que, a su vez, permite superar un estancamiento acaso involuntario. Si lo que se pretende es conseguir un aprendizaje significativo, éste ha de estar basado en los esquemas propios de los estudiantes y no en un aprendizaje memorístico, existen dos alternativas: aprendizaje por recepción o bien aprendizaje por descubrimiento. Si convenimos en que los estudiantes no sólo deben aprender conceptos, sino procedimientos y estrategias generales entonces hemos de inclinarnos hacia el aprendizaje por descubrimiento.

Por tal razón **Fuente especificada no válida**. Señala que la función es un concepto trascendental en la comprensión de la matemática y que desarrolla en los estudiantes una sensibilidad para las funciones debe ser uno de los objetivos primordiales del currículum.

## CAPÍTULO I

### 1. EL PROBLEMA

#### 1.1. Antecedentes

Los trabajos son ampliamente usados, tanto en la vida cotidiana como en la ciencia, los negocios, y la ingeniería. Por tanto, las funciones cuadráticas ayudan a pronosticar ganancias y pérdidas en las actividades comerciales. Comúnmente durante el interaprendizaje de la Matemática en los estudiantes de primer año de bachillerato se utilizan las ecuaciones lineales y cuadráticas en situaciones donde dos cosas se multiplican juntas y ambas dependen de la misma variable (Martínez García, 2015).

Durante el aprendizaje los estudiantes presentan deficiencias conceptuales y falta de coordinación entre los registros algebraico, gráfico y lenguaje natural. Debido a, que están poco familiarizados en las funciones de coordinar la lectura de un hecho expresado en un registro determinado y en la expresión o formulación en lenguaje natural y, a la inversa.

En los años cuarenta, se encontró un modelo de solución de problemas que describía los procesos cognitivos que desarrollaban para resolver correctamente problemas matemáticos, y dio pautas para realizar correctamente estos procesos (Polya, 1986), sin embargo, este trabajo sufre una importante interrupción temporal, durante varias décadas el estudio de la solución de problemas matemáticos aplicando lo enseñado.

En los años ochenta, bajo el paradigma general del aprendizaje constructivista, y más concretamente bajo el auspicio del movimiento de los estándares, del National Council of Teachers of Mathematics de EEUU, cuando se revitaliza el estudio de la matemática, y se da a la solución de problemas la importancia que merece. Este movimiento propone una nueva visión de la enseñanza y el aprendizaje de la materia, presentando estrategias de aprendizaje basadas en el

aprendizaje conceptual, habilidades de comunicación matemática, y la solución de problemas (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Convirtiendo luego las clases de matemática en laboratorios de aprendizaje en que los estudiantes participaban activamente en tareas de solución de problemas, y abandonando los procedimientos repetidos de prácticas de cálculo a veces innecesaria.

El decreto de enseñanzas mínimas en la etapa de Educación Secundaria Obligatoria (SIME, 2006), establece que, para los tres primeros años, el número de horas dedicadas a lengua y Literatura era de 350 horas, mientras que las horas dedicadas a matemática eran 280.

Se aprecia que todavía se comete mayor injusticia con el estudio de la solución de problemas matemático, La idea extendida en las instituciones educativas hasta hace poco tiempo el interés del docente era que el estudiante aprenda a leer y escribir, y a utilizar las cuatro operaciones fundamentales (sumar, restar, multiplicar y dividir), lo que se les hizo muy dificultoso en su momento cuando se trataba de dar solución a los problemas matemáticos, utilizados en el salón de clases.

Los estudiantes con los que se ha trabajado tienen problemas con dificultades de aprendizaje específicamente localizadas en solución de problemas matemáticos. Desde este punto de vista, estos mismos son la población objetivo idónea para este proyecto, y se beneficiarán de este tipo de entrenamiento, ya que el mismo dirige exactamente a suplir las carencias y déficits de ellos.

De acuerdo a (Martínez, 2007), los estudiantes que trabajan por proyectos, mejoran su capacidad para trabajar en equipo, la motivación y el interés, permite aprender más rápido y a profundización, tienen menor estrés en el periodo de exámenes, la asignatura les resulta más fácil, placentera y atrayente, dan solución rápida al problema, mejoran las relaciones con el docente, los temas son transversales a otras disciplinas y mejoran la relación entre los compañeros.

## 1.2. Planteamiento del problema

El presente trabajo, constituye una investigación diagnóstica específica de tipo situacional, descriptivo – comparativa, porque se partió de una situación - problema, es decir, de una realidad; esto es, conocer el nivel de rendimiento académico en el área de matemática en estudiantes de primer año de Bachillerato Internacional.

En la actualidad, a pesar de los cambios que se han dado en la educación, se puede observar que existe un bajo rendimiento académico en los estudiantes del primer año de Bachillerato Internacional, principalmente en el área de matemáticas.

Se cree que una de las causas a este problema es la utilización de estrategias metodológicas inefectivas y en algunas ocasiones obsoletas, lo que no permite al estudiante un aprendizaje significativo en matemática de tal manera que crea un mundo complejo y hasta inservible para su diario vivir.

La matemática es una ciencia que enseña al estudiante a reflexionar y analizar problemas reales de la vida. Si bien es cierto resulta una ardua tarea realizar investigaciones específicas que describan o expliquen la naturaleza del éxito o fracaso académico; también es verdad que el acervo teórico y bibliográfico para sustentar una investigación de ésta naturaleza hoy en día resulta enriquecedor porque existen muchas investigaciones al respecto.

Por tal motivo, esta investigación parte de la observación y de la experiencia docente, en el cual se ha detectado que los estudiantes de primer año de Bachillerato Internacional, presentan problemas del bajo rendimiento académico en matemática especialmente en las funciones lineales y cuadráticas, por lo que manifiestan poco interés por el estudio, con escaso o poco razonamiento en la resolución de problemas reflejando una baja calificación en el aprovechamiento como en su disciplina.

Una de las razones es que, la educación debe instituir desarrollando valores y actitudes, donde se da un avance en el pensamiento y a la creatividad, como instrumentos del conocimiento, y en la práctica como estrategia de formación. Adaptado a las condiciones reales que permitan la formación holística, potenciadoras el desarrollo de la personalidad. con la metodología del ABP y instruirse en las funciones lineales y cuadráticas en estudiantes de primer año de Bachillerato Internacional, para un desempeño eficiente en el aprendizaje.

Tomando en cuenta que uno de los objetivos de la educación básica es lograr que la educación responda a las exigencias del desarrollo nacional y mundial, a la realidad económica, social y cultural del país; y, elevar la calidad del mismo, tanto en sus contenidos socialmente útiles.

Atendiendo a estas apremiantes, motiva a la autora, analizar las causas y posibles soluciones que determinen los problemas que existen en el bajo rendimiento de los estudiantes, que apuntan a la falta de razonamiento en la resolución de problemas. Para tratar de llegar a la solución del problema planteado se dará respuesta en todo el proyecto a la siguiente interrogante:

¿Qué incidencia tiene el diseño e Implementación de una Propuesta del ABP, para la enseñanza de matemática, en funciones lineales y cuadráticas de estudiantes de primer año de Bachillerato Internacional en el periodo lectivo 2016- 2017?

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo General**

Aplicar talleres pedagógicos, utilizando la metodología de ABP, para desarrollar el pensamiento lógico, crítico y creativo de los estudiantes de primer año de Bachillerato Internacional (BI) buscando centrar sus intereses de aprendizaje de una forma más didáctica.

### **1.3.2. Objetivos Específicos**

- Determinar las causas del bajo rendimiento académico de los estudiantes en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas.
- Diseñar una estrategia metodológica de aprendizaje para solucionar eficientemente problemas con variación lineal y cuadrática.
- Analizar los resultados obtenidos en la aplicación de los talleres pedagógicos a los educandos.

### **1.4. Justificación**

El trabajo de investigación es muy necesario, importante, relevante y pertinente pues buscará el desarrollo de habilidades y destrezas, para que el futuro ciudadano se prepare para la vida, a través del conocimiento y la comprensión donde el aprendizaje sea un éxito en la enseñanza de matemática, con las funciones lineales y cuadráticas de estudiantes de primer año de Bachillerato Internacional

De allí la importancia, ya que el ABC es una estrategia de interaprendizaje ya que permite el desarrollo del nuevo conocimiento, los que se logrará el trabajo en equipo entre compañeros y se le facilitare la tarea del docente, aprendiendo de esta manera a analizar y resolver problemas diseñado de manera puntual para así lograr el cumplimiento de los objetivos propuestos.

De allí la necesidad que, los docentes descubran que la tarea es ardua cuando se trata de orientar el aprendizaje de los estudiantes permitiendo ser capaces de enfrentar la realidad que les rodea siendo críticos, creadores, constructores de su aprendizaje.

Es de novedad científica ya que vincular la tecnología existente creando los propios modelos que se ajusten a la realidad donde se desenvuelven, para permitir que los estudiantes piensen estratégicamente reflexionando sobre cómo está aprendiendo, generando en ello un pensamiento lateral y descubran qué les puede servir del aprendizaje dado.

Es irrelevante ya que los educandos deben encuentren el gusto por aprender y que ese aprendizaje sea transferido a situaciones propias de la vida cotidiana, que la disponibilidad y el proceso los lleve a la elaboración de nuevos aprendizajes y de atribuir sentido a lo que aprenden.

Se dice que es conveniente, pues desarrollar la sensibilidad de los estudiantes, creando disciplinas integradoras; respondiendo a una auténtica de atención a la diversidad en la que se puedan identificar y establecer retos, ayudas y valoraciones propias de las características personales de cada uno de sus estudiantes, permitiéndoles la interacción entre ellos, aumentando sus posibilidades de aprendizaje, trabajando en equipo se potencia el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, así como la adquisición de valores.

## **1.5. Hipótesis y variables**

### **1.5.1. Hipótesis**

Si se diseñan talleres interactivos utilizando la metodología del ABP en funciones lineales y cuadráticas, entonces se conseguirá, que los estudiantes desarrollen las habilidades matemáticas y mejoren su rendimiento académico.

### **1.5.2. Categorización de las Variables**

#### **Variable independiente**

Si se diseñan talleres interactivos utilizando la metodología del ABP en funciones lineales y cuadráticas,

#### **Variable dependiente**

Se conseguirá, que los estudiantes desarrollen las habilidades matemáticas y mejoren su rendimiento académico.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1 El Constructivismo y la enseñanza de la Matemática

El constructivismo lo formuló mucho (Piaget, 1971 ),en su hipótesis del perfeccionamiento cognoscitivo, el cual se basó en una orientación holístico, el cual manifiesta que el estudiante construye su propio conocimiento, mediante diferentes medios como: leer, percibir, explorar y especialmente lo que trae como experiencia del medio exterior.

Aquí el autor trata de demostrar que, el conocimiento es activamente edificado por el sujeto, comienza de las experiencias previas, de esta manera el estudiante estará en capacidad de aprender el nuevo conocimiento. Donde se puede evidenciar procesos como: adaptación, acomodamiento, asimilación y equilibrio, siempre y cuando utilizando el aprendizaje como una actividad mental, donde se filtra todo lo nuevo que aprende y puede transferirlo al mundo circundante para originar su única realidad.

El autor considera además que, el provecho de la sabiduría, concentra su estudio en los objetos se ayuda con procesos intelectuales. Se trata de los diferentes instrumentos y técnicas que el hombre asimila y orienta hacia sí mismo para influir en sus propias funciones mentales. Se inventa un procedimiento muy grande de estímulos, donde el hombre domina sus sentimientos y sabiduría en el proceso de aprendizaje.

Vygotsky y Piaget, concuerdan en que el estudiante organiza de forma activa sus experiencias; sin embargo, sus perspectivas presentan algunas diferencias según el énfasis puesto en la dimensión social y cultural del desarrollo. Enfatizan que la realidad social juega un papel principal en la determinación del funcionamiento intelectual. En esencia, su teoría relaciona los fenómenos sociales y cognitivo. A través de la interacción social, los individuos crean las interpretaciones de las

situaciones, resuelven los propios conflictos, toman una u otra perspectiva, y negocian los significados compartidos.

Finalmente, todo conocimiento es construido, por ello el conocimiento matemático es edificado, al menos en parte, por medio de un proceso de atracción reflexiva, donde las estructuras cognitivas de los estudiantes se activan en los procesos de construcción, porque ellas están en desarrollo cognitivo, lo que lleva a una transformación de las existentes. Es decir que constantemente el que aprende está construyendo su propio conocimiento.

Sobre esta reflexión:

(Matos, 2010:25 ), **considera “El docente es un mediador no de manera declarativa, de hecho, debe asumir el reto de involucrarse en la construcción del conocimiento en el aula. Dentro de la praxis pedagógica integradora, el rol del docente debe ser percibido como promotor del aprendizaje, motivador y sensible.**

De acuerdo al autor los significados se cambian perenemente, al relacionarse y tratar el individuo de buscar el sentido de su experiencia en la interacción con otros. Los educadores que siguen esta orientación constructivista sostienen que hay diferentes formas de conocimiento, aunque priorizan las estrategias y procedimientos que favorecen que el estudiante construya el conocimiento más que enseñarlo explícitamente.

No se aprende sólo registrando en el cerebro, se aprende construyendo la propia estructura cognitiva. Para ello Confrey señala dos cometidos básicos para el investigador o profesor constructivista: El primero que el significado de las intuiciones de los sujetos está dentro del marco de la experiencia individual; y el segundo las invenciones y explicaciones tienen legítimo contenido epistemológico. Por tanto, el autor describe el primer supuesto de la perspectiva constructivista como:

(Comfrey, 1999:114). **El constructivismo considera la matemática como una creación humana, desafilada en el contexto cultural. Buscan la multiplicidad de significados, a través de las disciplinas, culturas, tratamientos históricos y aplicaciones. Suponen que a través de las actividades de reflexión y de comunicación y negociación de significados, la persona construye los conceptos matemáticos, los cuales le permiten estructurar la experiencia y resolver problemas. Así, se supone que las matemáticas contienen más que definiciones, teoremas, demostraciones y sus relaciones lógicas, incluyendo sus formas de representación, evolución de problemas y sus métodos de demostración y estándares de evidencia.**

El constructivismo logra que el estudiante construya su aprendizaje partiendo de sus experiencias previas y sea capaz de resolver problemas mediante el análisis y reflexión de las concepciones matemáticas logrando un aprendizaje significativo.

## 2.2 Ciclo de aprendizaje de Kolb

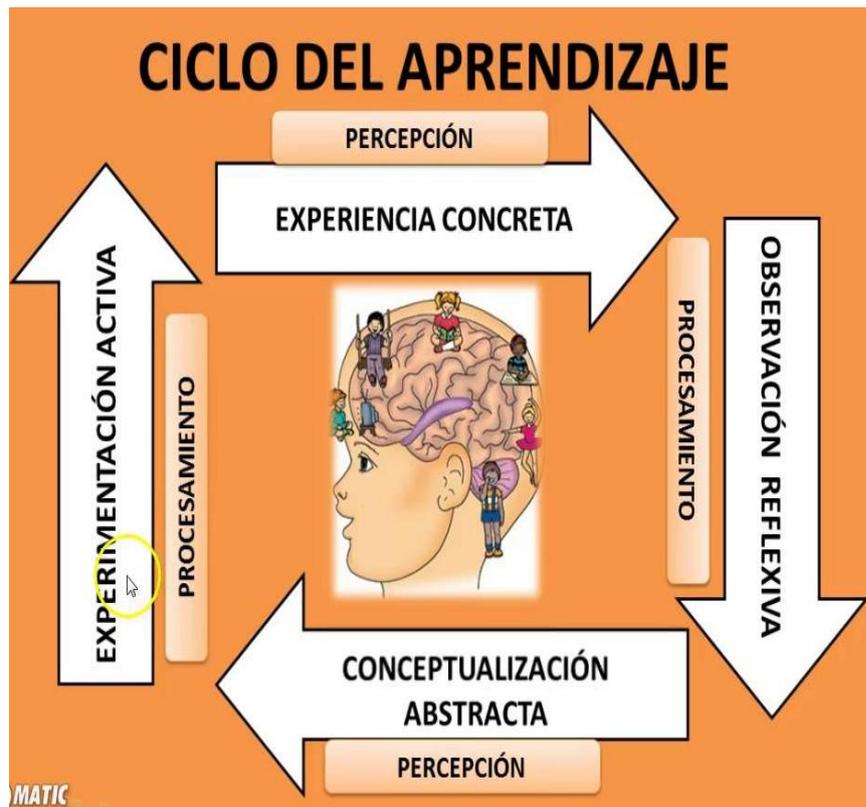
La teoría del aprendizaje se fundamenta en la experiencia en el proceso de aprendizaje por medio del cual se construye el conocimiento mediante, un proceso de reflexión y a las experiencias y, en identificar y describir los diferentes modos en que se realiza el proceso. Es decir, los diferentes estilos individuales de aprendizaje. Sus trabajos se desarrollan en teóricos previos de varios autores como: Jean Piaget, John Dewey y Kolb Lewin.

Según Kolb para que haya un aprendizaje efectivo es necesario considerar un proceso que incluye cuatro etapas para lo cual esquematiza un modelo en forma de rueda llamado “Ciclo del aprendizaje”, también conocidos como “Ciclo de Kolb”, las cuales serían:

- **Experiencia concreta:** habilidades para involucrarse en experiencias concretas, manteniendo actitud abierta y desprejuiciada al hacerlo.
- **Observación reflexiva:** Habilidades para observar y reflexionar, para comprender situaciones desde diferentes puntos de vista y establecer conexiones entre acciones y resultados.

- **Conceptualización abstracta:** Habilidades para integrar observación y reflexión en marcos más amplios de conocimiento, es decir, teorías, generalizaciones y conceptos.
- **Experiencia activa:** Habilidades para experimentar de manera activa con las teorías, para aplicar en la práctica conceptos e ideas de manera activa. (Kolb, 2001)

Ilustración N° 1: Ciclo de aprendizaje de Kolb



**Fuente:**

[https://www.google.com.ec/search?q=Teor%C3%ADas+y+Modelos+de+Aprendizaje+de+Kolb.&biw=1366&bih=662&source=Inms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwid5tXQylbSAhXKy4MKHRK\\_B4EQ\\_AUIBigB#imgrc=XQAmSYgEJgDUTM:](https://www.google.com.ec/search?q=Teor%C3%ADas+y+Modelos+de+Aprendizaje+de+Kolb.&biw=1366&bih=662&source=Inms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwid5tXQylbSAhXKy4MKHRK_B4EQ_AUIBigB#imgrc=XQAmSYgEJgDUTM:)

## 2.3 Metodología Aprendizaje Basado en Problemas

El (ABP), es un método de enseñanza aprendizaje centrado en el estudiante mediante el cual logra conocimientos, habilidades y actitudes basadas en situaciones de la vida real y tiene como finalidad formar estudiantes preparados para enfrentar dificultades en actividades académicas y profesionales, integrando el saber a la adquisición de competencias profesionales.

La característica más innovadora del (ABP) es el uso de problemas como punto de partida, la adquisición de nuevos conocimientos y la concepción del estudiante como protagonista y constructor del aprendizaje. (Dolors Bernabeu María y Cònsul María, 1999).

Con el tiempo, este método se ha ido conformando como una manera de hacer docencia que promueve en los estudiantes tres aspectos básicos: la gestión del conocimiento, la práctica reflexiva y la adaptación a los cambios.

**La gestión del conocimiento:** Busca que el estudiante adquiera estrategias y técnicas que le permitan aprender por sí mismo; es decir, la toma de conciencia de la asimilación, la reflexión y la interiorización del conocimiento para que, posteriormente, pueda valorar y profundizar a partir de una iniciativa personal. Este proceso permite responsabilizarse de los hechos, desarrollar una actitud crítica y poner en práctica la capacidad de tomar decisiones durante el proceso de ***aprender a aprender***.

**La práctica reflexiva:** Permite razonar sobre problemas singulares, inciertos y complejos. (Schön, 1987) culmina que los principales rasgos de la práctica reflexiva están en el aprender haciendo, en la teorización antes que en la enseñanza y en el diálogo entre el tutor y el estudiante sobre la mutua reflexión en la acción.

El ABP facilita la construcción del conocimiento mediante procesos de diálogo y discusión que ayudan a los estudiantes a desarrollar habilidades transversales de

comunicación y expresión oral, al mismo tiempo que también desarrollan el pensamiento crítico y la argumentación lógica, para la exploración de sus valores y de sus propios puntos de vista. Estas capacidades permiten afrontar una práctica profesional más reflexiva y más crítica.

**La adaptación a los cambios:** se da por las habilidades adquiridas al confrontar las situaciones-problemas desde la perspectiva de la complejidad de los mismos. Ya no se trata de aprender muchas cosas, sino que se busca desarrollar la capacidad de aplicar y de aprehender de acuerdo a sus necesidades para resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana. Este conocimiento permitirá a los estudiantes afrontar situaciones nuevas. (Dolors Bernabeu María y Cònsul María, 1999)

#### **2.4 Método de Polya en la resolución de problemas.**

George Polya, promueve un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas. Los cuales los generalizó en cuatro pasos siguientes:

**Entender el problema:** Responder estas preguntas es fundamental para corroborar que el problema ha sido comprendido.

1. ¿Entiendes todo lo que dice?
2. ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
3. ¿Distingues cuáles son los datos?
4. ¿Sabes a qué quieres llegar?
5. ¿Hay suficiente información?
6. ¿Hay información extraña?
7. ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes? (Monterrey, 2005 )

**Configurar un plan:** Usar una variable, buscar un patrón, utilizar el razonamiento directo- indirecto, trabajar hacia atrás, etc.

**Ejecutar el plan:** implementar estrategias hasta resolver el problema, sin límite del tiempo y volver a empezar si es necesario.

**Mirar hacia atrás:** Una vez resuelto el problema es importante plantearse las siguientes preguntas para verificar que se haya llegado a la solución deseada:

1. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
2. ¿Adviertes una solución más sencilla?
3. ¿Puede ver cómo extender tu solución a un caso general? (Monterrey, 2005 )

El método de cuatro pasos de Polya está enfocado principalmente en la “**solución de problemas matemáticos**” pero, aclara que para resolver un ejercicio se aplica un procedimiento de rutina que lo conduce hacia una respuesta; pero para resolver un problema es necesario hacer una pausa y reflexionar para dar la respuesta. Esto depende en gran medida del estadio mental del sujeto al dar la solución. (Hernández Víctor & Villalva Martha, 1994).

## **2.5 Actividades y responsabilidades del profesor y del estudiante.**

Se considera que en la práctica pedagógica no necesariamente el docente debe ser un experto en la materia, sino más bien que sea un conocedor de la misma y tenga habilidades suficientes para guiar al grupo de estudiantes en el proceso de aprendizaje (Albanese, M.A.& Font, 2004)

La primera función del docente será ejercer una labor menos directiva y dejar que sea el estudiante quien adopte un rol más activo. (Iglesias, J. 2002 . Instituto Tecnológico de Estudios Superiores,)

El segundo factor que determine las funciones del tutor será la fase de la dinámica del ABP que se esté desarrollando. Por tanto, el docente debe ser capaz de realizar acciones concretas que posibiliten a los estudiantes alcanzar los objetivos planteados y aprendan.

Las funciones desempeñadas por el docente durante las etapas previas al planteamiento del problema:

### **2.5.1 Actividades previas al planteamiento del problema**

El docente creará los documentos necesarios que faciliten la metodología del ABP de manera satisfactoria planteados en los siguientes apartados:

a) Desarrollo de los documentos básicos para implementar la metodología del ABP

- Elaborar problemas
- Precisar los objetivos generales y específicos del aprendizaje en cada problema
- Diseñar documentos de valuación del proceso ABP
- Coordinar las actividades de evaluación y del proceso.

**b) Tener en cuenta cuestiones como:**

- El entorno físico donde se desarrolla las sesiones ABP
- El conocimiento previo de los estudiantes
- Las fuentes y recursos de información con los que va a trabajar los estudiantes.

**c) Poseer formación en cuestiones como:**

- Grupos pequeños de trabajo
- Dinámicas de grupo

- Atención para percibir posibles problemas dentro del grupo y ayudar a resolver para promover su eficaz funcionamiento. Intervenir antes de que el grupo se vuelva disfuncional (Lee , Y.W.L. y Branda, L.A., 1999)

**d) Estar conscientes de:**

- El docente es el modelador y guía (Sola, 2005)
- Esta metodología centra el aprendizaje en el estudiante. Los docentes deben superar la tentación de dirigir en la forma tradicional, deben vigilar su propio comportamiento y modular en función de la experiencia y competencias del grupo con el que trabajan (Iglesias, 2002)

### **2.5.2 Actividades y responsabilidades del docente**

Las diferentes actividades del docente responden a lo siguiente;

- El docente en las ABP interviene como un guía que ayudará al estudiante a reflexionar, identificar necesidades de información y estará motivando el trabajo hasta que se cumplan los objetivos deseados.
- El profesor es un observador activo que orienta el aprendizaje para que el estudiante no pierda el objetivo planteado y que sea capaz de identificar los contenidos relevantes en la resolución del problema.
- Asegurar el logro de los objetivos de aprendizaje de los estudiantes por medio de la reflexión crítica, del análisis y la síntesis de la información.
- Ayudar al estudiante a desarrollar habilidades para buscar información y los recursos de aprendizaje que sirvan en su progreso personal y de grupo.
- El docente debe ser hábil al elaborar preguntas para poder facilitar el aprendizaje y esta metodología ayuda a mantener el interés del grupo

### **2.5.3 Actividades y responsabilidades del estudiante**

El ABP centra su atención en el estudiante como un sujeto dinamizador y participativo y, reflexivo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Cualidades del estudiante que participa en el mismo:

- Disposición de trabajo en grupo.
- Ser tolerante en situaciones equívocas.
- Habilidad para interactuar con los demás tanto cognitiva como emocional.
- Pericia para solucionar problemas.
- Habilidad para comunicarse.
- Tener un enfoque de estudio desde una perspectiva más amplia.
- Ser crítico, reflexivo, imaginario y sensitivo.

### **2.5.4 Responsabilidades de los estudiantes al trabajar en el ABP**

Las responsabilidades de los estudiantes al trabajar en el ABP deben ser:

- Integración responsable y actitud dinámica en la solución de problemas.
- Ser crítico en la información grupal sobre todo en la concepción del problema.
- Indagar la información para deducir y resolver el problema, poner en práctica habilidades de análisis y síntesis.
- Utilizar todos los medios de información como: biblioteca, internet entre otros.

- Desarrollar habilidades de análisis y síntesis de la información adquirida con criticidad.
- Asumir compromisos para identificar los mecanismos básicos y explicar aspectos importantes del problema.
- Estimular en el grupo habilidades colaborativas y experiencias propias.
- Apertura al realizar preguntas para aclarar la información y cumplir con el objetivo planteado.
- Compartir información durante el trabajo, estimular la comunicación y participación con los demás miembros del grupo. (Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, 1999).

## **2.6 Aprendizajes que fomenta el uso del ABP**

En la actualidad el ABP es utilizado en la educación superior en diversas áreas del conocimiento. Son una perspectiva por el cual el estudiante logra resolver los problemas o situaciones de la vida cotidiana desde diferentes concepciones del conocimiento. Además, su objetivo fundamental es mejorar la calidad de la educación y, que el estudiante a través del análisis y la idea crítica logra identificar durante la adquisición del conocimiento los temas de aprendizaje de manera individual o grupal.

En cuanto a la educación tradicional habitualmente los estudiantes se muestran poco desmotivados y aburridos en su forma de aprender de manera memorista una gran cantidad de información lo cual no son aplicados en la práctica en la vida real y esto no les permite razonar e interpretar de manera efectiva sus estudios y por tanto presentan dificultades en el momento de trabajar de manera colaborativa. En su gran mayoría los estudiantes obtienen una educación obligada convirtiéndose en un sujeto pasivo y se limita a recibir la información.

Como respuesta al sistema educativo surge el ABP como una estrategia específica en un plan de estudio donde el estudiante por medio del aprendizaje logra resolver los problemas aplicando distintas áreas del conocimiento, a través, de la aplicación de dinámicas en trabajos colaborativos desarrollando habilidades y actitudes que los conduce hacia una educación eficaz, eficiente e integral.

El ABP sustenta su aprendizaje en el constructivismo en tres principios básicos:

- Se plantea la situación en base a la realidad y las interacciones con el medio ambiente.
- El problema cognitivo al enfrentar una nueva situación estimula el aprendizaje.
- El conocimiento se desarrolla por medio de procesos sociales y de la evaluación de las distintas definiciones individuales del mismo fenómeno.

El ABP, se sitúa en el pensamiento crítico del proceso enseñanza-aprendizaje como parte de la interacción para aprender, además, permite que el estudiantado comprenda y profundice acertadamente la solución a los problemas y al trabajo en grupo partiendo de una experiencia colaborativa de aprendizaje.

Dentro de la experiencia del ABP los estudiantes incorporan su propia metodología para adquirir el conocimiento, los cuales son introducidos en directa relación con el problema y no de manera aislada. Por lo tanto, pueden observar el avance de su propio conocimiento y habilidades.

### **2.6.1 Características del ABP**

Algunas características importantes del ABP son:

- Es un método de trabajo activo y dinamizador en el estudiante.
- El método se orienta a la solución de problemas para lograr el aprendizaje de aciertos objetivos de conocimiento.

- El aprendizaje se enfoca en el estudiante y no en el docente o sólo en los contenidos.
- Estimula el trabajo colaborativo en diferentes áreas, se trabaja en grupos pequeños.
- Los trabajos con este modelo se abren a diferentes normas del conocimiento.
- El docente se convierte en el facilitador del aprendizaje.

El trabajo ABP gira en torno a la discusión y estimula el autoaprendizaje, y permite la práctica del estudiante en situaciones de la vida cotidiana. (Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, 1999)

### **2.6.2 Ventajas del ABP**

Trabajar aplicando el proceso del ABP tiene algunas ventajas:

- Estudiantes con mayor motivación e interés
- Aprendizaje significativo.
- Desarrollo de habilidades del pensamiento.
- Desarrollo de habilidades para el aprendizaje.
- Integración de un patrón de trabajo.
- Facilita mayor retención de información.
- Accede la integración del conocimiento.
- Desarrollo de habilidades perdurables.
- Incrementa la autodirección.

- Mejora la comprensión y el desarrollo de habilidades.
- Desarrolla habilidades interpersonales y del trabajo en equipo.
- Actitud auto- motivadora.

(Prieto, 2006:173 ). Defiende el enfoque de aprendizaje activo, por tanto, señala que: ***“el aprendizaje basado en problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje universitario en aspectos muy diversos”***.

El ABP es una estrategia motivadora y manejable centrada en el estudiante que le permite a través de su propia experiencia desarrollar un aprendizaje significativo.

### **2.6.3 Desventajas del ABP**

También existen desventajas del ABP en las hay que tomar muy en cuenta:

- Requiere trabajo adicional.
- Se puede prestar a confusión en el avance de contenidos de un currículo.
- Se requiere más tiempo y paciencia por parte de los estudiantes y docentes para permanecer abiertos a ideas u opiniones.
- Confusión al optar por la metodología, el estudiante no tiene seguridad de lo que espera de sí mismo.
- Manejo de mucha información
- Se realizar variados trabajos en equipo fuera de clase.

- Solicita un diseño instruccional bien definido.
- Cambio de la perspectiva de aprendizaje tanto de estudiantes como docentes, pues deben asumir responsabilidades y realizar acciones que no son comunes en un ambiente de aprendizaje convencional.
- Al trabajar en base a problemas los contenidos de aprendizaje se pueden abordar de manera diferente, desde muchas perspectivas, por lo que existe la necesidad de hacer un análisis de las relaciones de los contenidos de los diferentes cursos.
- Se requiere más tiempo por parte de los estudiantes para lograr el aprendizaje y por parte de los docentes para preparar los problemas y la retroalimentación. (Rua. Gonzalo, 2016) <https://es.scribd.com/doc/62616376/Ventajas-y-Desventajas-Del-ABP>

#### **2.6.4 Proceso de aprendizaje tradicional y el aprendizaje con ABP**

En el siguiente cuadro señala algunas diferencias importantes entre el proceso de aprendizaje tradicional y el proceso de aprendizaje ABP:

**Cuadro Nº 1:** Proceso aprendizaje tradicional y proceso del ABP

<b>PROCESO DE APRENDIZAJE TRADICIONAL</b>	<b>PROCESO DE APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS</b>
El docente es el experto.	El docente es un simple guía, conductor o asesor del aprendizaje.
El docente es el transmisor del conocimiento.	Los estudiantes y docentes interactúan en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
El docente desarrolla el contenido de estudio.	El docente plantea problemas abiertos basados en la realidad.
Los estudiantes son receptores del conocimiento.	El docente es el motivador de la clase y mantiene el interés del estudiante por el aprendizaje.
Las exposiciones del docente son unidireccionales hacia un grupo de estudiantes.	Los estudiantes realizan trabajos colaborativos y desarrollan habilidades para afrontar situaciones reales.
Los estudiantes trabajan individualmente	Se trabaja con pequeños grupos de estudiantes e interactúan en la retroalimentación con el docente.
Los estudiantes son pasivos, memoritas y evaluados al final del quimestre.	Estudiantes activos, dinámicos y participativos. Investigadores del aprendizaje el cual lo ponen en práctica para dar solución a los problemas planteados.
El aprendizaje es individual y de competencia.	El estudiante desarrolla un aprendizaje integral en un ambiente cooperativo
Los estudiantes buscan tener éxito mediante una nota final.	Los estudiantes formulan problemas y plantean varias alternativas de solución y toman decisiones acertadas.
La evaluación es sumativa y el docente es el único que evalúa.	El docente implementa un modelo de evaluación integral que permite a los estudiantes la autoevaluación, coevaluación y hetero-evaluación. Donde se evalúa tanto el proceso como el resultado.

**Fuente:** (Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, 1999)

## 2.7 La evaluación en el ABP.

La evaluación se convierte en el ABP en un método de enseñanza que es compartido por los estudiantes, tutores, personal experto, etc., y la información obtenida tras este proceso evaluativo será fundamental para todos ya que permitirá, a los estudiantes, conocer sus habilidades y sus deficiencias de aprendizaje, y al equipo docente, mantener aquellos aspectos del diseño de las sesiones que haya resultados satisfactorios y modificar otros que no lo fueron tanto. (Hugo, V. , 2001)

En cambio, la evaluación del ABP busca tanto el aprendizaje como el desarrollo de la capacidad de aprendizaje autónoma de los estudiantes, las dos formas de evaluación son decisivas cuando se utiliza esta metodología. Adoptarla implica modificar esencialmente la evaluación, de manera que ésta refleje tanto el aprendizaje del estudiante, referido específicamente a las modalidades de aprendizaje que persigue el ABP, como el proceso de aprendizaje.

Según el autor (Morán. Oviedo, 2003)

**La evaluación “se refiere básicamente al estudio de las condiciones que afectaron el proceso de aprendizaje y la evaluación de los aprendizajes “consiste en una serie de apreciaciones o juicios sobre el acontecer humano en una experiencia grupal”. (p. 96)**

Las evaluaciones dependen del contexto del proceso de aprendizaje y se evalúa valorando las experiencias del estudiante tanto del trabajo individual o de grupo.

### ¿Cuándo se evalúa?

En el ABP la evaluación tiene lugar a lo largo de todo el proceso, es decir, durante la realización de la tarea y al finalizar la misma.

## ¿Qué se evalúa?

Los contenidos de aprendizaje incluidos en los problemas con los que se trabajó.

La evaluación debe ir más allá de la medida de la reproducción del conocimiento, Es necesario, por tanto, que la evaluación incremente el uso de diversos tipos de elementos para cuya solución los estudiantes tengan que interpretar, analizar, evaluar problemas y explicar sus argumentos.

## ¿Cómo se evalúa?

Los múltiples propósitos del ABP traen como consecuencia la necesidad de una variedad de procedimientos de evaluación que reflejen los objetivos perseguidos en su totalidad.

Por lo tanto, se recurre, por supuesto, a exámenes escritos, pero también prácticos, mapas conceptuales, evaluación de pares, evaluación del tutor, presentaciones orales e informes escritos.

¿Quién evalúa? Todos los implicados. El profesor, los estudiantes y el grupo.

**El docente** realizará la evaluación continua como: la participación en el grupo, la implicación en el trabajo de los problemas, el trabajo desarrollado y los resultados obtenidos en el curso, el trabajo grupal; igualmente evaluará al final del curso.

El estudiante, finalmente, lleva a cabo su propia autoevaluación, así como la evaluación del grupo con el que trabaja como equipo. Y evalúa también al tutor al final de cada caso, con el fin de facilitar la retroalimentación al tutor sobre cómo es percibida su actuación por el grupo y arbitrar, si es necesario, propuestas que se ajusten a las demandas y necesidades del grupo. (Morán. Oviedo, 2003)

## 2.8 Resultados de la Metodología ABP

El ABP mejora aspectos muy importantes del proceso de enseñanza – aprendizaje, como se muestran a continuación:

- El desarrollo de habilidades de auto-aprendizaje.
- La adquisición de estrategias generales de solución de problemas mediante la solución de problemas concretos dentro de una disciplina.
- Una mejor selección y uso más frecuente de los materiales de aprendizaje (libros, fotocopias, internet, etc.), con mayor autonomía.
- Aprendizaje de habilidades sociales y personales mediante el trabajo en pequeños grupos.
- Permite aprendizajes en profundidad y en especial, una mejor comprensión, integración y uso de lo aprendido.
- Desarrolla no sólo aptitudes intelectuales, sino también sociales, personales y afectivas que inciden positivamente sobre el rendimiento.
- Familiariza e implica al estudiante en situaciones de su práctica profesional.
- Es importante los conocimientos como los procesos de adquisición.
- Promueve un procesamiento más estratégico y recuerdo de la información a medio y largo plazo.
- A través de la práctica en la resolución de problemas, fomenta la capacidad de solución de problemas de distintos tipos y, sobre todo, estimula una actitud activa hacia la exploración y la indagación.

- Su carácter multidisciplinar, permite la integración de conocimientos de diferentes campos disciplinares. (Moust, 1998)
- El trabajo habitual, que el estudiante realiza de forma autónoma desde el principio y guiado por el docente lo lleva a aprender a aprender, resaltando el papel activo del aprendiz.
- Autonomía del estudiante.
- Aumenta la motivación de los estudiantes. (Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, 1999)

## **2.8. Dificultades y barreras en práctica el ABP como Técnica Didáctica**

Como toda innovación didáctica y curricular, el ABP no estaba libre de cambio o de situaciones reacias. Los ajustes que se hicieron a los textos, las concepciones y políticas de implementación en los programas de estudio crearon una sinergia que originaron en el ABP una actitud más desenvuelta que se inclina en la flexibilidad curricular y pedagógica, sin el cual el método no funciona.

En primer lugar, la tradicional rigidez curricular y de los programas y asignaturas hace que la aplicación sea parcial y discontinua hasta cierto tiempo.

En segundo lugar, el currículo asignaturita es totalmente diferente al ABP teórico o tutorial que tiene como referencia la interdisciplinariedad, la integración de áreas.

Por tanto, otra de las dificultades del ABP se debe a la carencia de formación pedagógica en los docentes de bachillerato. Excluyendo cambios en la dimensión pedagógico-didáctico. Los docentes refuerzan el uso del método expositivo y por medio de ello la entrega individual del saber.

Otra de las barreras en el ABP es que el método expositivo en los estudiantes de bachillerato se da por destacadamente por recepción significativa o mecánica, del discurso del docente; lo cual dificulta la metodología de solución de problemas; mientras que la naturaleza de la metodología del mismo se fundamenta en la lógica científica. (Restrepo Gómez Bernardo y otros, 2000)

## 2.9. Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico

El lenguaje algebraico es una forma de traducir a símbolos y números lo que comúnmente se conoce como lenguaje natural. De tal manera que se pueden usar cantidades desconocidas con símbolos fáciles de escribir, lo que permite simplificar expresiones, formular ecuaciones e inecuaciones y de cómo resolverlas.

Esta nueva etapa se denomina álgebra simbólica y su contribución importante es la simbolización algebraica, con la introducción de los signos literales para los coeficientes. De esta manera los matemáticos utilizaron las nuevas entidades simbólicas y a operar con ellas como si fueran cantidades reales.

**Descartes, se encargará de modernizar completamente la simbolización y generalizar los métodos algebraicos hasta reducir la geometría clásica a la geometría analítica. En su obra La Geometría, emplea ya la letra x como incógnita, con claridad. En ese tratado de geometría se concreta el modo actual del lenguaje algebraico, con el uso de las primeras letras del alfabeto -a, b, c...- para parámetros y constantes, y las últimas letras -x, y, z,... - para incógnitas y variables. (González, F.E.; Díez, M., 2002)**

Ejemplos:

### ▪ Expresa en lenguaje algebraico las siguientes frases:

- |   |           |
|---|-----------|
| a) El doble de un número.               | $2x$      |
| b) El cuadrado de un número menos tres. | $x^2 - 3$ |
| c) La suma de dos números.              | $x + y$   |

d) La diferencia de los cuadrados de dos números.	$x^2 - y^2$
e) La mitad de un número.	$\frac{x}{2}$
f) El cuádruplo de un número.	$4x$
g) La suma de un número y su cuadrado.	$x + x^2$
h) El doble de un número menos cinco.	$2x - 5$
i) La tercera parte de un número.	$\frac{x}{3}$
j) El cuadrado de la suma de dos números.	$(x + y)^2$
k) El doble de la suma de tres números.	$2(x + y + z)$
l) El triple de la raíz cuadrada de un número.	$3\sqrt{x}$
m) La suma de tres números consecutivos.	$x + (x + 1) + (x + 2)$
n) Una cuarta parte de la suma de dos números.	$\frac{x + y}{4}$
ñ) Un número aumentado en cinco unidades.	$x + 5$
o) El doble de un número menos el triple de otro.	$2x - 3y$
p) Las tres cuartas partes de un número.	$\frac{3x}{4}$
q) El cubo de la diferencia de dos números.	$(x - y)^3$
r) El producto de dos números.	$xy$
s) La décima parte de un número más el quíntuplo de otro.	$\frac{x}{10} + 5y$

▪ **Escriba en lenguaje verbal las siguientes expresiones algebraicas:**

1)  $x - 4$ : "La diferencia entre un número cualquiera y 4"

2)  $2x + 3y$ : " Al doble de un número agregarle el triple de otro número"

3)  $5x - y$ : "El exceso del quíntuplo de un número sobre otro número cualquiera"

4)  $\frac{x}{4} + 3y$ : "A la cuarta parte de un número agregarle el triple de otro número"

5)  $(x - 3)^2$ : "El cuadrado de la diferencia entre un número cualquiera y 3"

6)  $x^2 - 3$ : "La diferencia entre el cuadrado de un número y 3"

7)  $\frac{2x-3y}{4}$ : "La cuarta parte de la diferencia entre el doble de un número y el triple de otro número"

8)  $\frac{(x+y)^2}{3}$ : "La tercera parte del cuadrado de la suma entre dos números"

9)  $x + \frac{x}{4}$ : "A un número cualquiera añadirle su cuarta parte"

10)  $(5x)^2$ : "El cuadrado del quíntuplo de un número"

11)  $5x^2$ : "El quíntuplo del cuadrado de un número"

12)  $(2x)^3 - 4y^2$ : "El exceso del cubo del doble de un número sobre el cuádruplo del cuadrado de otro número"

13)  $\frac{3x^2 - (2y)^3}{5}$ : "La quinta parte de la diferencia entre el triple del cuadrado de un número y el cubo del doble de otro número"

## 2.10. Funciones

Una función es una relación entre dos conjuntos, donde cada elemento "x" del primer conjunto se relaciona con uno y solo un elemento "y" del segundo conjunto.

### ▪ Ejemplo 1:

David y Yadira son dos estudiantes del Colegio Replica Guayaquil (RG).

Ana es una estudiante de Sagrados Corazones (SSCC).

El conjunto de estudiantes  $A = \{ \text{David, Yadira, Ana} \}$

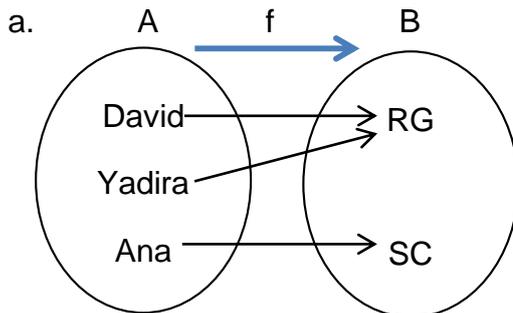
El conjunto de colegios  $B = \{ \text{Réplica Guayaquil, Sagrados Corazones} \}$

Decida si estas relaciones son funciones. Justifique su respuesta.

- La relación entre el primer conjunto A y el segundo conjunto B es “x” es estudiante del colegio “y”.
- La relación entre el primer conjunto B y el segundo conjunto A es “x” es el colegio en el que y es estudiante.

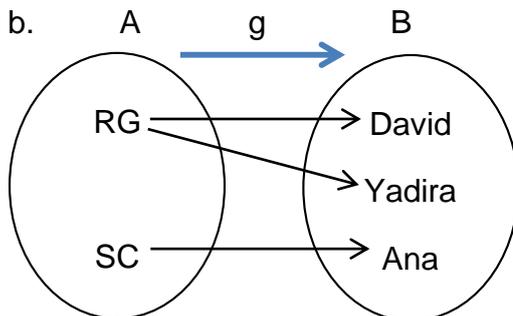
Respuestas:

### Ilustración N° 2: Función



Fuente: Autor

### Ilustración N° 3: Relación



Fuente: Autor

## 2.11. Dominio y recorrido de una función

Dominio es el conjunto de todos los valores que puede tomar la “x” para que la función exista. Se representa como  $\text{Dom}(f)$ .

## Recorrido

Llamamos Imagen o Recorrido de la función, al conjunto de todos los valores que toma la variable “y”. Se representa como  $\text{Img}(f)$ .

## Gráfico de una función

Un gráfico puede representar una función.

El gráfico de una función  $f$  es el conjunto de puntos  $(x, y)$  sobre el plano cartesiano, donde  $y$  es la imagen de  $x$  a través de la función  $f$ .

Los pasos para graficar funciones son los siguientes:

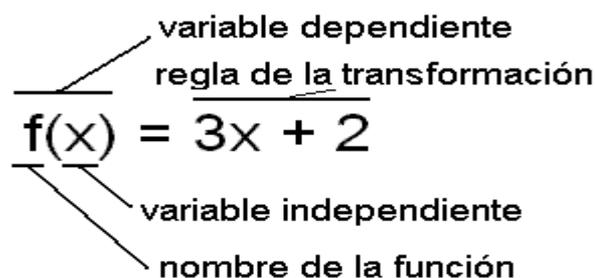
- Construir una tabla de valores para hallar algunos puntos del gráfico.
- Dibujar con precisión los ejes y marcar, usando escalas apropiadas.
- Situar los puntos
- Unir los puntos con una línea recta o con una curva.

## Notación de funciones

La **notación de la función** es una manera de escribir funciones que aclara el nombre de la función, de las **variables independientes**, de las **variables dependientes**, y de la regla de la transformación.

En el ejemplo a la derecha,  $f(x)$  es la variable dependiente,  $f$  es el nombre de función,  $x$  es la variable independiente, y  $3x + 2$  es la regla de la transformación.

### Ilustración N° 4: Diagrama de la notación de la función



**Fuente:** *Notación de la función*. 2009-04-03. Enciclopedia de Todas las Palabras de la Matemáticas. Life is a Story. Problem.org.<http://www.allmathwords.org/es/f/functionnotation.html>.

## Las funciones como modelos matemáticos

Se presentan tres etapas al utilizar las funciones para describir situaciones de la vida real:

- Traducir el problema al lenguaje algebraico.
- Hallar la solución usando matemática.
- Interpretar la respuesta en términos del problema original

### Ejemplo 1

El precio por el uso de una moto acuática en Salinas, durante la primera hora es de \$25, y por cada hora adicional se paga \$10.00. Expresa El valor total a pagar como una función del número de horas de uso de la moto.

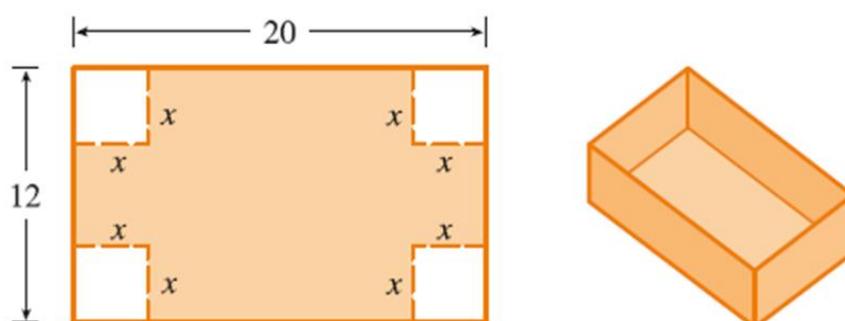
✓ **Solución:** Si  $x$  representa el número de horas de uso de la moto, entonces el valor a pagar estará dado por la fórmula  $V = 25 + 10(x - 1)$ , donde  $x$  es un entero positivo.

### ▪ Ejemplo 2:

Una plancha de cartón rectangular mide 12 pulgadas por 20 pulgadas. En cada una de las esquinas se cortan cuadrados iguales de  $x$  pulgadas de lado. El cartón que queda se dobla para formar una caja abierta. Expresa el volumen  $V$  de la caja como función de  $x$ .

1) Hay que dibujar un diagrama para representar la información dada en la pregunta.

### Ilustración N° 5: Modelos Matemáticos



Fuente: Química Marisol en 16:17

2) Rotular cuidadosamente las dimensiones de la caja abierta:

Largo:  $(20 - 2x)$  pulgadas

Ancho:  $(12 - 2x)$  pulgadas

Altura:  $x$  pulgadas

3) El volumen de la caja  $V$ , dependerá del valor de  $x$ .

$V = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$

$V(x) = (20 - 2x)(12 - 2x)x$

## 2.12. Modelos lineales

### 2.12.1. Modelos lineales de la forma $f(x) = mx$

La recta que se muestra tiene una pendiente positiva y la función  $y = f(x)$  es creciente.

La recta pasa por el origen  $(0,0)$

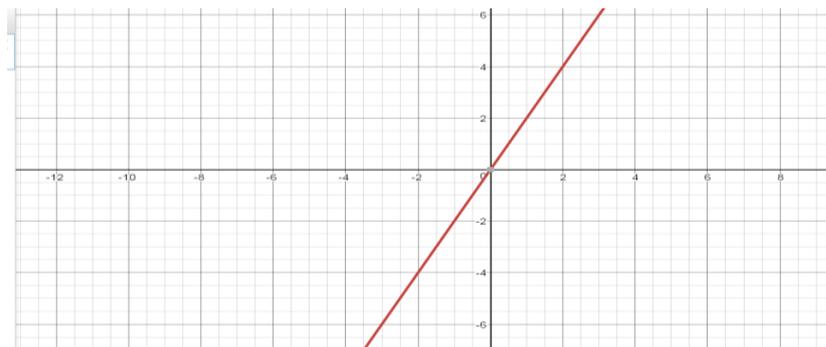
La pendiente de la recta está dada por  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Usando dos puntos de la recta,  $(0,0)$  y  $(2,4)$ , la pendiente es

$$m = \frac{4 - 0}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2$$

Por lo tanto,  $f(x) = 2x$

### Ilustración N°6: Función lineal



Elaborado por: El autor

Este tipo de modelo lineal se utiliza en gráficos de conversión.

Hay una relación fija entre las dos variables, que son directamente proporcionales. Sus gráficos son líneas rectas que tienen una pendiente positiva y que pasan por el origen.

Ejemplo:

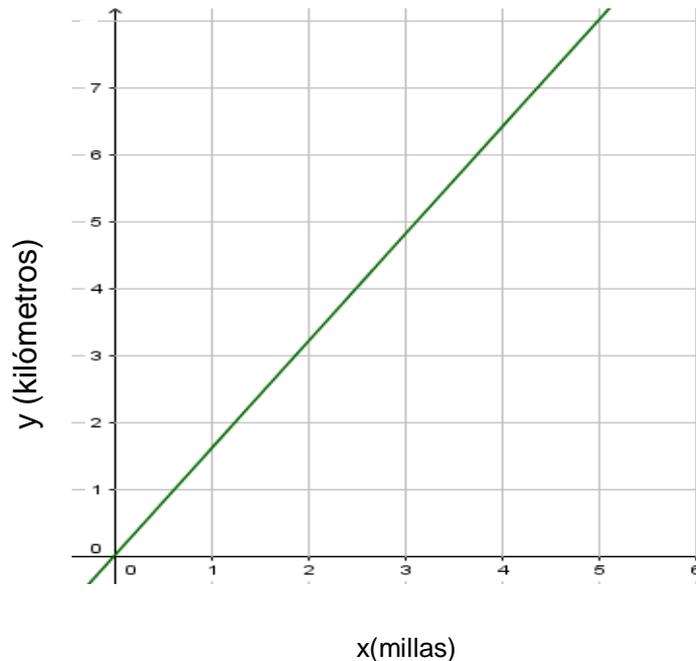
Una milla es equivalente a 1,6 km

- Dibuje con precisión un gráfico de conversión de millas a kilómetros.
- Halle la pendiente de la recta.
- A partir de lo anterior, escriba el modelo para  $k(x)$ , donde  $k(x)$  es la distancia en km y  $x$  es la distancia en millas.

Respuestas

- $A = (0, 0)$   
 $B = (5, 8)$

### Ilustración N° 7: Gráfica y(kilómetros) versus x(millas)



Fuente: Autor

b. Pendiente,  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 0}{5 - 0} = 1,6$

c. La ecuación de la recta es  $y = 1,6 x$

Por lo tanto,  $k(x) = 1,6 x$ , donde  $k(x)$  es la distancia en km y  $x$  es la distancia en millas.

#### 2.12.2. Modelos lineales de la forma $f(x) = mx + c$

Cuando dos variables que describen un modelo lineal no son directamente proporcionales, el gráfico que representa la relación es una recta que no pasa por el origen. Se trata de una función afín.

Una función afín tiene la forma general:  $f(x) = mx + c$

Donde  $m$  es la pendiente y  $c$  es una constante.

El uso de funciones lineales para describir o aproximar relaciones entre cantidades en el mundo real se llama **modelado lineal**.

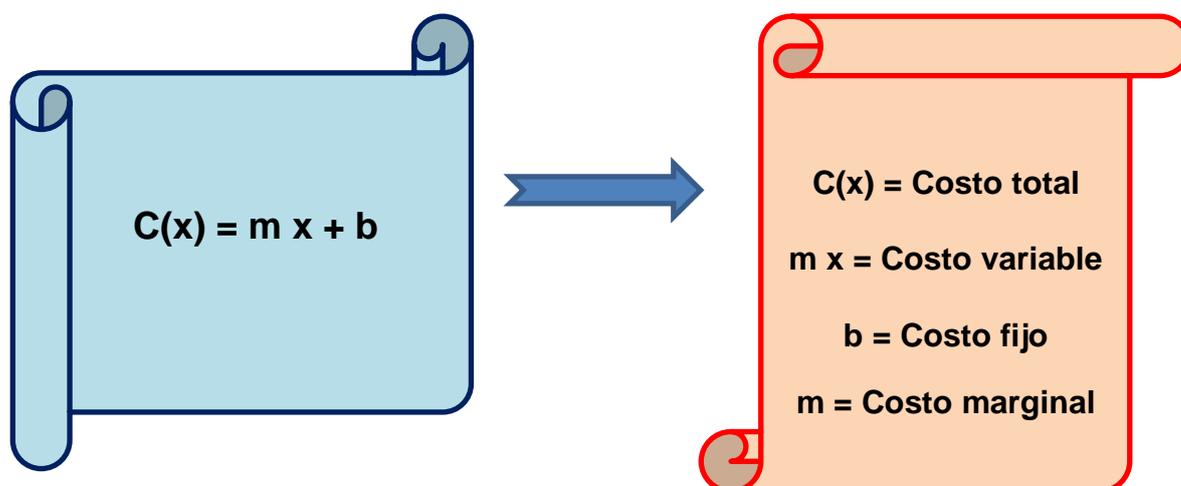
En esta investigación se aplicarán 3 modelos lineales:

- Modelo lineal de costo
- Modelo lineal de ingreso
- Modelo lineal de utilidad

### Modelo lineal de costo

Una función de costos especifica el costo “c” como una función de cantidad de artículos “x”. Una función de la forma:

#### Ilustración 8: Fórmula de Costo



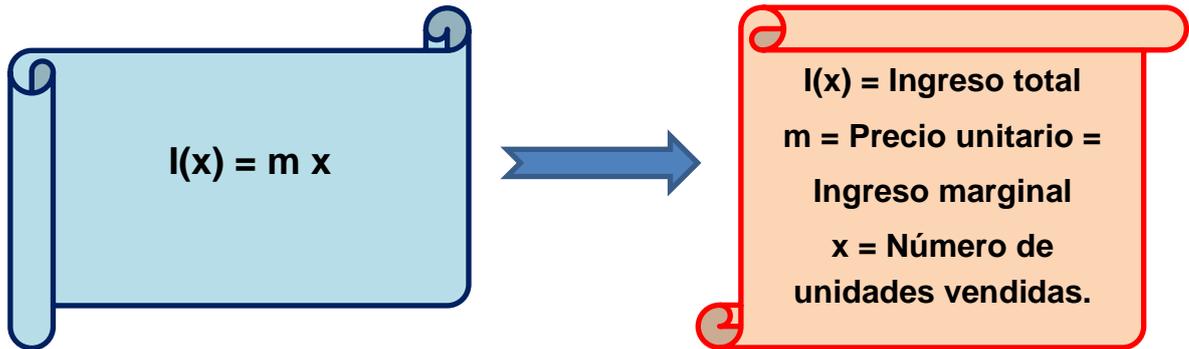
Fuente: Autor

La pendiente “m”, mide el incremento en costo por unidad

### Modelo lineal de ingreso

El ingreso que resulta de una o más transacciones comerciales es el pago total recibido, y a veces se le llama ingreso bruto. Si  $R(x)$  es el ingreso por vender “x” artículos al precio de “m” cada uno, entonces R es la función lineal:

### Ilustración N° 9: Fórmula de ingreso

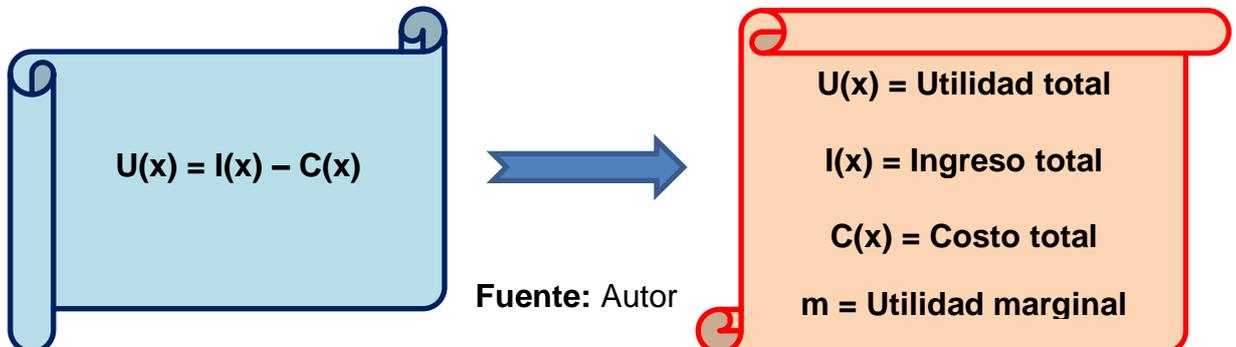


Fuente: Autor

### Modelo lineal de utilidad

La utilidad se define como: La diferencia entre el ingreso total y el costo total.

### Ilustración 10: Fórmula de Utilidad



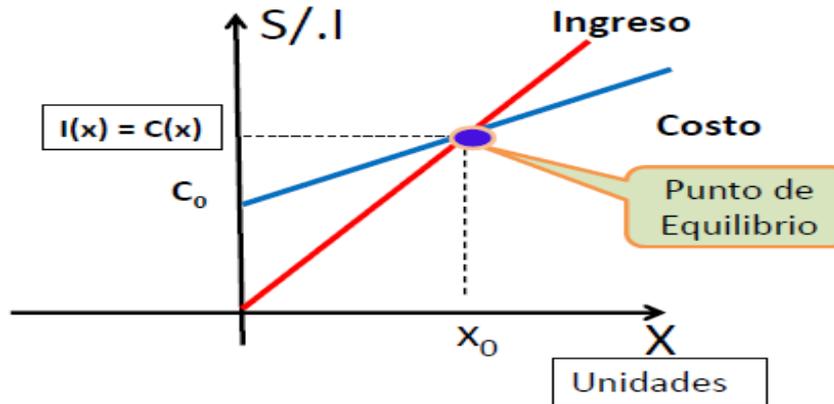
Si la utilidad es negativa, se denomina perdida.

### Punto de equilibrio Ingreso – Costo

Es aquel punto donde el Ingreso obtenido es igual al Costo, es decir la utilidad obtenida es cero, no se gana ni se pierde, lo hallan

A light blue scroll-like box containing the equilibrium formula  $I(x) = C(x)$ .

### Ilustración 11: Punto de equilibrio

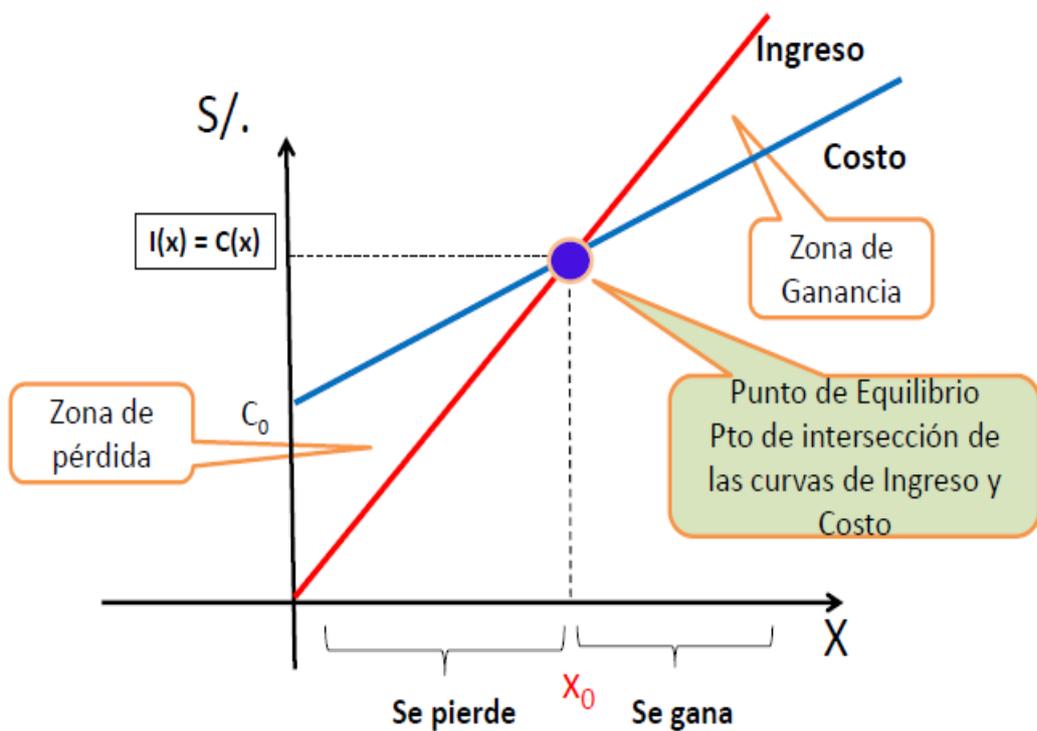


**Fuente:**

[http://chamilo.unife.edu.pe/chamilo18/courses/MATEMATICAADMINISTRA/document/MODELOS\\_FUNCIONALES-UNIFE.pdf](http://chamilo.unife.edu.pe/chamilo18/courses/MATEMATICAADMINISTRA/document/MODELOS_FUNCIONALES-UNIFE.pdf)

### Ilustración 12: Interpretación geométrica de la utilidad

Sabemos que la  $U(x) = I(x) - C(x) \rightarrow \begin{cases} \text{Si } I(x) > C(x) \rightarrow \text{Hay Ganancia} \\ \text{Si } I(x) < C(x) \rightarrow \text{Hay Pérdida} \end{cases}$



**Fuente:**

[http://chamilo.unife.edu.pe/chamilo18/courses/MATEMATICAADMINISTRA/document/MODELOS\\_FUNCIONALES-UNIFE.pdf](http://chamilo.unife.edu.pe/chamilo18/courses/MATEMATICAADMINISTRA/document/MODELOS_FUNCIONALES-UNIFE.pdf)

### 2.12.3. Modelos lineales definidos por sistemas de ecuaciones

Algunas veces no podemos hallar el modelo a partir de los datos que nos dan. Podríamos necesitar escribir ecuaciones para representar la situación y resolver un sistema de ecuaciones. (Peter Blythe, Jim Fensom, Jane Forrest, Paula Waldman de Tokman , 2015)

### 2.13. Modelos cuadráticos

El modelo de función cuadrática corresponde y da respuestas a diversas situaciones observadas en la vida real, algunas de ellas se pueden encontrar en la economía al optimizar funciones de ingreso, costo y utilidad, en la geometría cuando se trabaja con llenado de recipientes, variabilidad de las dimensiones de una figura y desde el punto de vista físico, cuando se trabajan problemas relacionados con la cinemática tales como movimiento uniformemente acelerado, caída libre, lanzamiento de proyectiles, etc. (Núñez, 2011)

#### Las funciones cuadráticas y sus gráficos

Una función cuadrática tiene la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde  $a, b, c \in R$  y  $a \neq 0$ .

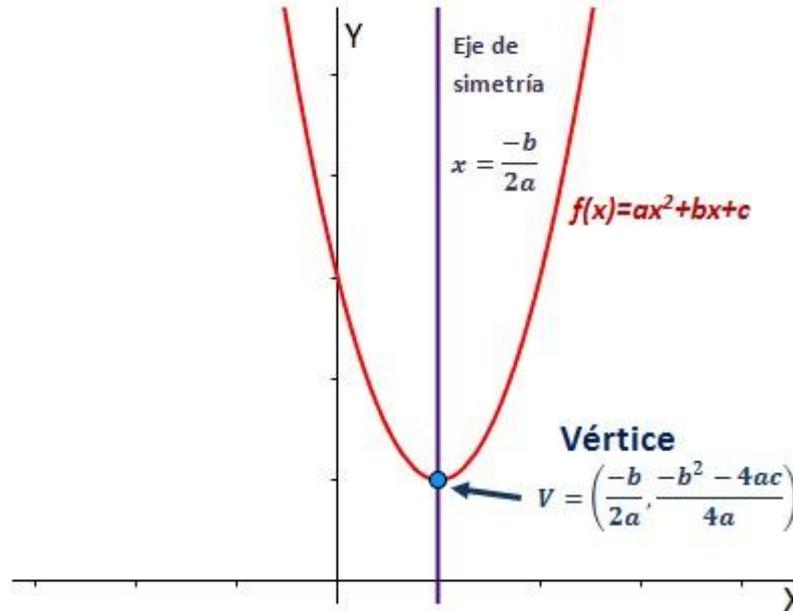
El dominio de una función cuadrática es el conjunto de los números reales (R) o cualquier subconjunto de éste.

#### Cuadro Nº 2: Algunas funciones cuadráticas

$f(x) = x^2$	$f(x) = x^2 + 3x + 2$	$f(x) = 4x^2 - 8x + 3$
a = 1	a = 1	a = 4
b = 0	b = 3	b = -8
c = 0	c = 2	c = 3

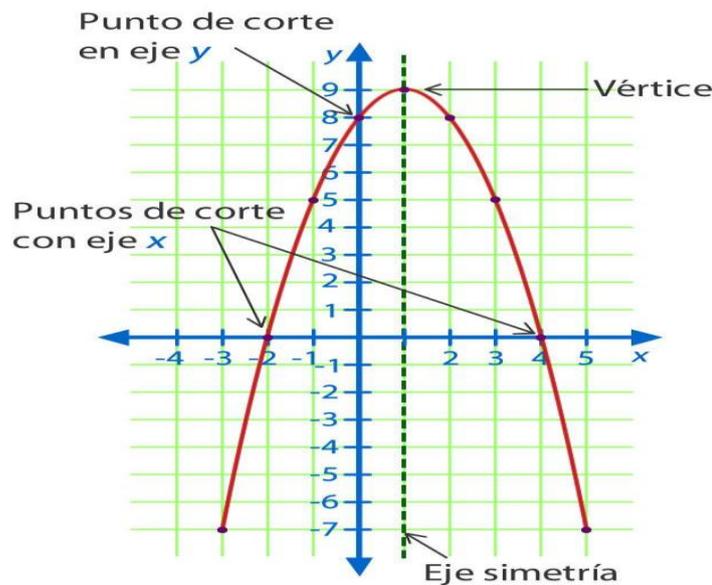
Fuente: Autor

**Ilustración 13:** Gráfica de una función cuadrática, cuando  $a > 0$



**Fuente:** [https://www.google.com.ec/search?hl=es-419&site=imghp&tbm=isch&source=hp&biw=1366&bih=657&q=Funci%C3%B3n+cuadr%C3%A1tica+de+la+forma+ax2%2Bbx%2Bc%3B+a%3E0&oq=Funci%C3%B3n+cuadr%C3%A1tica+de+la+forma+ax2%2Bbx%2Bc%3B+a%3E0&gs\\_l=img.3...1334067.1359467.1.1362865.44.20.1.20.21.0.235.2428.0j12j3.15.0....0...1ac.1.64.img..11.7.153...0i24k1.tRazHYb0h9w#imgrc=0uz8361bFBqWcM](https://www.google.com.ec/search?hl=es-419&site=imghp&tbm=isch&source=hp&biw=1366&bih=657&q=Funci%C3%B3n+cuadr%C3%A1tica+de+la+forma+ax2%2Bbx%2Bc%3B+a%3E0&oq=Funci%C3%B3n+cuadr%C3%A1tica+de+la+forma+ax2%2Bbx%2Bc%3B+a%3E0&gs_l=img.3...1334067.1359467.1.1362865.44.20.1.20.21.0.235.2428.0j12j3.15.0....0...1ac.1.64.img..11.7.153...0i24k1.tRazHYb0h9w#imgrc=0uz8361bFBqWcM)

**Ilustración 14:** Gráfica de una función cuadrática  $ax^2 + bx + c$ , cuando  $a < 0$



**Fuente:** [67.1359467.1.1362865.44.20.1.20.21.0.235.2428.0j12j3.15.0....0...1ac.1.64.img..11.7.153...0i24k1.tRazHYb0h9w#hl=es419&site=imghp&tbm=isch&q=Funci%C3%B3n+cuadr%C3%A1tica+de+la+forma+ax2%2Bbx%2Bc%3B+cuando+a+<+0&imgrc=MPozjoC3P\\_e9NM](https://www.google.com.ec/search?hl=es-419&site=imghp&tbm=isch&q=Funci%C3%B3n+cuadr%C3%A1tica+de+la+forma+ax2%2Bbx%2Bc%3B+cuando+a+<+0&imgrc=MPozjoC3P_e9NM)

La ecuación cuadrática más simple es  $f(x) = x^2$

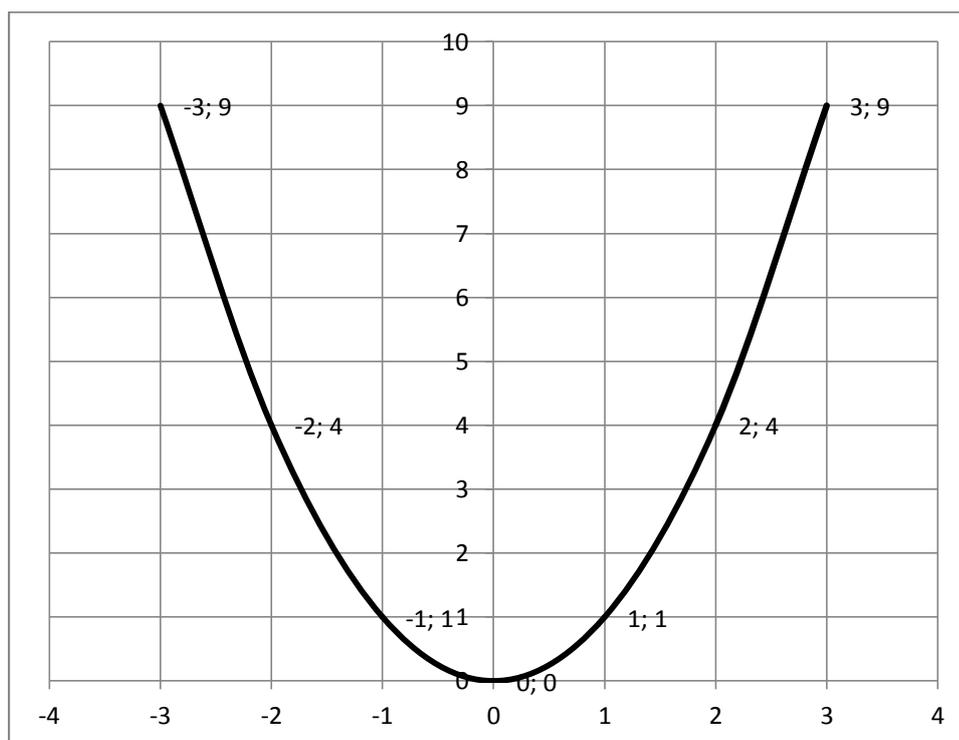
**Cuadro Nº 3: Valores de la función  $f(x) = x^2$**

x	$f(x) = x^2$
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9

Fuente: Autor

Si ubicamos estos valores en un sistema de ejes obtenemos este gráfico en Excel.

**Ilustración 15: Función cuadrática  $f(x) = ax^2$ , cuando  $a > 0$**



Fuente: Autor

- El gráfico de una función cuadrática es una parábola.
- La parábola tiene un eje de simetría (el eje  $y$ ).

$$y = -\frac{b}{2a}$$
$$y = -\frac{0}{2(1)} = 0$$

- La parábola tiene un punto mínimo en  $(0, 0)$ . El punto mínimo se denomina vértice de la parábola.
- El recorrido de  $f(x) = x^2$  es  $y \geq 0$ .

Representa gráficamente la siguiente función cuadrática:  $f(x) = x^2 + 3x + 2$ , con Excel o Geogebra, y calcule:

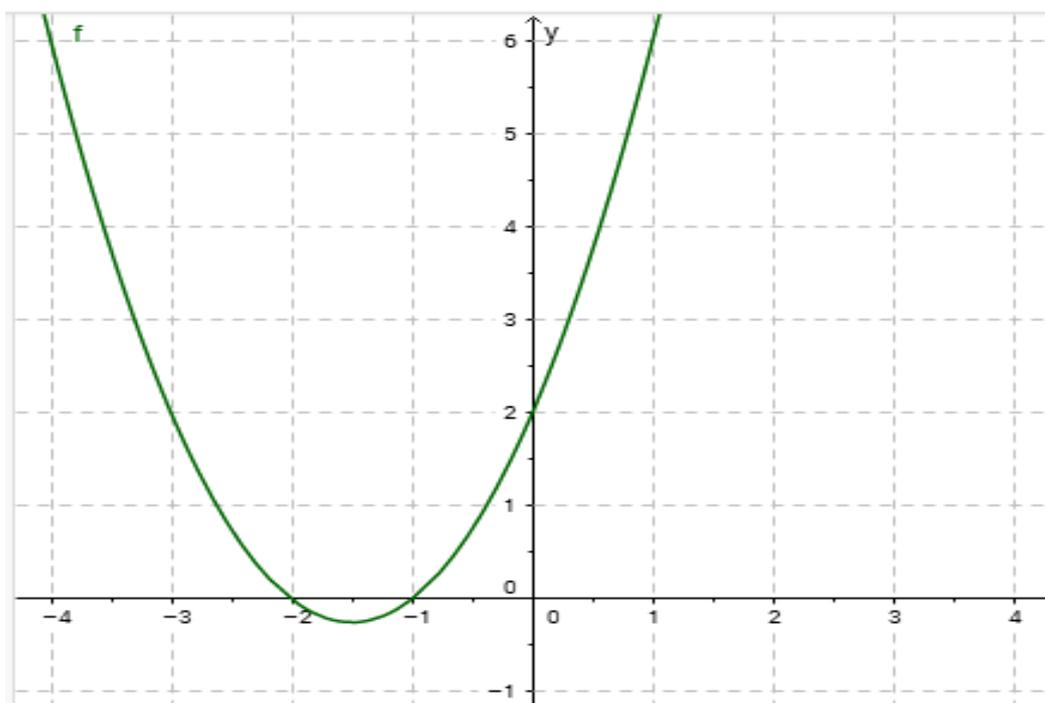
- a. La ecuación del eje de simetría
- b. Las coordenadas del vértice
- c. Las coordenadas de los puntos donde la curva corta al eje  $x$

**Cuadro N° 4: Tabla de valores de  $f(x) = x^2 + 3x + 2$**

$x$	$f(x) = x^2 + 3x + 2$
-4	6
-3	2
-2	0
-1	0
0	2
1	6

Fuente: Autor

**Ilustración 16: Gráfica de la función cuadrática  $f(x) = x^2 + 3x + 2$**



Fuente; Autor

a. Ecuación del eje de simetría:  $x = -\frac{b}{2a}$

$$x = -\frac{3}{2(1)}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$x = -1,5$$

$$f(x) = x^2 + 3x + 2$$

$$a = 1$$

$$b = 3$$

b. Coordenadas del vértice:  $\left[-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right]$

$$f(-1,5) = x^2 + 3x + 2$$

$$f(-1,5) = (-1,5)^2 + 3(-1,5) + 2$$

$$f(-1,5) = 2,25 - 4,5 + 2$$

$$f(-1,5) = -0,25$$

$$V = (-1,5; -0,25)$$

c. Las coordenadas de los puntos donde la curva corta al eje x:

$$y = 0$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 2)(x + 1) = 0$$

$$x + 2 = 0 \quad ; \quad x + 1 = 0$$

$$x = -2 \quad \quad x = -1$$

**Las coordenadas son:**  $(-2, 0)$  y  $(-1, 0)$

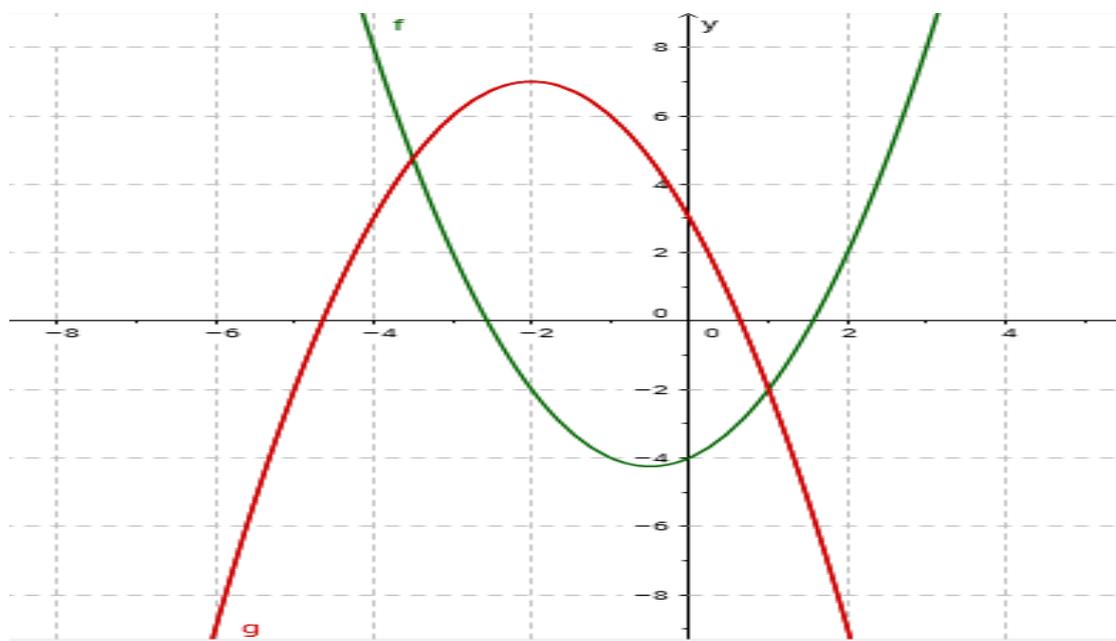
## 2.14. Intersección de dos funciones cuadráticas

Para hallar las coordenadas de los puntos de intersección, utilizamos el programa Geogebra o la calculadora Casio fx-9860 GII SD o igualar ambas funciones algebraicas y obtenemos los puntos de intersección entre las dos curvas.

Ejemplo:

Halle los puntos de intersección de los gráficos de  $f(x) = x^2 + x - 4$  y  $g(x) = -x^2 - 4x + 3$ , utilizando los métodos gráfico y algebraico.

**Ilustración 17:** Método gráfico de la intersección de dos funciones



Fuente: Autor

## Método algebraico

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 + x - 4 = -x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 + x^2 + x + 4x - 4 - 3 = 0$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

### ▪ Cálculo de las raíces por factorización

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad - 1 = - 2x \\ 2x \quad \quad \quad + 7 = \underline{+ 7x} \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad 5x \end{array}$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(x - 1)(2x + 7) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad ; \quad 2x + 7 = 0$$

$$x = 1 \quad \quad \quad 2x = -7$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

$$f(1) = x^2 + x - 4$$

$$= 1^2 + 1 - 4$$

$$= 1 + 1 - 4$$

$$= -2$$

$$g(x) = -x^2 - 4x + 3$$

$$= -\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{7}{2}\right) + 3$$

$$= -\frac{49}{4} + 14 + 3$$

$$= -\frac{49}{4} + 17$$

$$= \frac{-49 + 68}{4}$$

$$= \frac{19}{4}$$

Por lo tanto, los puntos de intersección son  $(1, -2)$  y  $\left(-\frac{7}{2}, \frac{19}{4}\right)$

Otra estrategia de solución, para hallar las raíces de la ecuación:  $2x^2 + 5x - 7 = 0$ , es:

- La fórmula general de la ecuación cuadrática,  $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 5 \\ c &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-7)}}{2(2)} \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{4} \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{4} \\ x &= \frac{-5 \pm 9}{4} \\ x_1 &= \frac{-5+9}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad ; \quad x_2 = \frac{-5-9}{4} = -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

### Modelos cuadráticos

Muchas situaciones de la vida real se pueden modelizar usando funciones cuadráticas.

### Uso de las Tics en funciones lineales y cuadráticas.

La introducción de las TICs (Tecnologías de la Información y Comunicación), como acción pedagógica ayuda a potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

"Habría que enseñar una matemática con sentido (...) que se constituya en un desafío para los estudiantes". (Saiz. Irma, 2015)

En tal sentido la autora hace referencia a que en la enseñanza- aprendizaje se deben incorporar las herramientas de las Tic, como parte del aprendizaje innovador.

(Caruso,C.,Romeul L. y Suhi G. , 2006:2 ), afirman que **“el uso de las nuevas tecnologías en el aula permite un mayor acceso a la representación múltiple de conceptos matemáticos, promoviendo la articulación entre diferentes representaciones de los conceptos”**.

Entre las metas y expectativas de logro en las actividades diarias tanto las del docente como en las del estudiante se hacen necesario la utilización de las Tics tales como:

### **Gráficos y funciones**

Construcción de modelos lineales y cuadráticos que permitan resolver problemas.

Construcción de tablas a partir de la gráfica de una función lineal.

Reconocimiento de funciones lineales cuya gráfica pasa por el origen analizando la constante de proporcionalidad  $x/y$  y de los puntos  $(x, y)$

Bosquejar y graficar funciones cuadráticas

### **Graphmatica y GeoGebra**

- Herramientas para estudiar funciones
- Utilización de herramientas como el Software Graphmatica
- Deslizadores, desplazamientos de la vista gráfica y zoom

Vincular expresiones algebraicas de diferentes funciones con sus gráficas

Modelos lineales y funciones lineales. Ecuación de la recta. (Ponte. J.P, 2005)

## **Hoja de cálculo Excel**

Excel es una hoja de cálculo que ofrece recursos muy interesantes no sólo para la obtención de resultados, sino también y sobre todo para el aprendizaje de la Matemática. (Barreras, 2006)

Esta hoja de cálculo permite construir tablas y graficas dinámicas que posibilitan simular cambios y variaciones entre cantidades. Es una potente herramienta que permite diseñar actividades para trabajar registros representacionales de un objeto matemático, en particular el objeto funciones cuadráticas. (Carulla, C., & Gómez, P., 2001)

### **2.15. Pasos en el proceso de interacción en el ABP**

#### **▪ Pasos previos a la sesión de trabajo con los estudiantes:**

1. Diseñar problemas que permitan cubrir los objetivos de modelos lineales. Cada problema debe incluir claramente los objetivos de aprendizaje correspondientes al tema.
2. Establecer con anticipación reglas y responsabilidades que deben cumplir los equipos de trabajo.
3. Identificar los momentos más oportunos para aplicar los problemas y determinar el tiempo que deben invertir los educandos en la solución del problema.

#### **▪ Pasos durante la sesión de trabajo con los estudiantes:**

4. Presentar un problema al inicio de la clase. Entregar copias, materiales por equipo e individualmente.
5. Proporcionar preguntas escritas relacionadas con el problema. La copia de equipo debe estar firmada por todos los miembros que participaron, debe ser entregada como el resultado final de grupo al terminar la clase.

6. El Profesor monitorea y retroalimenta a los equipos de trabajo los errores que hayan cometido.
7. Dejar tiempo al final de la sesión de ABP para que todo el salón discuta el problema, o discutirlo al inicio de la siguiente clase.

▪ **Pasos posteriores a la sesión de trabajo con los estudiantes:**

8. Al término de cada sesión los educandos deben establecer los planes de su propio aprendizaje:
  - Identificar los temas a estudiar, identificar claramente los objetivos de aprendizaje por cubrir y establecer una lista de tareas para la próxima sesión.
  - Identificar y decidir cuales temas serán abordados por todo el grupo y se estudiarán de manera individual.
  - Identificar funciones y tareas para la siguiente sesión señalando claramente sus necesidades de apoyo en las áreas donde consideren importante la participación del experto. (Vicerrectoría Académica)

## **CAPÍTULO III**

### **3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

En éste capítulo, se procedió a describir el diseño y la forma en que se realizó el trabajo investigativo; cómo se determinó la población y la selección de la muestra representativa.

En primer lugar, fue necesario, al inicio de la investigación, aplicar una prueba pre test a los estudiantes que conforman la población de la investigación, para lo cual se diseñó un instrumento de evaluación sobre funciones lineales y cuadráticas, con el objetivo de explorar saberes previos relacionados al tema y, a la vez observar y evaluar en los estudiantes el nivel de análisis e interpretación de la información presentada, mediante un problema. Estos resultados sirvieron como base para el inicio de la puesta en práctica de la metodología de enseñanza ABP, propuesta planteada al inicio de éste trabajo investigativo

#### **3.1. Diseño de la investigación**

La investigación fue cuantitativa, el tema de diseño e implementación de una propuesta de ABP, para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas es de gran importancia para los estudiantes de Bachillerato, porque se realizan actividades constructivistas que incentivan la motivación y participación de todos los estudiantes en forma grupal e individual en cada uno de los talleres Pedagógicos que se realizaron en el aula y laboratorio de Computación.

Se requirió previamente de una prueba de diagnóstico de entrada pre test y una prueba de salida post test, que permitió detectar en forma clara distintos problemas, con el propósito de describirlos, interpretarlos y expresar sus causas y efectos.

### **3.2. Tipo de investigación**

La investigación estuvo ubicada dentro de la metodología de investigación descriptiva y de campo.

#### **3.2.1. Investigación de campo**

El proyecto se realizó en un Colegio Fiscal del sector sur - Isla Trinitaria de la ciudad de Guayaquil, donde se observa la participación activa de los estudiantes.

En este tipo de investigación se recogió los datos que consisten en el análisis sistemático de problemas en la realidad.

#### **3.2.2. Investigación descriptiva**

Por medio de la descripción de la situación en estudio y la relación entre las variables dependiente e independiente se pretendió llegar a relacionar los objetivos señalados y propuestos en este proyecto educativo.

A través de una encuesta a los docentes, se permitió conocer el desempeño en el uso de estrategias metodológicas adecuadas e innovadoras en la enseñanza de la Matemática aplicadas en el salón de clase y laboratorio de computación.

El universo de esta investigación lo constituyó 55 estudiantes, repartidos en dos paralelos: 30 estudiantes del Primer año BI, Paralelo "A", 25 estudiantes del Primer año BI, Paralelo "B" y 10 docentes del área de Matemática.

### **3.3. Población**

La población estuvo personificada en su totalidad por un grupo de 55 estudiantes y 10 docentes del área de Matemática dando un total de 65 los encuestados en el primer año de Bachillerato Internacional ubicados en el cantón Guayaquil, provincia del Guayas.

### Cuadro Nº 5: Población

CATEGORÍAS	CANTIDAD
Estudiantes	55
Docentes	10
TOTAL	65

Fuente: El autor

### 3.4. Instrumentos de la investigación

Cómo técnica de recolección de datos para este proyecto, se aplicaron los siguientes instrumentos a los dos paralelos del Primer año de Bachillerato Internacional:

- Al inicio, se empleó la **evaluación diagnóstica** (Pre-Test) a los dos grupos para conocer el nivel a de conocimientos y destrezas desarrolladas en funciones lineales y cuadráticas.
- Durante el proceso, se utilizó la **evaluación formativa**, con trabajos grupales colaborativos, considerándose los siguientes indicadores:
  - ✓ Investigaciones científicas.
  - ✓ Exposiciones, se tomará en cuenta:
    - Comprensión del problema.
    - Diagramas y dibujos.
    - Estrategia de solución.
    - Solución del problema.
  - ✓ Materiales
- Guías de observación: Contiene los indicadores y criterios de evaluación que fueron observados por el docente, relacionadas con las destrezas a ser desarrolladas en los estudiantes a través de las actividades diseñadas (evaluación formativa).
- Al cierre de las actividades de los talleres se aplicó una evaluación sumativa (Post-Test).

- Encuestas de aptitud matemática a 55 estudiantes del grupo tratamiento para conocer el grado de aceptación de la metodología propuesta en éste proyecto investigativo.
- Encuesta de aptitud a 10 docentes del Área de matemáticas sobre la Metodología ABP en la enseñanza de las matemáticas.

### 3.5. Planteamiento de la hipótesis

Las hipótesis que se plantean para esta investigación son:

**Hipótesis nula ( $H_0$ ): No Existe** una diferencia significativa entre la media de calificaciones del grupo al que se le aplicó la metodología ABP y la media de calificaciones del grupo donde no se aplicó dicha técnica.

**Hipótesis alternativa ( $H_1$ ): Existe** una diferencia significativa entre la media de calificaciones del grupo al que se le aplicó la metodología ABP y la media de calificaciones del grupo donde no se aplicó dicha técnica.

Se denota por  $u_1$ , la media del grupo experimental y  $u_2$  la media del grupo control.

Hipótesis nula  $\rightarrow H_0 : \begin{cases} u_1 - u_2 = 0 \\ u_1 = u_2 \end{cases}$

Hipótesis alternativa  $\rightarrow H_a : u_1 > u_2$

Al finalizar el estudio de las funciones lineales y cuadráticas con los dos paralelos, se realizó la comparación de los promedios obtenidos por los estudiantes entre las dos metodologías: grupo experimental versus grupo control.

### 3.6. Análisis de los Resultados de la Prueba Pre-test del 1° año de BI

Se utilizó el programa Excel 2010 para presentar los resultados de las pruebas Pre Test y Post Test de los dos paralelos del 1° año de Bachillerato Internacional.

**Cuadro Nº 6:** Análisis Estadístico de las pruebas Pre-Test de 1° “A” BI

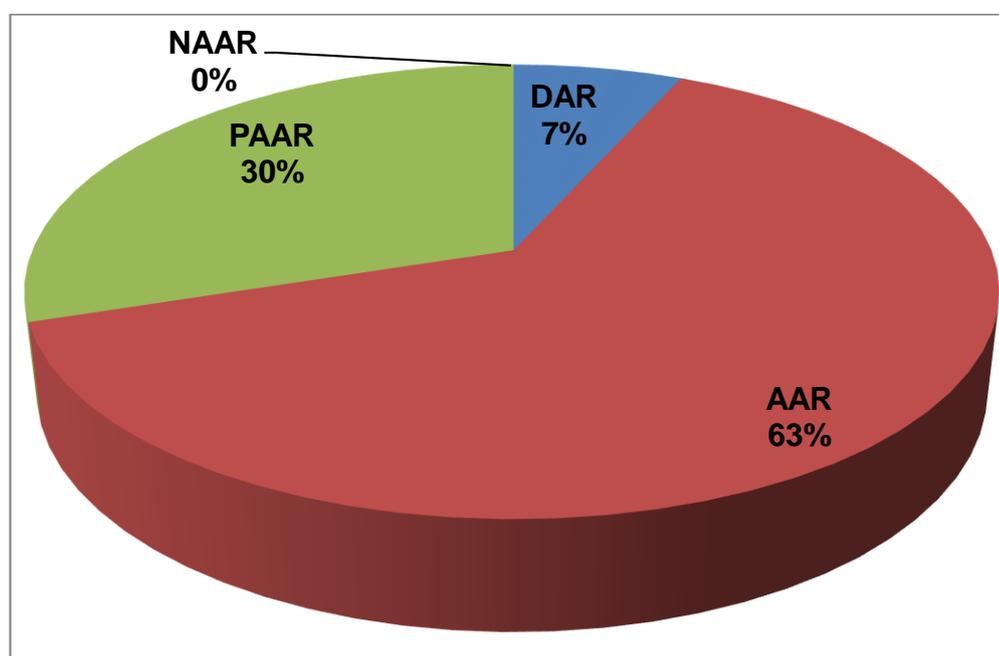
Nº	1° BI - “A”	CUALITATIVA	1° BI - “B”	CUALITATIVA
1	5,40	PAAR	6,00	PAAR
2	6,20	PAAR	7,00	AAR
3	8,69	AAR	6,00	PAAR
4	8,50	AAR	5,00	PAAR
5	7,00	AAR	5,60	PAAR
6	6,00	PAAR	7,00	AAR
7	9,00	DAR	8,00	AAR
8	5,71	PAAR	7,30	AAR
9	8,00	AAR	5,00	PAAR
10	6,20	PAAR	8,00	AAR
11	7,00	AAR	7,10	AAR
12	7,50	AAR	7,40	AAR
13	8,00	AAR	7,00	AAR
14	8,40	AAR	7,20	AAR
15	6,30	PAAR	5,20	PAAR
16	5,00	PAAR	6,00	PAAR
17	6,80	PAAR	7,30	AAR
18	8,10	AAR	6,00	PAAR
19	8,70	AAR	5,00	PAAR
20	9,10	DAR	7,00	AAR
21	7,30	AAR	6,30	PAAR
22	7,65	AAR	7,10	AAR
23	7,50	AAR	7,00	AAR
24	7,00	AAR	6,30	PAAR
25	7,50	AAR	7,00	AAR
26	6,00	PAAR		
27	7,00	AAR		
28	8,10	AAR		
29	7,59	AAR		
30	7,50	AAR		
<b>PROMEDIO</b>	<b>7,29</b>	<b>AAR</b>	<b>6,55</b>	<b>AAR</b>

Fuente: Autor

APROVECHAMIENTO			Nº	%		
Domina los aprendizajes requeridos.	DAR	9 - 10	2	7		
Alcanza los aprendizajes requeridos.	AAR	7 - 8,99	19	63	Nº	%
Esta próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos.	PAAR	4,01 - 6,99	9	30	<b>TOTAL, DE ESTUDIANTES</b>	30 100
No alcanza los aprendizajes requeridos.	NAAR	<= 4	0	0	<b>PROMEDIO</b>	<b>7,29</b>

Fuente: Autor

**Gráfico Nº 1:** Análisis Estadístico de las pruebas Pre-Test paralelo A



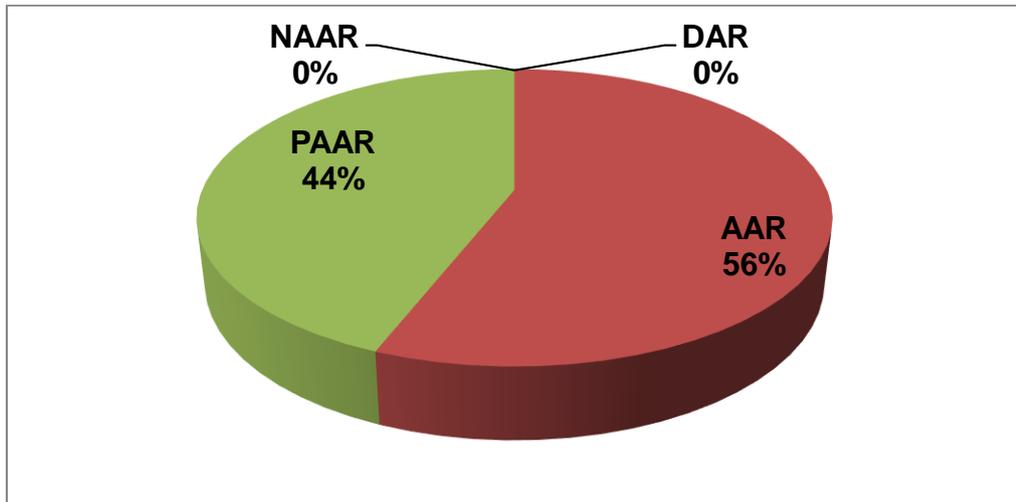
Fuente: Autor

**Cuadro Nº 7: Análisis Estadístico de la Prueba Pre-Test - 1º “B” BI**

APROVECHAMIENTO			Nº	%		
DOMINA LOS APRENDIZAJES REQUERIDOS.	DAR	9 - 10	0	0		
ALCANZA LOS APRENDIZAJES REQUERIDOS.	AAR	7 - 8,99	14	56		Nº %
ESTA PRÓXIMO A ALCANZAR LOS APRENDIZAJES REQUERIDOS.	PAAR	4,01 - 6,99	11	44	<b>TOTAL, DE ESTUDIANTES</b>	25 100
NO ALCANZA LOS APRENDIZAJES REQUERIDOS.	NAAR	<= 4	0	0	<b>PROMEDIO</b>	<b>6,55</b>

Fuente: Autor

**Gráfico Nº 2: Análisis Estadístico de las pruebas Pre-Test paralelo B**



Fuente: Autor

### 3.6. Análisis de los resultados de la prueba Post-test

Para el análisis de los resultados y comparación de las medias del grupo experimental versus el grupo control, se hace uso de las herramientas estadísticas del programa de Excel 2010, para lo cual se determina los siguientes valores en base a los promedios obtenidos por ambos grupos:

**Cuadro Nº 8:** Registro de Notas de la Prueba Post-Test de 1º año BI

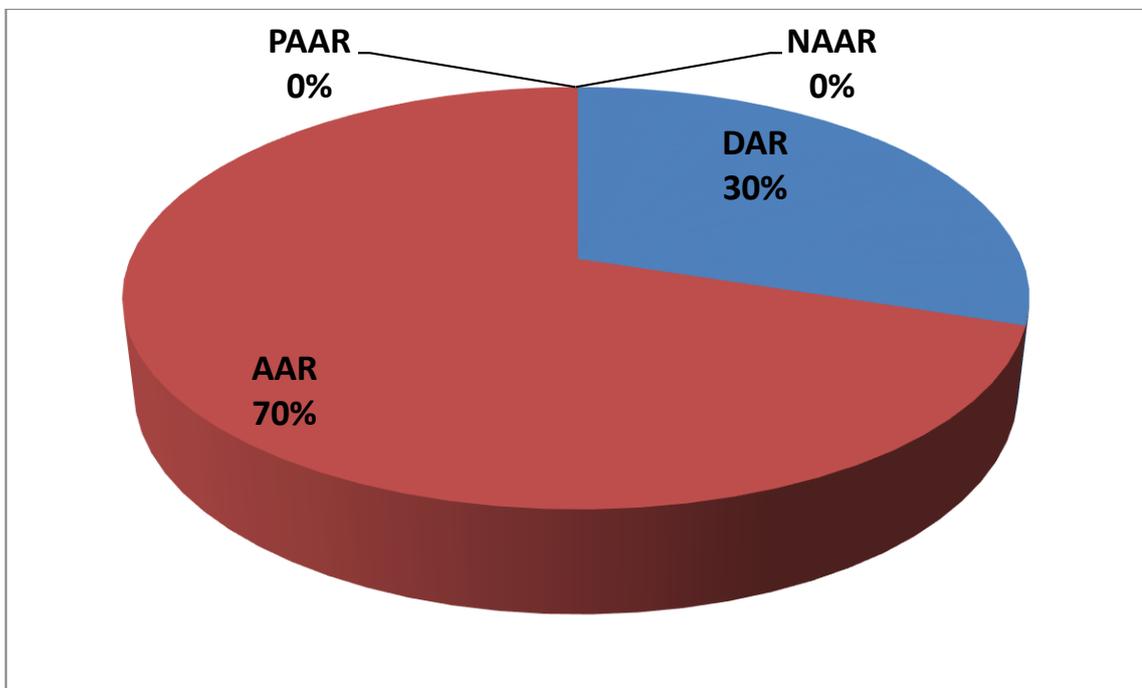
Nº	GRUPO EXPERIMENTAL	CUALITATIVA	GRUPO CONTROL	CUALITATIVA
1	9,00	DAR	7,20	AAR
2	8,00	AAR	6,00	PAAR
3	9,00	DAR	7,00	AAR
4	8,70	AAR	5,70	PAAR
5	8,50	AAR	4,00	NAAR
6	8,30	AAR	6,80	PAAR
7	9,20	DAR	7,40	AAR
8	7,90	AAR	8,00	AAR
9	9,00	DAR	6,00	PAAR
10	8,00	AAR	8,30	AAR
11	7,40	AAR	7,00	AAR
12	7,30	AAR	8,00	AAR
13	8,40	AAR	8,30	AAR
14	9,00	DAR	8,70	AAR
15	7,90	AAR	6,00	PAAR
16	7,00	AAR	6,30	PAAR
17	8,00	AAR	7,20	AAR
18	8,50	AAR	7,00	AAR
19	9,40	DAR	7,40	AAR
20	9,00	DAR	8,00	AAR
21	8,60	AAR	6,00	PAAR
22	8,20	AAR	7,00	AAR
23	8,40	AAR	8,00	AAR
24	9,00	DAR	7,40	AAR
25	8,30	AAR	7,50	AAR
26	8,50	AAR		NAAR
27	8,00	AAR		NAAR
28	9,00	DAR		NAAR
29	8,10	AAR		NAAR
30	8,90	AAR		NAAR
<b>PROMEDIO</b>	<b>8,42</b>	<b>AAR</b>	<b>7,05</b>	<b>AAR</b>
<b>VARIANZA MUESTRAL</b>	<b>0,3456</b>		<b>1,09</b>	

Fuente: Autor

APROVECHAMIENTO			Nº	%		
DOMINA LOS APRENDIZAJES REQUERIDOS.	DAR	9 - 10	9	30		
ALCANZA LOS APRENDIZAJES REQUERIDOS.	AAR	7 - 8,99	21	70		Nº %
ESTA PRÓXIMO A ALCANZAR LOS APRENDIZAJES REQUERIDOS.	PAAR	4,01 - 6,99	0	0	TOTAL, DE ESTUDIANTES	30 100
NO ALCANZA LOS APRENDIZAJES REQUERIDOS.	NAAR	<= 4	0	0		

Fuente: Autor

Gráfico Nº 3: Análisis Estadístico de las pruebas Post-Test paralelo A

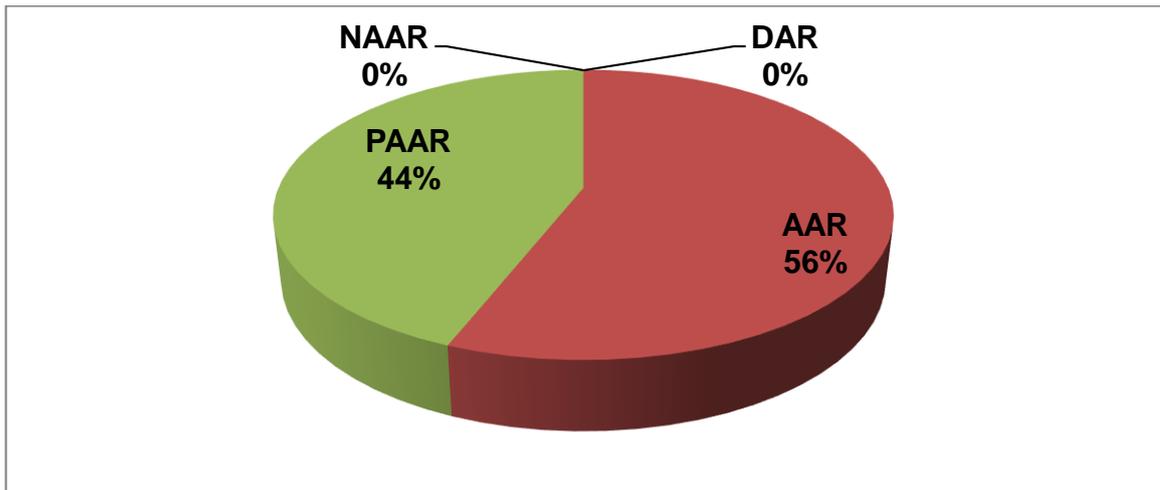


Fuente: Autor

GRUPO CONTROL "B"						
APROVECHAMIENTO			Nº	%		
Domina los aprendizajes requeridos.	DAR	9 - 10	0	0,00		
Alcanza los aprendizajes requeridos.	AAR	7 - 8,99	17	68,00	Nº	%
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos.	PAAR	4,01 - 6,99	7	28,00	<b>TOTAL, DE ESTUDIANTES</b>	25,00
No alcanza los aprendizajes requeridos.	NAAR	<= 4	1	4,00	<b>PROMEDIO</b>	<b>7,05</b>

Fuente: Autor

**Gráfico Nº 4:** Análisis Estadístico de las pruebas Post-Test paralelo B



Fuente: Autor

De acuerdo con los resultados obtenidos de las evaluaciones finales (Post-Test), se procede a realizar el análisis estadístico de cada uno de los grupos para comprobar la veracidad de la hipótesis nula a través de la **prueba de hipótesis para comparar dos medias independientes**.

Considerando que el tamaño muestral está constituido por 55 estudiantes, la prueba de hipótesis se la realiza utilizando la herramienta de prueba “z” para medias de dos muestras con un nivel de significancia de 0,05 que será la probabilidad de cometer un error tipo 1, es decir la probabilidad de llegar a rechazar la hipótesis nula siendo ésta verdadera. Para este nivel, el valor crítico del estadístico de prueba (z tabulado) corresponde a 1,645 de cola derecha. Para el cálculo de las medias y varianza se utilizó el programa Excel, considerando los siguientes datos:

- Media muestral de calificaciones del grupo experimento:  $\bar{X}_1$
- Media muestral de calificaciones del grupo control:  $\bar{X}_2$
- Varianza del grupo experimento:  $\sigma_1^2$
- Varianza del grupo control:  $\sigma_2^2$
- Número de estudiantes del grupo experimento:  $n_1$
- Número de estudiantes del grupo control:  $n_2$
- Nivel de significancia:  $\alpha$ , representa la probabilidad de rechazar una hipótesis nula verdadera.

**Cuadro Nº 9: Nivel de significancia para la prueba de hipótesis**

Nivel de significancia para la prueba de hipótesis	Tamaño de la muestra	
	Grupo Experimento	Grupo Control
$\alpha = 5\%$ cola derecha	n = 30	n = 25

Fuente: Autor

**Cuadro Nº 10: Variables con resultados**

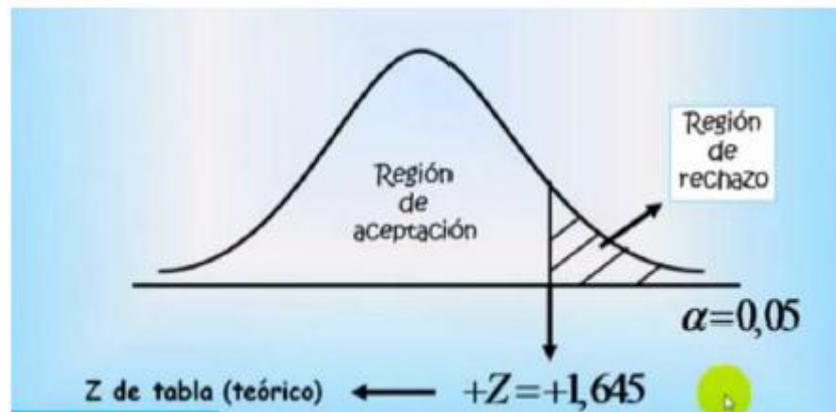
$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\sigma_1^2$	$\sigma_2^2$	$n_1$	$n_2$	$\alpha$	Nivel de confianza
8,42	7,05	0,3456	1,09	30	25	0,05	95%

Fuente: Autor

Para realizar la prueba de hipótesis en la comparación de las medias del grupo control versus el grupo experimento, se procede a determinar el intervalo de la región o zona de aceptación de la hipótesis nula ( $H_0$ ), utilizando el estadístico de

prueba “z”. Considerando que el nivel de significancia elegido es 0,05 con cola derecha, teóricamente el valor de z crítico es 1,645. Se ubica en la campana de Gauss y se obtiene la zona de rechazo y la zona de aceptación de la hipótesis nula.

**Gráfico N° 5:** Campana de Gauss



**Fuente:** Heliodoro Heredia 2017

Para determinar el Z de prueba se utiliza la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{8,42 - 7,05}{\sqrt{\frac{0,3456}{30} + \frac{1,09}{25}}} = \frac{1,37}{\sqrt{0,01152 + 0,0436}}$$

$$Z = \frac{1,37}{\sqrt{0,01152+0,0436}} = \frac{1,37}{\sqrt{0,05512}} = \frac{1,37}{0,2348}$$

$$\mathbf{Z = 5,83}$$

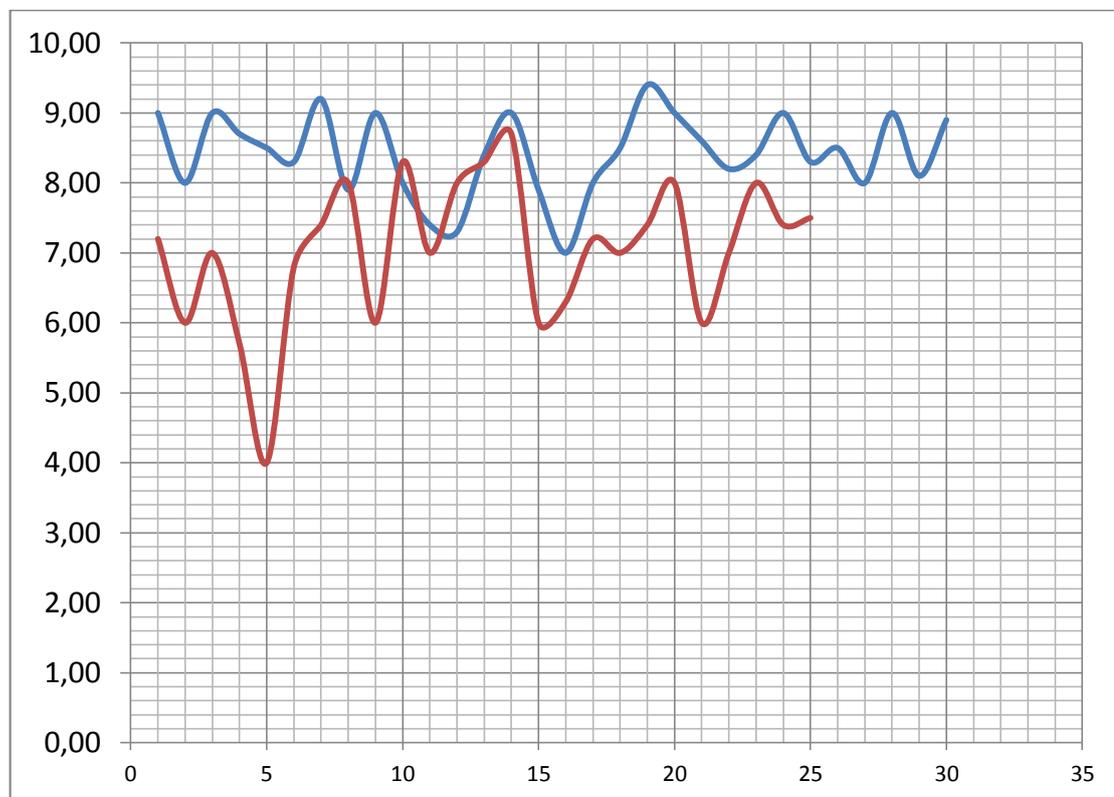
**Cuadro N° 11:** Prueba z para medias de dos muestras en Excel 2010

<b>DATOS ESTADÍSTICOS</b>	<b>GRUPO EXPERIMENTO</b>	<b>GRUPO CONTROL</b>
Media	8,42	7,048
Varianza (conocida)	0,3456	1,09
Observaciones	30	25
Diferencia hipotética de las medias	0	
<b>z</b>	<b>5,83</b>	
P(Z<=z) una cola	2,777E-09	
Valor crítico de z (una cola)	1,645	
Valor crítico de z (dos colas)	5,5541E-09	
Valor crítico de z (dos colas)	1,95996398	

**Fuente:** Autor

Se puede determinar por los resultados obtenidos, que el valor de  $Z_{cal}$  es mayor al  $Z$  crítico; por lo tanto, se encuentra dentro de la región de rechazo de la hipótesis nula; por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula, y se acepta la hipótesis alternativa con un nivel confianza del 95 %

**Gráfico Nº 6:** Prueba z para medias de dos muestras



Fuente: Autor

## CAPÍTULO IV

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Después de recolectar la información a través de las técnicas de la encuesta, apoyada en un cuestionario conformado por 10 preguntas de tipo abanico, es decir las respuestas consistieron en una serie de alternativas, entre las cuales el encuestado escogió la que creyó conveniente; se procedió a la interpretación y análisis de cada uno de las PREGUNTA, para dar cumplimiento al desarrollo de los objetivos en la investigadora.

**Al respecto, (Balestrini, 2003: 73), Señala que, “Se debe considerar que los datos tienen su significado únicamente en función de las interpretaciones que les da el investigador, ya que de nada servirá abundante información si no se somete a un adecuado tratamiento analítico”.**

De acuerdo al razonamiento del autor, se puede decir que no hay que redundar en los trabajos de investigación, los cuales tienen que ser muy puntuales y valederos. Por lo tanto, se procedió a representar de manera general, en forma de cuadro o gráfica, además el análisis de acuerdo a la pregunta. Se trabajó con el programa Excel 2010, para ejecutar todos las repuestas incluidas el análisis porcentual de los resultados obtenidos; para ello se empleó columnas en forma de barras y la técnica que se utilizó, se basó en el cálculo porcentual de cada ítem.

En lo que respecta a los procedimientos matemáticos, se utilizaron distribuciones de frecuencias, ya que la misma representa un conjunto de puntuaciones ordenadas en sus respectivas categorías. Posteriormente, se tabularon los resultados de acuerdo a las frecuencias. Del mismo modo, permitieron interpretar la percepción acerca de la estrategia de aprendizaje ABP, para mejorar el rendimiento académico en la resolución de problemas, del área de matemáticas para la enseñanza de Funciones lineales y cuadráticas en estudiantes de primer año de Bachillerato Internacional.

## ANÁLISIS DE ENCUESTA A DOCENTES

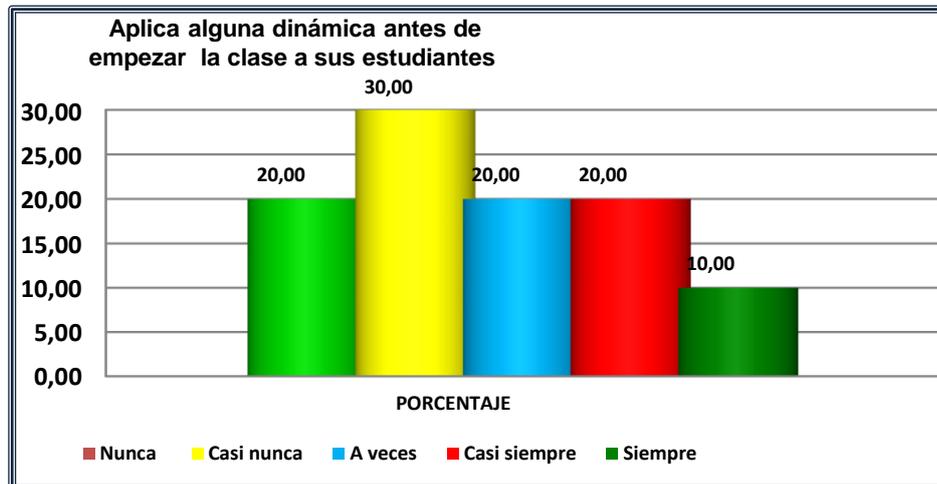
**PREGUNTA N° 1:** Aplica alguna dinámica antes de empezar la clase a sus estudiantes.

**Cuadro N° 12:** Aplica alguna dinámica antes de empezar la clase

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	2	20,00
POCAS VECES	3	30,00
A VECES	2	20,00
CASI SIEMPRE	2	20,00
SIEMPRE	1	10,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 7:** Aplica alguna dinámica antes de empezar la clase



**Fuente:** Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

En el análisis de la pregunta 1 se puede observar que la mayoría los docentes encuestados casi nunca han aplicado técnicas motivadoras antes de iniciar la clase con sus estudiantes, se realizó un análisis profundo de sus enseñanzas, de allí el motivo por lo que la clase se hace muy aburrida y no despiertan el interés en matemática.

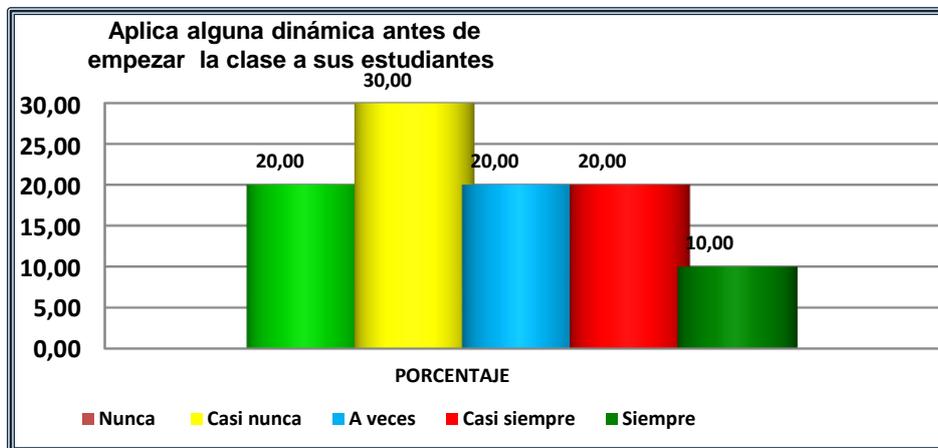
**PREGUNTA Nº 2:** Usted ha realizado investigaciones en Internet, libros o revistas sobre estrategias metodológicas innovadoras.

**Cuadro Nº 13: Ha realizado investigación de estrategias innovadoras**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	1	10,00
POCAS VECES	4	40,00
A VECES	3	30,00
CASI SIEMPRE	2	20,00
SIEMPRE	0	0,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico Nº 8: Ha realizado investigación de estrategias innovadoras**



Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

De acuerdo a la respuesta 2, la mayoría de los docentes respondieron que casi nunca ellos han realizado investigaciones en Internet, libros o revistas sobre estrategias metodológicas solo un porcentaje minoritario manifestaron que casi siempre o siempre lo han ejecutado, consideran que se debe aprender diversas estrategias de enseñanza. Este resultado, permitirá de manera positiva llegar a todo el profesorado, especialmente del área de matemática y así poner en práctica de la metodología de enseñanza aprendizaje ABP, como una estrategia activa para un aprendizaje significativo.

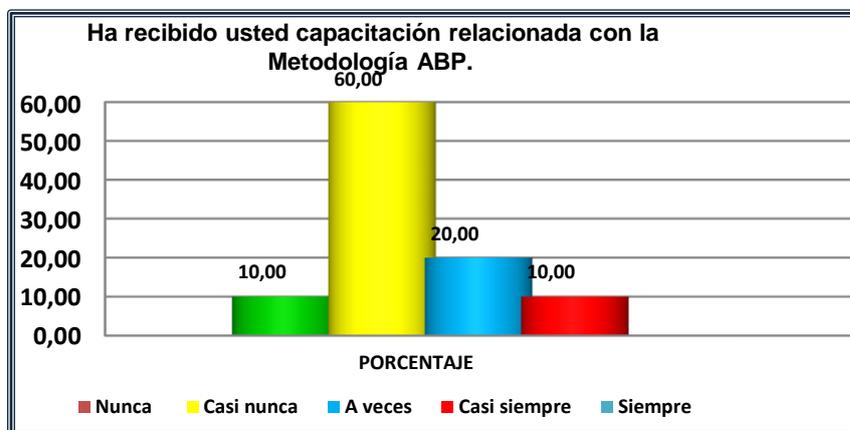
**PREGUNTA N° 3:** Ha recibido usted capacitación relacionada con la Metodología ABP.

**Cuadro N° 14: Ha recibido capacitación de la Metodología ABP.**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	1	10,00
POCAS VECES	6	60,00
A VECES	2	20,00
CASI SIEMPRE	1	10,00
SIEMPRE	0	0,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 9: Ha recibido capacitación de la Metodología ABP.**



Fuente: Encuesta dirigida a docentes del Primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

Un mayor porcentaje de docentes reconocen que no han recibido capacitación relacionada con la Metodología ABP que un aprendizaje basado en la resolución de problemas, ayuda a comprender y entender mejor ciertos contenidos, que muchas veces por tratarlo de manera abstracta, causa desánimo, desmotivación y ansiedad en los estudiantes debido a la no comprensión del tema tratado. Un porcentaje minoritario si han recibido esta capacitación les pareció muy interesante ya que reconocen que una enseñanza basada en el ABP facilitaría la comprensión de la asignatura mejorando su rendimiento académico.

**PREGUNTA N° 4:** La metodología ABP aplicada en la enseñanza de la matemática permite mejorar el rendimiento.

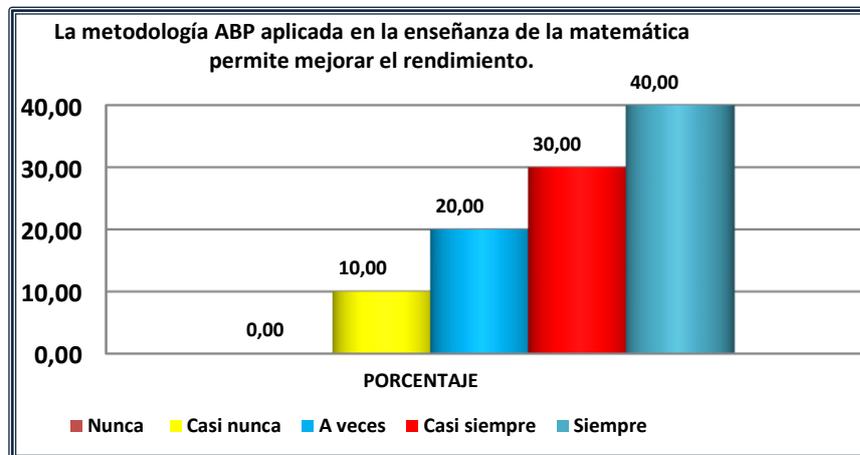
**Cuadro N° 15:** La metodología ABP en la matemática mejora el rendimiento.

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	0	0,00
POCAS VECES	1	10,00
A VECES	2	20,00
CASI SIEMPRE	3	30,00
SIEMPRE	4	40,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional

**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 10:** La metodología ABP en la matemática mejora el rendimiento.



**Fuente:** Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional

**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

## Análisis

De acuerdo al análisis se estima la metodología ABP aplicada en la enseñanza de la matemática permite mejorar el rendimiento, la respuesta mayoritaria fue de casi siempre ya que resolviendo ejercicios y los que aprenden mejor resolviendo problemas Sin embargo es importante reflexionar que, pocas veces algunos de ellos no pueden responder y plantear alternativas de solución frente a un problema matemático. Es preciso hacer insistencia en los docentes, para que les den una atención personalizada a sus estudiantes, ya que el aprender no está solamente en instruirse, sino en qué momento y en situaciones le sirven la matemática.

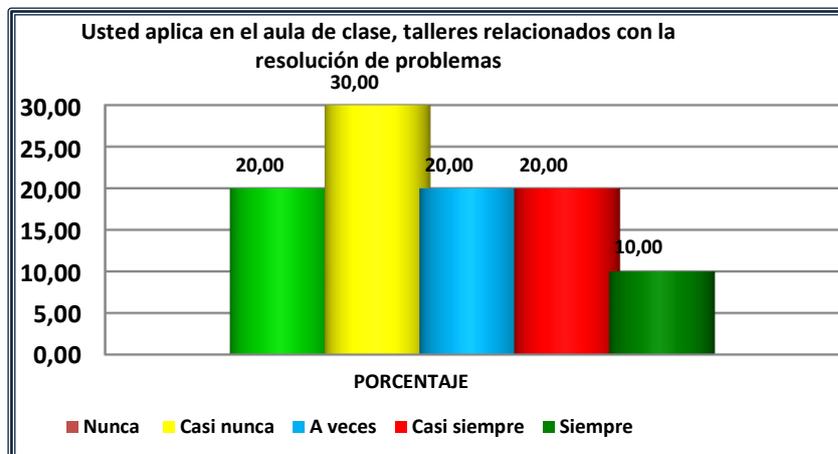
**PREGUNTA N° 5:** Usted aplica en el aula de clase, talleres relacionados con la resolución de problemas.

**Cuadro N° 16:** Aplica, talleres relacionados con la resolución de problemas.

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	2	20,00
POCAS VECES	3	30,00
A VECES	2	20,00
CASI SIEMPRE	2	20,00
SIEMPRE	1	10,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 11:** Aplica, talleres relacionados con la resolución de problemas.



Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

## Análisis

En cuanto a esta pregunta los docentes manifiestan en un 30 % que casi nunca aplican en el aula de clase, talleres relacionados con la resolución de problemas, utilizar actividades más del tipo resolución de ejercicios, seguidas de las demostraciones y resolución de problemas. Tratándose de las matemáticas se debe reconocer que siempre estará presente la resolución de ejercicios; sin embargo, si es importante socializar en los docentes las facetas que conlleva la aplicación del ABP, para lograr desarrollar las destrezas antes mencionadas.

**PREGUNTA Nº 6:** Utiliza las cuatro etapas del método de Polya para resolver problemas.

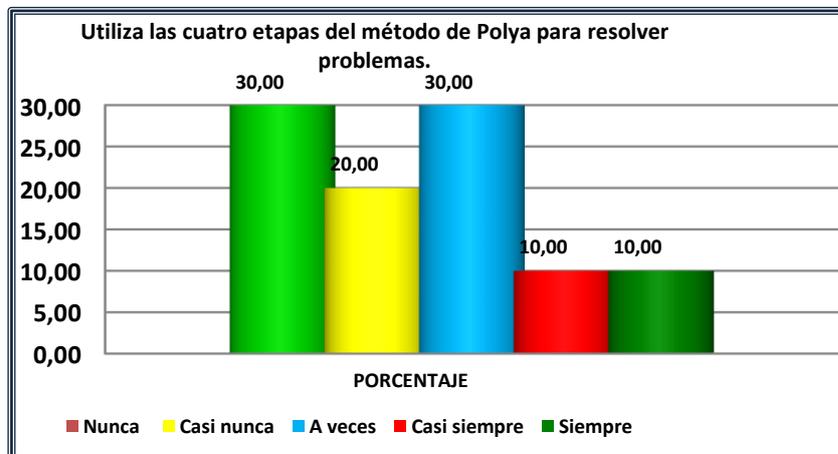
**Cuadro Nº 17: Utiliza el método de Polya para resolver problemas**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	3	30,00
POCAS VECES	2	20,00
A VECES	3	30,00
CASI SIEMPRE	1	10,00
SIEMPRE	1	10,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional

Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico Nº 12: Utiliza el método de Polya para resolver problemas.**



Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional

Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

De acuerdo a los resultados obtenidos, se observa que un 90% de los estudiantes nunca utilizan las cuatro etapas del método de Polya para resolver problemas. Esto resulta difícil extraer información y expresarla al lenguaje matemático, lo que sigue con un 30% a veces lo ejecuta y un porcentaje minoritario de 10% coinciden que casi siempre y siempre. De acuerdo a estos resultados se colige que la información y expresarla del lenguaje matemático es pobre. De ahí la importancia de fortalecer las habilidades matemáticas aplicando la metodología del ABP.

**PREGUNTA N° 7:** La aplicación de la metodología ABP mejora el pensamiento crítico de los estudiantes.

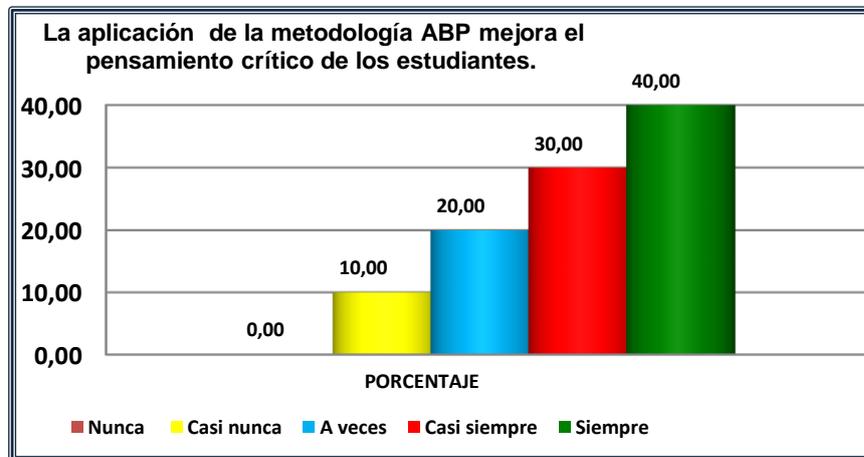
**Cuadro N° 18: La metodología ABP mejora pensamiento crítico**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	0	0,00
POCAS VECES	1	10,00
A VECES	2	20,00
CASI SIEMPRE	3	30,00
SIEMPRE	4	40,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional

Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 13: La metodología ABP mejora pensamiento crítico**



Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional

Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

En los resultados obtenidos se puede observar en un 40 % que siempre la aplicación de la metodología ABP mejora el pensamiento crítico de los estudiantes. al solicitarles que citen las técnicas más apropiadas en el Aprendizaje basado en problemas, además indicaron que las técnicas son muy importantes. Se puede observar además que los docentes no están muy familiarizados con el ABP, por lo tanto, terminado este trabajo de investigación se planificará una socialización se procederá con todo el personal docente y así poder poner en práctica todo lo referente a esta estrategia metodológica.

**PREGUNTA Nº 8:** El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje de los estudiantes.

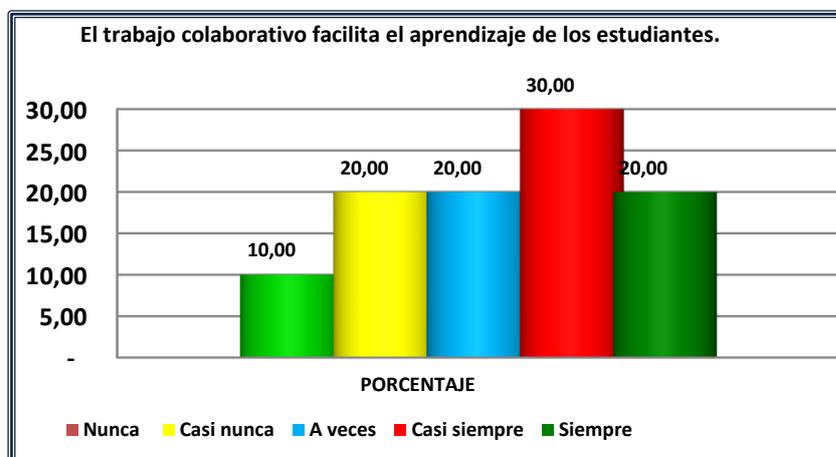
**Cuadro Nº 19: El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	1	10,00
POCAS VECES	2	20,00
A VECES	2	20,00
CASI SIEMPRE	3	30,00
SIEMPRE	2	20,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional

Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico Nº 14: El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje**



Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional

Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

Una vez realizado los resultados se indica que un 30 % está de acuerdo que el trabajo colaborativo facilita el aprendizaje de los estudiantes, lo que le permitiría aprender con mayor rapidez y podría hacerles más fácil el trabajo con la estrategia metodológica del Aprendizaje basado en problemas, se puede observar que los docentes no están muy familiarizados con las técnicas apropiadas para el uso del aprendizaje basado en problemas, por lo tanto terminado este proyecto se procederá a socializar con dichos docentes las técnicas didácticas que optimicen el uso de la metodología de enseñanza propuesta.

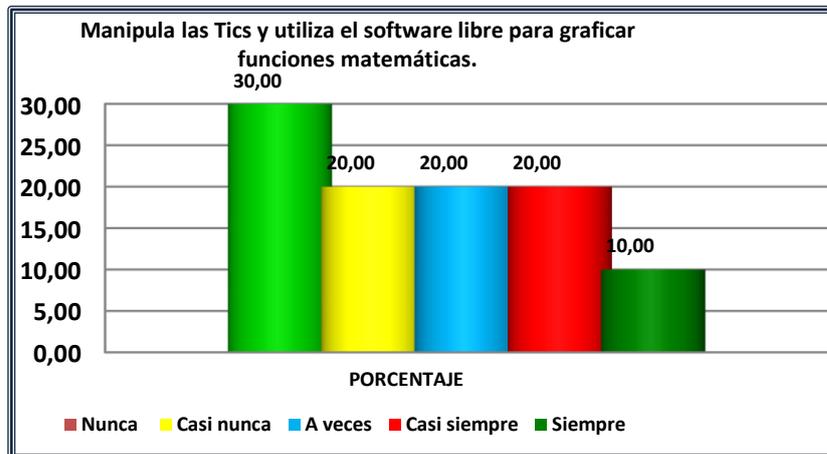
**PREGUNTA N° 9:** Manipula las Tics y utiliza el software libre para graficar funciones matemáticas.

**Cuadro N° 20 : Manipula las Tics para graficar funciones matemáticas**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	3	30,00
POCAS VECES	2	20,00
A VECES	2	20,00
CASI SIEMPRE	2	20,00
SIEMPRE	1	10,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 15: Manipula las Tics para graficar funciones matemáticas.**



**Fuente:** Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

En cuento de que si los docentes manejan y manipulan las Tics utilizando el software libre para graficar funciones matemáticas se puede observar la importancia del mismo en la realización de las actividades, lo que implica su profesionalismo y capacidad de diseñar las mismas con el propósito de llegar al estudiante, mostrando un 30 % de no aceptación.

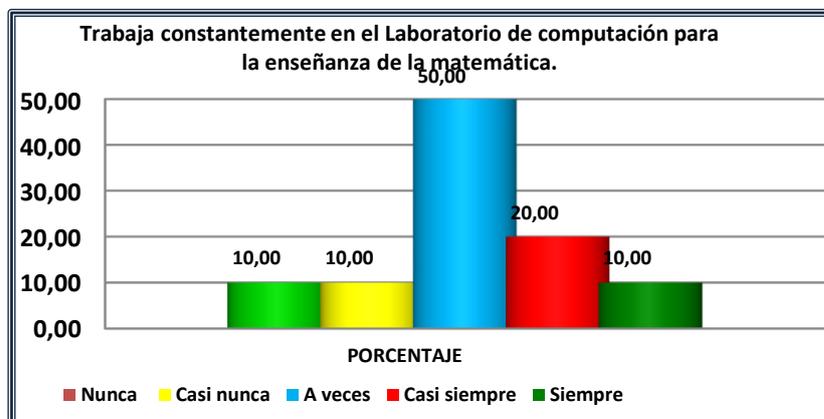
**PREGUNTA N° 10:** Trabaja constantemente en el Laboratorio de computación para la enseñanza de la matemática

**Cuadro N° 21:** Trabaja Laboratorio de computación y enseñar matemática

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	1	10,00
POCAS VECES	1	10,00
A VECES	5	50,00
CASI SIEMPRE	2	20,00
SIEMPRE	1	10,00
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 16:** Trabaja Laboratorio de computación y enseñar matemática



Fuente: Encuesta dirigida a docentes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

De acuerdo a la pregunta, el 50 % de los docentes indica que a veces el trabajan en el laboratorio de computación para la enseñanza de la matemática, lo que muchas veces no les permite regular el ritmo de aprendizaje en el área de matemática por tal motivo es importante dosificar la misma sincronizando tiempos y niveles de dificultad para su desarrollo. La calidad de la aplicación de las actividades por niveles de profundización permite al estudiante autoevaluarse y determinar en qué nivel se encuentra para así incurrir a la investigación y poder obtener la información suficiente para escalar en cuestión de contenido.

## ANÁLISIS DE ENCUESTA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO INTERNACIONAL

**PREGUNTA Nº 1:** El docente realiza motivaciones para atraer su atención.

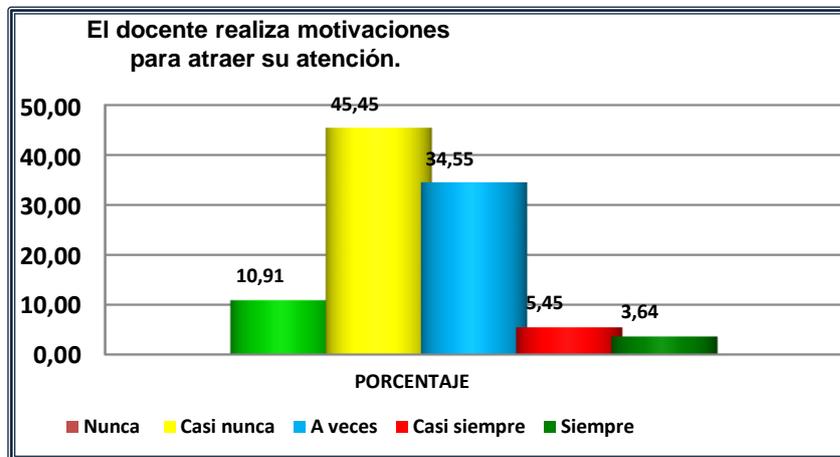
**Cuadro Nº 22:** El docente realiza motivaciones para atraer su atención

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	6	10,91
POCAS VECES	25	45,45
A VECES	19	34,55
CASI SIEMPRE	3	5,45
SIEMPRE	2	3,64
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional

**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico Nº 17:** El docente realiza motivaciones para atraer su atención



**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional

**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

Con relación a la pregunta de los estudiantes encuestados el 45,45% respondieron que casi nunca el docente realiza motivaciones para atraer su atención. Ya que el trabajo colaborativo es una herramienta que permite integrarlos y realizar un compromiso conjunto donde se revelan sus fortalezas y debilidades para el mismo como equipo y lograr un objetivo común. En este aspecto, es importante recalcar la importancia del trabajo en equipo o colaborativo mostrando sus fortalezas en el momento de su aplicación.

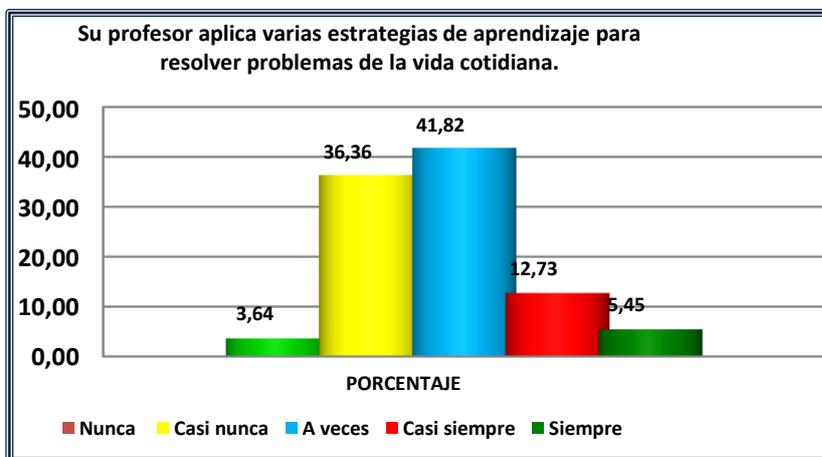
**PREGUNTA N° 2:** Su profesor aplica varias estrategias de aprendizaje para resolver problemas de la vida cotidiana.

**Cuadro N° 23: Profesor aplica estrategias para resolver problemas**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	2	3,64
POCAS VECES	20	36,36
A VECES	23	41,82
CASI SIEMPRE	7	12,73
SIEMPRE	3	5,45
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 18: Profesor aplica estrategias para resolver problemas**



**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

Con relación a la pregunta de los encuestados, se aprecia en un 41,82 % que, a veces el profesor aplica varias estrategias de aprendizaje para resolver problemas de la vida cotidiana, ya que el tiempo asignado para las actividades no es suficiente. En este punto es importante considerar el nivel de dificultad de las actividades y dosificar las mismas para que tanto en tiempo como en esfuerzo se encuentren cronometradas las mismas, y de acuerdo al horario realizado no les permiten profundizar el trabajo, por lo que solicitan trabajar por bloques de cuatro horas para así hacer efectivo el aprendizaje.

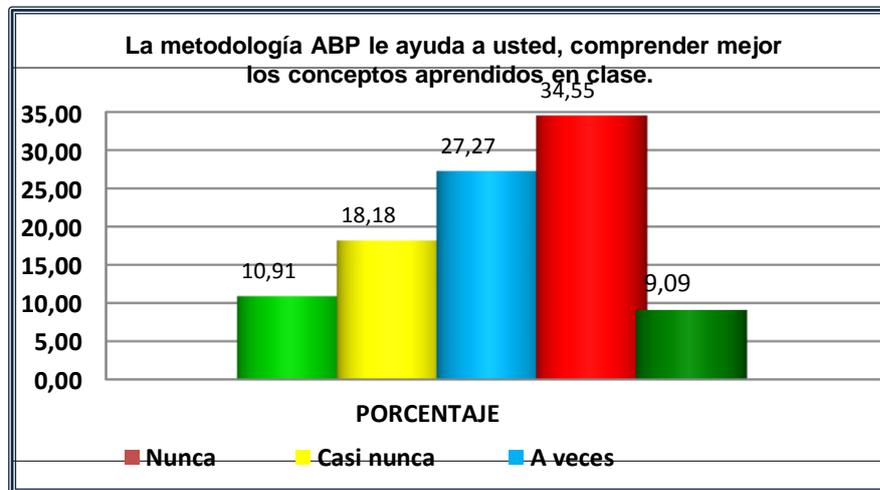
**PREGUNTA N° 3:** La metodología ABP le ayuda a usted, comprender mejor los conceptos aprendidos en clase.

**Cuadro N° 24: La metodología ABP ayuda a, comprender los conceptos**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	6	10,91
POCAS VECES	10	18,18
A VECES	15	27,27
CASI SIEMPRE	19	34,55
SIEMPRE	5	9,09
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 19: La metodología ABP ayuda a, comprender los conceptos**



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

Una vez analizada la pregunta, se aprecia en un 34,55 que casi siempre la metodología ABP les ayuda a ellos, comprender mejor los conceptos aprendidos en clase y por ende a ejecutar los ejercicios matemáticos de manera efectiva, lo que facilita su aprendizaje con actividades basadas en problemas, para que ellos vayan adquiriendo un conocimiento cada vez más amplio y profundo de la materia.

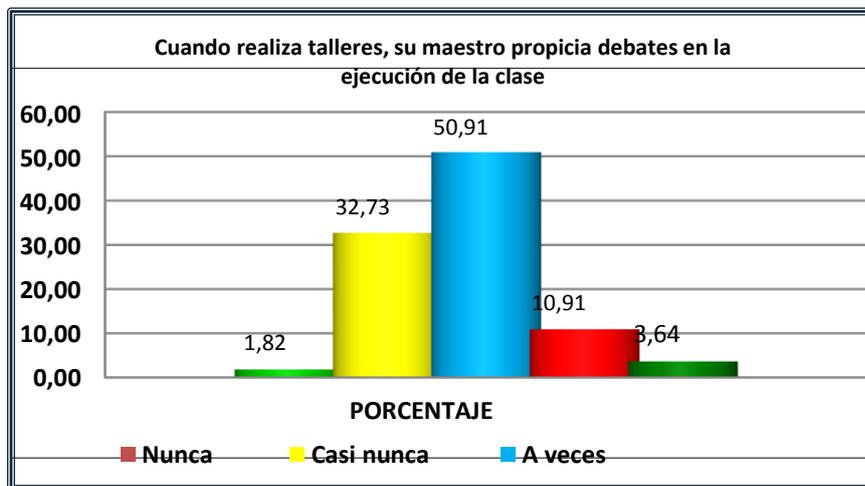
**PREGUNTA N° 4:** Cuando realiza talleres, su maestro propicia debates en la ejecución de la clase.

**Cuadro N° 25: Cuando realiza talleres, el maestro propicia debates**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	1	1,82
POCAS VECES	18	32,73
A VECES	28	50,91
CASI SIEMPRE	6	10,91
SIEMPRE	2	3,64
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 20: Cuando realiza talleres, el maestro propicia debates**



**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

En el análisis de esta pregunta, se aprecia en un 50,91% que a veces en los trabajos realizados por talleres, su maestro propicia debates en la ejecución de la clase con resolución de problemas en matemática les ayudan a ellos a trabajar con facilidad y que pueden tener un efecto aprendizaje, logrando el cumplimiento de los objetivos determinado en la clase.

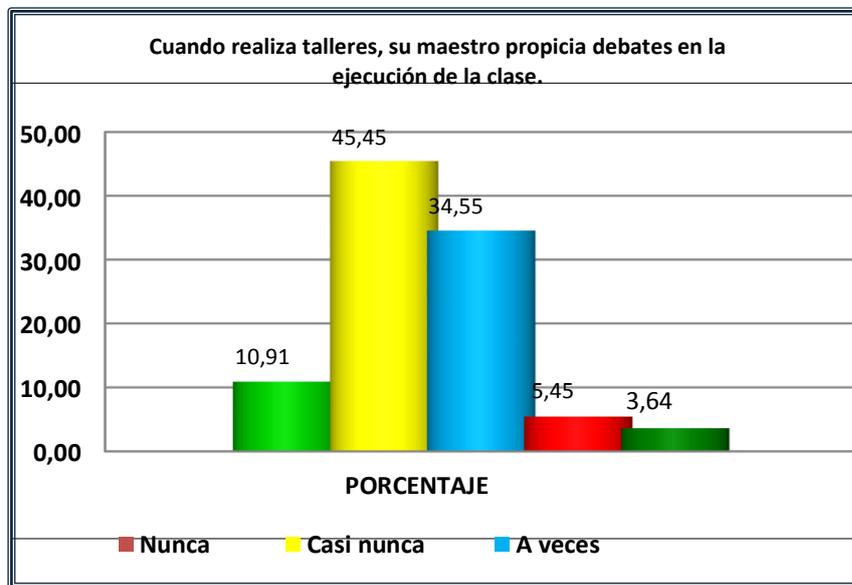
**PREGUNTA Nº 5:** Usted busca distintas maneras y métodos para resolver un problema.

**Cuadro Nº 26: Busca maneras y métodos para resolver un problema**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	6	10,91
POCAS VECES	25	45,45
A VECES	19	34,55
CASI SIEMPRE	3	5,45
SIEMPRE	2	3,64
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico Nº 21: Busca maneras y métodos para resolver un problema**



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

En esta pregunta es muy importante tomar en cuenta que el 45,45 casi nunca el docente busca distintas maneras y métodos para resolver un problema, creen entender que los mismos ejecutan actividades que les permite ir avanzando en el desarrollo de la clase, ya que se refleja en la alta aceptación en la matemática cuando a veces no son capaces de aplicarlos para plantear nuevos problemas.

**PREGUNTA N° 6:** Las actividades propuestas en clase por el maestro, le facilita el aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas.

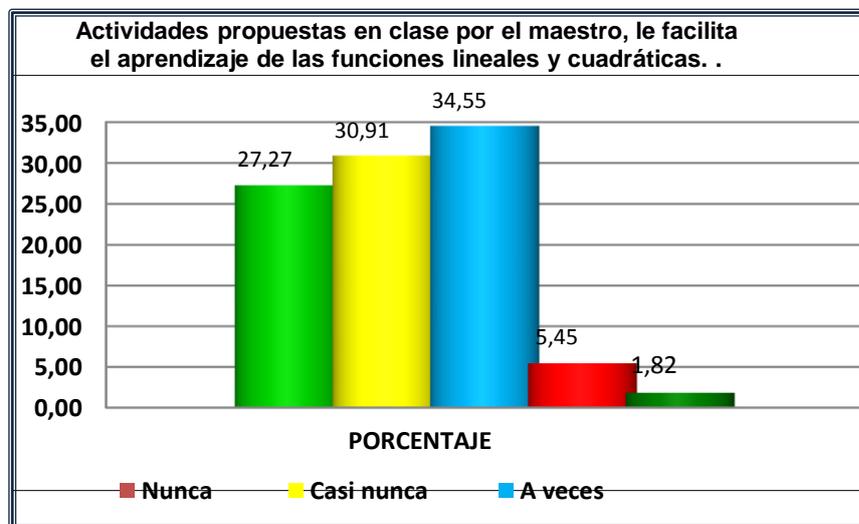
**Cuadro N° 27: Actividades ayudan a funciones lineales y cuadráticas**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	15	27,27
POCAS VECES	17	30,91
A VECES	19	34,55
CASI SIEMPRE	3	5,45
SIEMPRE	1	1,82
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional

Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 22: Actividades ayudan a funciones lineales y cuadráticas**



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional

Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

## Análisis

Los estudiantes encuestados en un 34,55 % respondieron que, a veces las actividades propuestas en clase por el maestro, le facilita el aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas, puesto que ellos mismos pueden analizar el nivel de complejidad al cual están preparados para alcanzar la solución del problema. Es importante en este sentido enfatizar lo indispensable que es la autoevaluación, para así motivarlos para convertirlos en investigadores y se apropien del conocimiento.

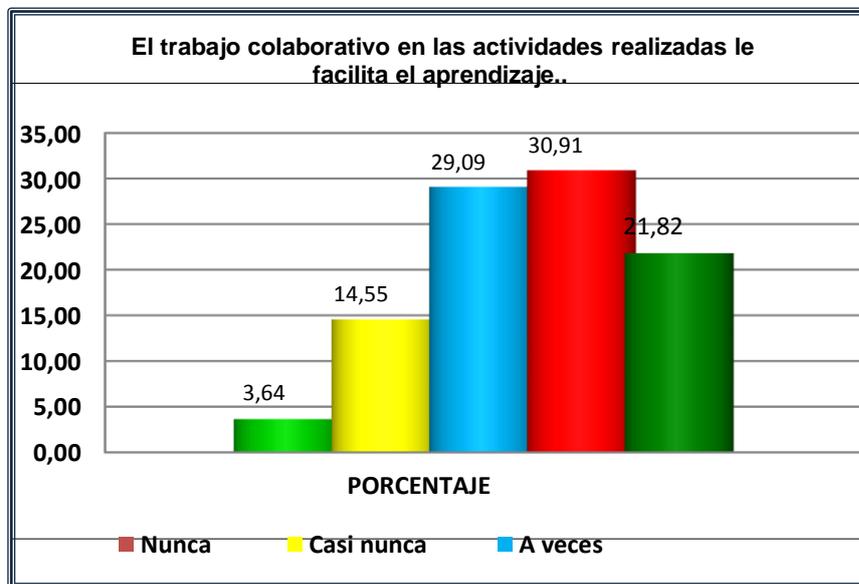
**PREGUNTA Nº 7:** El trabajo colaborativo en las actividades realizadas le facilita el aprendizaje.

**Cuadro Nº 28: El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	2	3,64
POCAS VECES	8	14,55
A VECES	16	29,09
CASI SIEMPRE	17	30,91
SIEMPRE	12	21,82
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico Nº 23: El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje**



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

Con relación a la pregunta de los estudiantes del primer año de bachillerato internacional encuestados, se aprecia que un 30,91 % casi siempre realizan trabajos colaborativos en las actividades realizadas lo que les facilita el aprendizaje cuándo ejecutan ejercicios de Matemáticos en la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas.

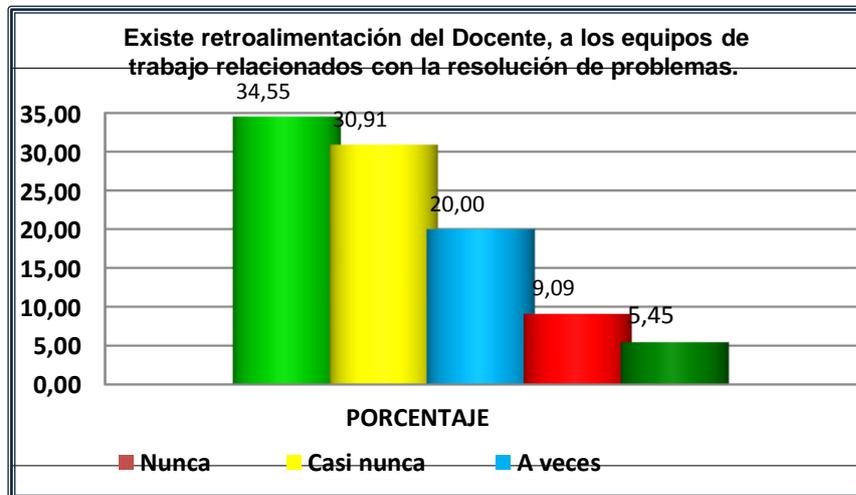
**PREGUNTA N° 8:** Existe monitoreo y retroalimentación del Docente, a los equipos de trabajo relacionados con la resolución de problemas.

**Cuadro N° 29: Existe retroalimentación del Docente, a los equipos**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	19	34,55
POCAS VECES	17	30,91
A VECES	11	20,00
CASI SIEMPRE	5	9,09
SIEMPRE	3	5,45
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 24: Existe retroalimentación del Docente, a los equipos**



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

En relación a la pregunta el 34,55 % responde que nunca existe monitoreo y retroalimentación del Docente, a los equipos de trabajo relacionados con la resolución de problemas, las actividades no ayudan a que sus habilidades y destrezas despierten un interés por matemáticas, para lo cual es importante diseñar actividades con criterio investigativo y así despertar el interés por resolver problemas relacionados con la vida diaria.

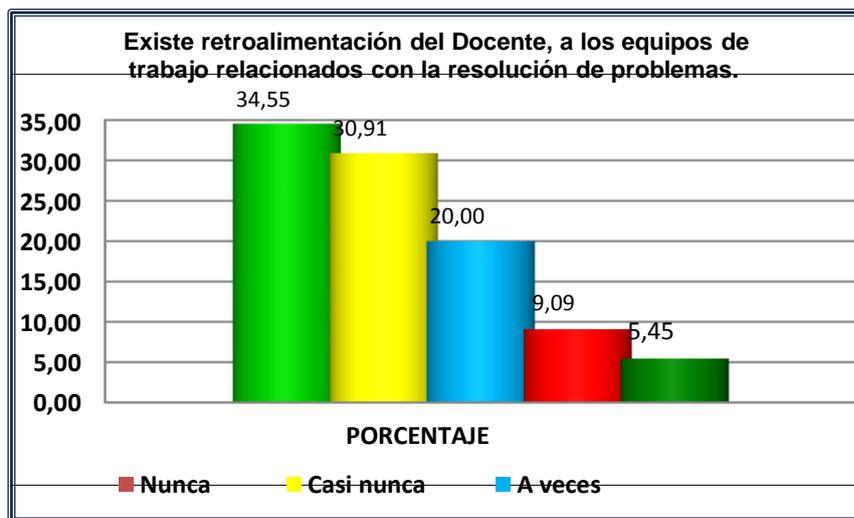
**PREGUNTA N° 9:** El tiempo asignado por el profesor para resolver cada actividad es apropiada.

**Cuadro N° 30:** El tiempo para resolver cada actividad es apropiado.

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	8	14,55
POCAS VECES	24	43,64
A VECES	14	25,45
CASI SIEMPRE	7	12,73
SIEMPRE	2	3,64
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 25:** El tiempo para resolver cada actividad es apropiado.



Fuente: Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
Elaborado por: Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

En cuanto a esta pregunta los encuestados, se aprecia en un 43,64 % responden que pocas veces el tiempo asignado por el profesor para resolver cada actividad es apropiada no están sincronizando el manejo de los contenidos académicos con la capacitación pedagógica lo que no les permite ejecutar ejercicios de Matemáticos en la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas.

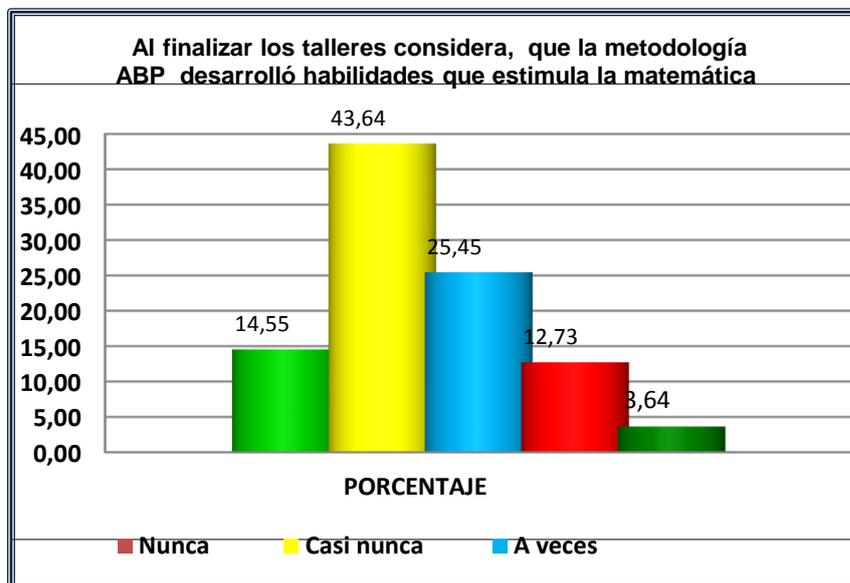
**PREGUNTA N° 10:** Al finalizar los talleres de trabajo considera usted, que la metodología ABP desarrolló habilidades que estimularon su interés por la matemática

**Cuadro N° 31: El método ABP desarrolla habilidades que estimulan interés**

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA %
NUNCA	1	1,82
POCAS VECES	10	18,18
A VECES	12	21,82
CASI SIEMPRE	14	25,45
SIEMPRE	18	32,73
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>100,00</b>

**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

**Gráfico N° 26: El método ABP desarrolla habilidades que estimulan interés**



**Fuente:** Encuesta dirigida a estudiantes del primer año bachillerato Internacional  
**Elaborado por:** Heliodoro Heredia Rubio

### Análisis

Con relación a la pregunta de los estudiantes encuestados, Con la aplicación de estrategia de aprendizaje basado en resolución de problemas, el 32,73 respondieron que siempre al finalizar los talleres de trabajo considera que, el método ABP desarrolló habilidades que estimularon su interés por la matemática, generarían un gran cambio de actitud en el aprendiente de matemática. Pero dicha reforma, por su complejidad, puede llevar tiempo.

## CAPÍTULO V

### 5. LA PROPUESTA

#### 5.6. Título de la propuesta

“Diseño de un “Manual de Estrategia de Aprendizaje basado en problemas para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas en estudiantes del primer año de bachillerato internacional”

#### 5.7. Justificación

El profesor tiene a su cargo la finalidad de encaminar a sus estudiantes con proyección al cambio dentro del contexto social y educativo del País, esto lo logrará mejorando cada día el aprendizaje de sus estudiantes.

Los docentes deben utilizar los métodos y técnicas activas, que se convierten en valiosas herramientas didácticas que facilitan el proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática, permitiendo que el estudiante construya y elabore por sí mismo el conocimiento. Se espera que ellos encuentren en este Manual, orientaciones útiles que sirvan de guía para que su labor educativa sea fructífera.

El estudiante, tiene dificultad para aprender un contenido de manera superficial, donde el único apoyo del docente es proponer actividades del libro, prohibiendo manipular y trabajar en equipo, que permitan superar sus dificultades, perdiendo la oportunidad de relacionarse con su contexto.

Dentro del aula los docentes, continúan impartiendo paso a paso el currículo oficial, sin alterar el orden, sin importar innovaciones propias a las actividades propuestas, trabaja de manera simétrica, los estudiantes que no van a ese mismo equilibrio, se van rezagando dentro del aula.

Estos criterios determinan que la matemática es una asignatura en la que los estudiantes tienen mayor grado de dificultad, lo cual conlleva al bajo rendimiento. Así pues, de esta manera se sugiere a los docentes conocer más a los estudiantes, para poder darles lo que ellos necesitan, de acuerdo a sus intereses; se debe procurar no trabajar una actividad única dentro del grupo, si realmente desea despertar en él, sus habilidades.

### 5.8. Diseño de actividades según el ABP

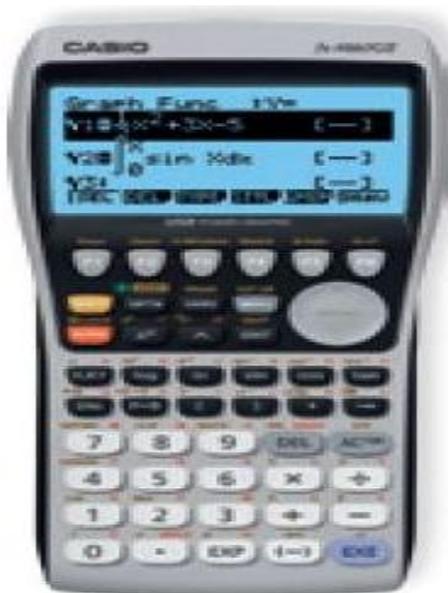
En cada actividad se presentará un problema al inicio de la clase

La aplicación de la Metodología ABP constará de 5 actividades grupales de 40 a 80 minutos en el laboratorio y 3 trabajos individuales para realizar en casa.

Formar 10 equipos de trabajo de 3 estudiantes por orden alfabético. Un estudiante usó una computadora para las investigaciones propuestas por el profesor.

Los recursos materiales que se utilizaron fueron los siguientes:

#### **Ilustración 18:** Calculadora Casio fx-9860GII SD



**Fuente:** <https://www.kuantokusta.pt/escritorio-mobiliario/Equipamentos/Calculadoras/Casio-Calculadora-Grafica-FX-9860GII-SD-p-15-15370>

### Ilustración 19: Laboratorio de Computación



**Fuente:**[https://www.google.com/search?q=Laboratorio+de+computacion+replica+Guayaquil&client=firefoxab&tbo=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=0ahUKEwiS68bfjZrSAhUFeSYKHSMpAEMQsAQIlg&biw=1366&bih=657#imgdii=uLICEYcUTdBxZM:&imgcr=gsujKBZie3xN\\_M](https://www.google.com/search?q=Laboratorio+de+computacion+replica+Guayaquil&client=firefoxab&tbo=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=0ahUKEwiS68bfjZrSAhUFeSYKHSMpAEMQsAQIlg&biw=1366&bih=657#imgdii=uLICEYcUTdBxZM:&imgcr=gsujKBZie3xN_M):

### Ilustración 20: Biblioteca del Colegio



**Fuente:** Autor

### 5.8.1. ACTIVIDAD N° 1

**Trabajo colaborativo / Tiempo asignado:** 2 horas clase (80 minutos)

▪ **Pasos durante la sesión de trabajo con los estudiantes:**

**A.** Presentar un problema al inicio de la clase.

Resuelva el siguiente problema de modelos lineales, aplicando los cuatro pasos del método de Polya.

Se tiene una microempresa familiar dedicada a la elaboración de tortas para abastecer la zona norte de Guayaquil. Esta empresa cuenta con un pequeño local por el cual pagan \$400 mensuales de alquiler.

Tienen dos empleados que cobran \$10 por día. La elaboración completa de  $c$ /torta más gastos de distribución asciende a \$15 y el precio de venta es de \$25.

- a) Escriba la función Costo total,  $C(x)$ , por elaboración de “ $x$ ” unidades de tortas y grafique la función.
- b) Determine la función Ingreso total,  $I(x)$ , correspondiente y grafique la función.
- c) Calcule la función Utilidad total,  $U(x)$
- d) Halle el punto de equilibrio.
- e) ¿Cuántas tortas deben venderse para obtener una ganancia de \$.1000.

**B.** Entregar materiales didácticos: copias, Papelógrafos y marcadores permanentes a los equipos de trabajo.

**C.** Definir claramente los objetivos de aprendizaje correspondientes al tema.

- Reconocer cuándo un problema puede ser modelado, utilizando una función lineal

- Resolver problemas que pueden ser modelados mediante funciones lineales.
- Utilizar Tics (Tecnologías de la información y la Comunicación) para:
  - Graficar funciones lineales
  - Analizar las características geométricas de la función lineal (pendiente e intersecciones)

**D. Proporcionar preguntas escritas relacionadas con el problema:**

Investigar en internet la definición, fórmula y gráfico de los siguientes conceptos:

- Modelos lineales de costo
- Modelos lineales de ingreso
- Modelos lineales de utilidad
- Punto de equilibrio
- Graficas de funciones lineales con Excel 2010 o Geogebra

**E. El Profesor monitorea y retroalimenta a los equipos de trabajo los errores que hayan cometido.**

**F. Es aconsejable dejar tiempo al final de la sesión de ABP para que todo el salón discuta el problema, o discutirlo al inicio de la siguiente clase.**

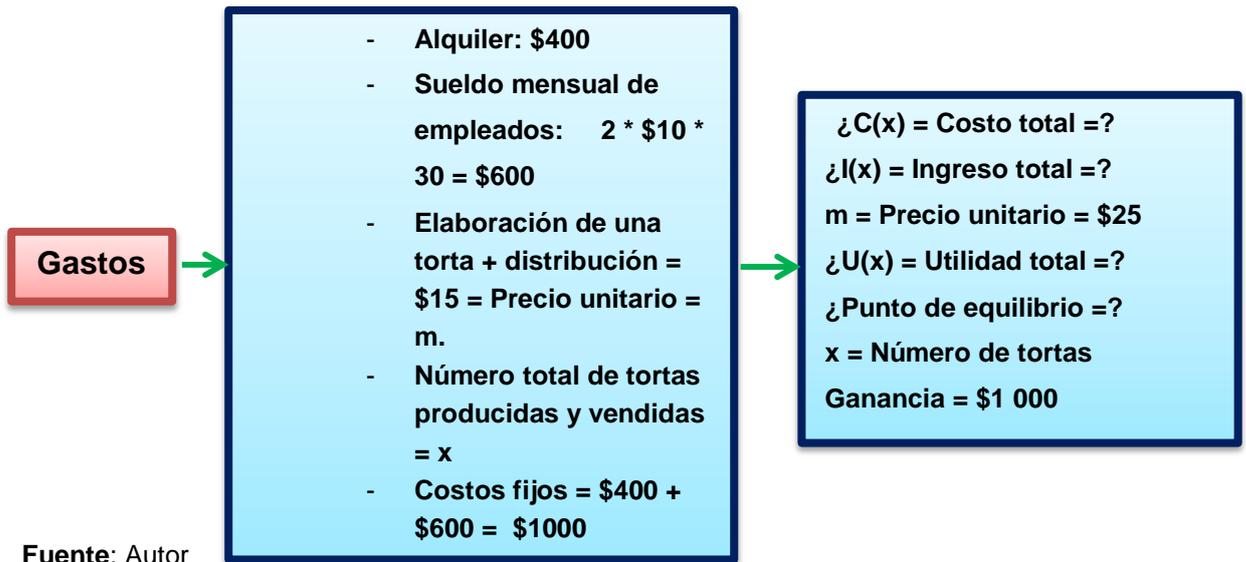
**G. Cada equipo de trabajo presenta la solución del problema a través de Papelógrafos y la respectiva exposición de los miembros del grupo.**

▪ **Exposiciones de los equipos de trabajo**

**Primera etapa: Entiendo el problema**

- Lectura completa del problema.
- Lectura pausada del problema.
- Identificación de datos.

**Ilustración 21:** Datos de la situación de la Actividad 1



Fuente: Autor

**Segunda etapa: Elaboro un plan.**

Busco información en internet sobre videos de Gráficas de funciones lineales en Excel 2010 o del software libre Geogebra.

**Tercera etapa: Ejecuto el plan.**

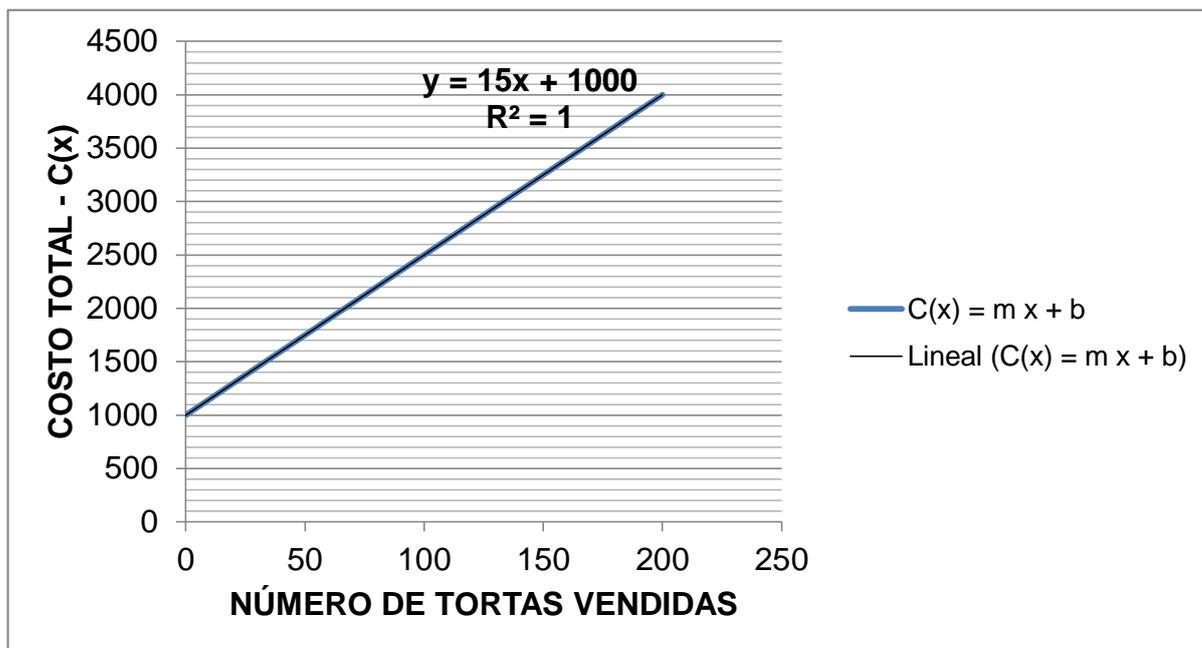
Se utilizó fórmulas, tabla de valores, gráficos de funciones lineales en Excel 2010

**Cuadro N° 32:** Función Costo

x	C(x) = m x + b
0	1000
25	1375
50	1750
75	2125
100	2500
125	2875
150	3250
175	3625
200	4000

Fuente: Autor

**Gráfico N° 27:** *Función Costo*



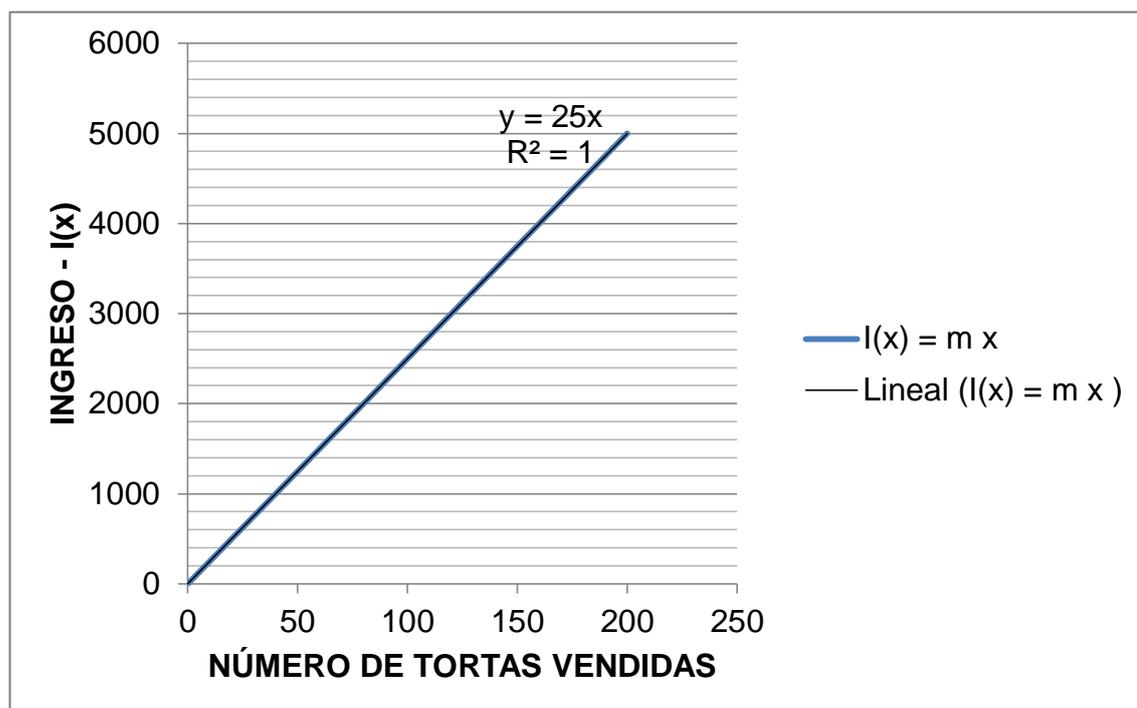
**Fuente:** Autor

**Cuadro N° 33:** *Función Ingreso*

x	$I(x) = 25 x$
0	0
25	625
50	1250
75	1875
100	2500
125	3125
150	3750
175	4375
200	5000

**Fuente:** Autor

**Gráfico N° 28:** *Función Ingreso*



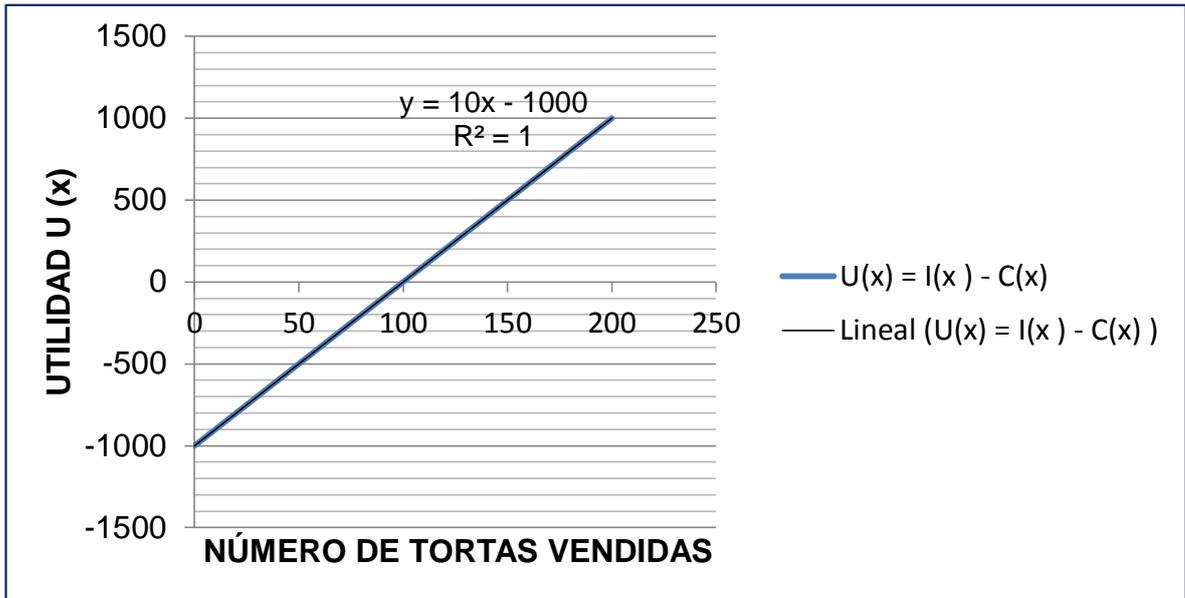
Fuente: Autor

**Cuadro N° 34:** *Función Utilidad*

x	$U(x) = I(x) - C(x)$
0	-1000
25	-750
50	-500
75	-250
100	0
125	250
150	500
175	750
200	1000

Fuente: Autor

Gráfico N° 29: Función Utilidad



Fuente: Autor

- a. Para calcular el punto de equilibrio, decimos que:  $I(x) = C(x)$

$$15x + 1000 = 25x$$

$$15x - 25x = -1000$$

$$-10x = -1000$$

$$x = \frac{-1000}{-10}$$

$$x = 100$$

Si se produce 100 tortas no se obtiene utilidad.

- b. ¿Cuántas tortas deben venderse para obtener una ganancia de \$.1000

$$U(x) = I(x) - C(x)$$

$$1000 = 25x - (15x + 1000)$$

$$1000 = 25x - 15x - 1000$$

$$1000 + 1000 = 10x$$

$$2000 = 10x$$

$$\frac{2000}{10} = x$$

$$200 = x$$

### Cuarta etapa: Miro hacia atrás (Reviso y compruebo)

Una vez obtenida la solución del problema, se ha revisado y comprobado que las respuestas obtenidas y los gráficos son los correctos.

- a) La función Costo total es:  $y = 15x + 1\,000$
- b) La función Ingreso total es:  $y = 25x$
- c) La función Utilidad total es  $y = 10x - 1\,000$
- d) El punto de equilibrio es  $x = 100$ , cuando se producen 100 tortas, no se obtiene utilidad.
- e) Deben venderse 200 tortas, para obtener una ganancia de \$1 000.

#### Cuadro N° 35: *Problema verificado*

x	0	25	50	75	100	125	150	175	200
C(x)	1 000	1 375	1 750	2 125	2 500	2 875	3 250	3 625	4 000

Fuente: Autor

**H.** La copia de equipo debe estar firmada por todos los miembros que participaron, debe ser entregada como el resultado final de grupo al terminar la clase.

**I.** Realice el **trabajo individual N° 1** para la casa.

Resuelva los siguientes problemas de modelo de costo lineal.

1. El costo variable de fabricar una mesa es de \$7 y los costos fijos son de \$150 al día.
  - a. Determine el costo total de fabricar  $x$  mesas al día.
  - b. ¿Cuál es el costo de fabricar 100 mesas al día?
  
2. El costo de fabricar 100 cámaras a la semana es de \$700 y el de 120 cámaras a la semana es de \$800.
  - a. Determine la ecuación de costos, suponiendo que es lineal.
  - b. ¿Cuáles son los costos fijos y variables por unidad?

3. A una compañía le cuesta \$75 producir 10 unidades de cierto artículo al día y \$120 producir 25 unidades del mismo artículo al día.
  - a. Determine la ecuación de costos, suponiendo que es lineal.
  - b. ¿Cuál es el costo de producir 20 artículos al día?
  - c. ¿Cuál es el costo variable y el costo fijo por artículo?
  
4. La compañía de mudanzas Ramírez cobra \$70 por transportar cierta máquina 15 millas y \$100 por transportar la misma máquina 25 millas.
  - a. Determine la relación entre la tarifa total y la distancia recorrida, suponiendo que es lineal.
  - b. ¿Cuál es la tarifa mínima por transportar esta máquina?
  - c. ¿Cuál es la cuota por cada milla que la máquina es transportada?
  
5. Los costos fijos por fabricar cierto artículo son de \$300 a la semana y los costos totales por fabricar 20 unidades a la semana son de \$410.
  - a. Determine la relación entre el costo total y el número de unidades producidas, suponiendo que es lineal.
  - b. ¿Cuál será el costo de fabricar 30 unidades a la semana?
  
6. El costo variable de producir cierto artículo es de \$0,90 por unidad y los costos fijos son de \$240 al día. El artículo se vende por \$1,20 cada uno.

¿Cuántos artículos deberá producir y vender para garantizar que no haya ganancia ni pérdidas?
  
7. Los costos fijos por producir cierto artículo son de \$5 000 al mes y los costos variables son de \$3,50 por unidad. Si el productor vende cada uno a \$6,00, responda a cada uno de los incisos siguientes:
  - a. Encuentre el punto de equilibrio.
  - b. Determine el número de unidades que deben producirse y venderse al mes para obtener una utilidad de \$1 000 mensuales.
  - c. Obtenga la pérdida cuando sólo 1 500 unidades se producen y venden cada mes.

8. El costo de producir  $x$  artículos está dado por  $y_c = 2,8x + 600$  y cada artículo se vende a \$4,00
- Encuentre el punto de equilibrio.
  - Si se sabe que al menos 450 unidades se venderán, ¿Cuál debería ser el precio fijado a cada artículo para garantizar que no haya pérdidas?
9. Un fabricante produce artículos a un costo variable de \$0,85 cada uno y los costos fijos son de \$280 al día. Si cada artículo puede venderse a \$1,10, determine el punto de equilibrio. (Arya, Lardner, Ibarra, 2009, págs. 146,166)
- J. Al término de cada sesión los educandos deben establecer los planes de su propio aprendizaje:

### 5.8.2. ACTIVIDAD Nº 2

**Trabajo colaborativo Nº 2 / Tiempo asignado:** 2 horas clase (80 minutos)

▪ **Pasos durante la sesión de trabajo con los estudiantes:**

- A. Presentar un problema de punto de equilibrio y otro problema de depreciación lineal al inicio de la clase.
- **Problema Nº 1:** Para un fabricante de relojes, el costo de mano de obra y de los materiales por reloj es de \$15 y los costos fijos son de \$2 000 al día. Si vende cada reloj a \$20, ¿Cuántos relojes deberá producir y vender cada día con objeto de garantizar que el negocio se mantenga en el punto de equilibrio?
  - **Problema Nº 2:** Una empresa compra maquinaria por \$150 000. Se espera que la vida útil de la maquinaria sea de 12 años con valor de desecho cero. Determine la cantidad de depreciación por año y una fórmula para el valor depreciado después de  $x$  años.

- B.** Entregar materiales didácticos: copias, Papelógrafos y marcadores permanentes a los equipos de trabajo.
- C.** Definir claramente los objetivos de aprendizaje correspondientes al tema:
- Analizar cuando se produce un punto de equilibrio.
  - Resolver problemas de punto de equilibrio.
  - Reconocer cuándo un problema de depreciación lineal puede ser modelado, utilizando una función lineal.
  - Resolver problemas de depreciación lineal.
  - Utilizar Tics (Tecnologías de la información y la Comunicación) para Graficar funciones lineales.
- D.** Proporcionar preguntas escritas relacionadas con el problema:  
Revisar en el cuaderno de apuntes el tema, punto de equilibrio e Investigar en internet la definición, fórmula y gráfico de depreciación lineal, analizar ejemplos similares al problema propuesto.
- E.** El Profesor monitorea y retroalimenta a los equipos de trabajo los errores que hayan cometido.
- F.** Es aconsejable dejar tiempo al final de la sesión de ABP para que todo el salón discuta los dos problemas, o discutirlo al inicio de la siguiente clase.
- G.** Cada equipo de trabajo presenta la solución del problema a través de Papelógrafos y la respectiva exposición de los miembros del grupo.

### **Exposiciones de los equipos de trabajo**

- **Explicación del primer problema:**

#### **Primera etapa: Entiendo el problema.**

- Lectura completa del problema N° 1.
- Lectura pausada del problema.
- Identificación de datos.

**Ilustración 22:** Datos de la situación del Problema 1 de la Actividad 2

- **Número de relojes producidos y vendidos cada día:  $x$**
- **Costo de mano de obra y de los materiales por reloj: \$15 = Costo marginal =  $m$**
- **Costos fijos: \$ 2 000 al día =  $b$**
- **Venta de cada reloj: \$20 = Precio unitario =  $p$**
- **Ingreso total =  $y_I$**
- **Costo total de producir  $x$  relojes:  $y_C$**

Fuente: Autor

**Segunda etapa: Elaboro un plan.** - Busco información en cuaderno de apuntes la fórmula de Costo total y de ingreso total, luego reemplazo los valores asignados de las variables en las fórmulas. El problema se resolverá de forma algebraica y gráfica.

**Tercera etapa: Ejecuto el plan.** - Utilizo fórmulas y gráficos de funciones lineales en Excel 2010 o geogebra.

– **Método algebraico.**

$$y_c = \text{Costos variables} + \text{Costos fijos}$$

$$y_c = mx + b$$

$$y_c = 15x + 2\,000$$

$$y_I = p * x$$

$$y_I = 20x$$

Se aplica la fórmula de punto de equilibrio:

$$y_c = y_I$$

$$15x + 2\,000 = 20x$$

$$15x - 20x = -2\,000$$

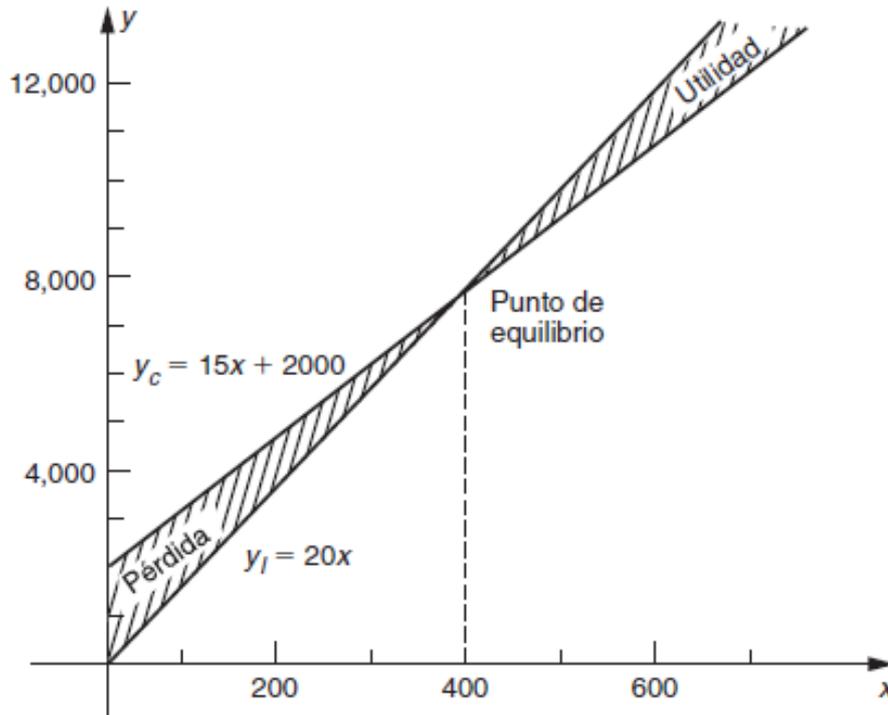
$$-5x = -2\,000$$

$$x = \frac{-2\,000}{-5}$$

$$x = 400$$

– **Método gráfico**

**Ilustración 23:** Gráfica de Punto de equilibrio de un Fábrica



**Fuente:** (Arya, Lardner, Ibarra, 2009, pág. 144)

**Cuarta etapa: Mirar hacia atrás (Reviso y compruebo)**

Una vez obtenida la solución del problema con los dos métodos, se revisa y comprueba que la respuesta es la correcta.

Se deberá producir y vender al día **400 relojes** para garantizar que no haya utilidades ni pérdidas.

▪ **Explicación del segundo problema:**

**Primera etapa: Entiendo el problema.**

- Lectura completa del problema N° 2.
- Lectura pausada del problema.
- Identificación de datos:
  - Valor inicial = \$150 000

- Valor de desecho = 0
- Vida útil en años = 12
- ¿Depreciación por año =?
- Valor depreciado después de  $x$  años =?

**Segunda etapa: Elaboro un plan.** - Busco información en internet o reviso las copias entregadas por el docente sobre los temas que están relacionados con el problema:

Investigo: ¿Qué es depreciación lineal?

¿Cuál es su fórmula de depreciación lineal?

Analizo un ejemplo de depreciación lineal.

**Tercera etapa: Ejecuto el plan.** - Utilizo las fórmulas de:

- Depreciación lineal por año
- Valor depreciado después de  $x$  años.

*Depreciación por año = (Valor inicial – valor de desecho) ÷ (Vida útil en años)*

$$\begin{aligned} &= (\$150\,000 - 0) \div 12 \\ &= \$12\,500 \end{aligned}$$

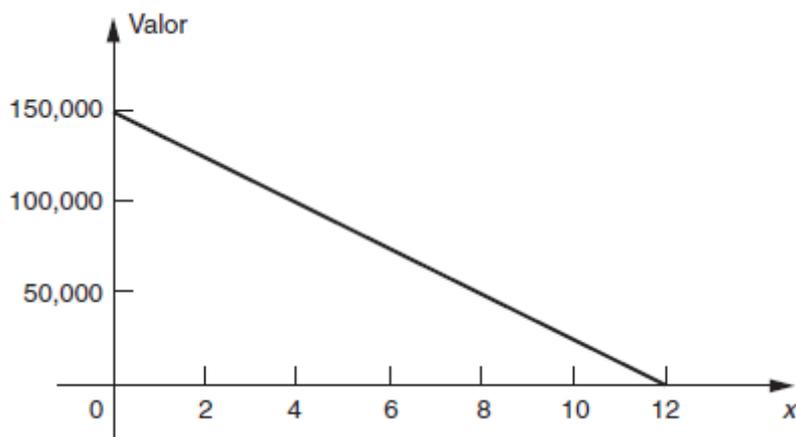
$y_D =$  *Valor depreciado después de  $x$  años =*

*= Valor inicial – (Depreciación por año \* número de años)*

$$\begin{aligned} &= \$150\,000 - \$12\,500 * x \\ &= (150\,000 - 12\,500x) \text{ dólares} \end{aligned}$$

Para graficar la función lineal  $y_D = -12\,500x + 150\,000$ , se puede usar Excel o Geogebra.

### Ilustración 24: Grafico de Depreciación lineal



Fuente: (Arya, Lardner, Ibarra, 2009, pág. 143)

### Cuarta etapa: Miro hacia atrás (Reviso y compruebo)

Se ha revisado y comprobado que las respuestas están correctas:

**Depreciación por año = \$12 500.**

$$y_D = \text{Valor depreciado después de } x \text{ años} = -12\,500x + 150\,000$$

H. La copia de equipo debe estar firmada por todos los miembros que participaron, debe ser entregada como el resultado final de grupo al terminar la clase.

I. Realizar **tarea individual N° 2** para la casa.

J.

En cada uno de los siguientes problemas,

(a) Expresa el costo  $C$  como una función de  $x$ , donde  $x$  representa la cantidad de artículos.

(b) Expresa el ingreso  $I$  como una función de  $x$ .

(c) Encuentra el punto de equilibrio.

(d) Traza la gráfica de  $y = C(x)$  e  $y = I(x)$  en los mismos ejes, e interpreta la gráfica.

1. Ana llena sobres para obtener un ingreso extra en su tiempo libre. El costo inicial por obtener la información necesaria para el trabajo fue de \$200. Cada sobre cuesta \$0,02 y obtiene \$0,04 por cada sobre que llena. Haga que  $x$  represente el número de sobres que llena.
2. Miss Betty Parrales inicia un servicio de copias en su casa. Pagó \$3 500 por la copiadora y un contrato de servicio de por vida. Cada hoja de papel que utiliza cuesta \$0,01, y obtiene \$0,05 por cada copia que hace. Represente con  $x$  al número de entregas que hace.
3. El Sr. Alberto Acosta opera un servicio de mensajería en el sur de la ciudad. Sus costos iniciales ascendieron a \$2 300. Estima que le cuesta (en términos de gasolina, uso y depreciación de su automóvil, etc.) \$3,00 por entrega. Cobra \$5,50 por entrega. Represente con  $x$  al número de entregas que hace.
4. Adrianita prepara pasteles y los vende en las ferias octubrinas. En 2016, su costo inicial para la feria de Guayaquil fue de \$40,00. Hacer cada pastel le cuesta \$2,50 y cobra \$6,50 por pastel. Represente con  $x$  el número de pasteles vendidos. No quedaron pasteles de sobra.
5. Juan compró un automóvil nuevo por \$10,000. ¿Cuál es el valor  $V$  del automóvil después de  $t$  años, suponiendo que se deprecia linealmente cada año a una tasa del 12% de su costo original? ¿Cuál es el valor del automóvil después de 5 años?
6. Una empresa compró maquinaria nueva por \$15,000. Si se deprecia linealmente en \$750 al año y si tiene un valor de desecho de \$2250, ¿Por cuánto tiempo estará la maquinaria en uso? ¿Cuál será el valor  $V$  de la maquinaria después de  $t$  años de uso y después de 6 años de uso?

7. La señora Olivares compró un televisor nuevo por \$800 que se deprecia linealmente cada año un 15% de su costo original. ¿Cuál es el valor del televisor después de  $t$  años y después de 6 años de uso?
8. Sea  $P$  el precio de adquisición,  $S$  el valor de desecho y  $N$  la vida útil en años de una pieza de un equipo. Demuestre que, según la depreciación lineal, el valor del equipo después de  $t$  años está dado por  $V = P - (P - S) (t / N)$ . (Arya, Lardner, Ibarra, 2009, pág. 147)
- K. Al término de cada sesión los educandos deben establecer los planes de su propio aprendizaje.

### 5.8.3. ACTIVIDAD N° 3

**Trabajo Colaborativo / Tiempo asignado:** 2 h clase (80 minutos)

▪ **Pasos durante la sesión de trabajo con los estudiantes:**

A. Presentar dos problemas al inicio de la clase.

**Problema N° 1:** Un comerciante puede vender 20 rasuradoras eléctricas al día al precio de \$25 cada una, pero puede vender 30 si les fija un precio de \$20 a cada rasuradora. Determine la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal y trace la gráfica de la función.

**Problema N° 2:** Determine el precio de equilibrio y la cantidad de las leyes de la oferta y la demanda siguientes:

$$D: p = 25 - 2x \quad \text{Ecuación (1)}$$

$$S: p = 3x + 5 \quad \text{Ecuación (2)}$$

B. Entregar materiales didácticos: copias, Papelógrafos y marcadores permanentes a los equipos de trabajo.

**C.** Definir claramente los objetivos de aprendizaje correspondientes al tema.

- Reconocer cuándo un problema puede ser modelado, utilizando la oferta, demanda y punto de equilibrio de funciones lineales.
- Resolver problemas que pueden ser modelados mediante funciones lineales de oferta, demanda y punto de equilibrio.
- Utilizar Tics (Tecnologías de la información y la Comunicación) para graficar funciones lineales de oferta, demanda y punto de equilibrio.

**D.** Proporcionar preguntas escritas relacionadas con el problema:

Investigar en internet la definición, fórmula y gráfico de:

- Modelos lineales de Oferta y Demanda
- Punto de equilibrio del mercado

**E.** El Profesor monitorea y retroalimenta a los equipos de trabajo los errores que hayan cometido.

**F.** Es aconsejable dejar tiempo al final de la sesión de ABP para que todo el salón discuta el problema, o discutirlo al inicio de la siguiente clase.

**G.** Cada equipo de trabajo presenta la solución del problema a través de Papelógrafos y la respectiva exposición de los miembros del grupo.

**Exposición del primer equipo de trabajo**

**Primera etapa: Entiendo el problema.**

- Lectura completa del problema N° 1.
- Lectura pausada del problema.
- Identificación de datos.

*Cantidad de rasuradoras eléctricas vendidas* = 20 =  $x_1$

*Precio unitario de cada rasuradora eléctrica* = \$25 =  $y_1$

$$P_1 = (x_1, y_1) = (20, 25)$$

*Cantidad de rasuradoras eléctricas vendidas* = 30 =  $x_2$

*Precio unitario de cada rasuradora eléctrica* = \$20 =  $y_2$

$$P_2 = (x_2, y_2) = (30, 20)$$

***Ecuación de la demanda = p***

**Segunda etapa: Elaboro un plan.** - Busco información en internet o reviso las copias entregadas por el docente sobre los temas que están relacionados con el problema:

Investigo: ¿Qué es oferta y demanda?

¿Cuál es su fórmula de demanda?

Analizo un ejemplo de oferta y demanda.

Debemos:

- Calcular la pendiente
- Hallar la ecuación de la recta punto – pendiente y expresarla en su forma explícita.
- Obtener el resultado.
- Hacer la gráfica de la función de Demanda lineal utilizando Excel 2010 o GeoGebra.

**Tercera etapa: Ejecuto el plan.** - Utilizo fórmulas, procedimientos matemáticos y graficadores de funciones lineales.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{20 - 25}{30 - 20} = -\frac{5}{10} = -0,5$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

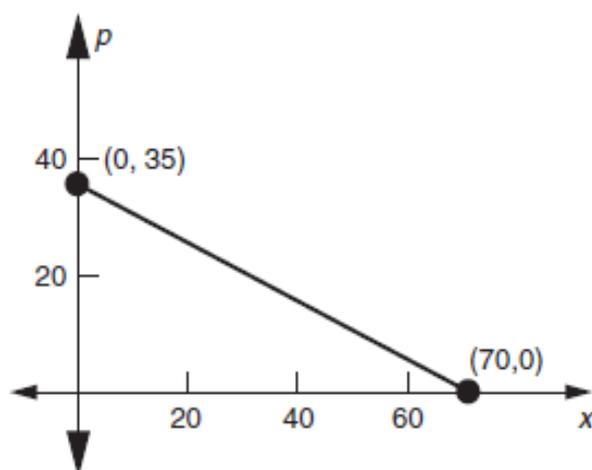
Dado que  $y = p$ , tenemos que:

$$p - 25 = -0,5(x - 20)$$

$$p = -0,5x + 10 + 25$$

$$p = -0,5x + 35$$

**Ilustración 25:** Gráfica de demanda lineal



Fuente: (Arya, Lardner, Ibarra, 2009, pág. 145)

**Cuarta etapa: Miro hacia atrás (Reviso y compruebo)**

Se ha revisado y comprobado, que la *Ecuación de la demanda es* :  $p = -0,5x + 35$ , y su gráfico, si corresponde a la función dada.

**Exposición del problema N° 2**

**Primera etapa: Entiendo el problema.**

- Lectura completa del problema N° 1.
- Lectura pausada del problema.
- Identificación de datos.

$$D: p = 25 - 2x \quad \text{Ecuación (1)}$$

$$S: p = 3x + 5 \quad \text{Ecuación (2)}$$

**Precio de equilibrio =  $p$**

### *Cantidad de las leyes de la oferta y la demanda = $x$*

#### **Segunda etapa: Elaboro un plan**

- Igualar los valores de  $p$  en las ecuaciones (1) y (2) y obtener el valor de  $x$  aplicando procedimientos matemáticos adecuados.
- Reemplazar el valor de  $x$  en la ecuación (1) y obtener el valor de  $p$ .
- Hacer la gráfica de las dos funciones lineales con un software de funciones.

#### **Tercera etapa: Ejecuto el plan.**

$$3x + 5 = 25 - 2x$$

$$3x + 2x = 25 - 5$$

$$5x = 20$$

$$x = \frac{20}{5}$$

$$x = 4$$

Reemplazo el valor de  $x$  en la ecuación (1):

$$p = 25 - 2x$$

$$p = 25 - 2(4)$$

$$p = 25 - 8 = 17$$

#### **Cuarta etapa: Miro hacia atrás (Reviso y compruebo)**

Una vez obtenida las soluciones del problema se verifica que todo el proceso realizado esté correcto.

#### **Respuestas:**

El precio de equilibrio es **17** y la cantidad de las leyes de la oferta y la demanda es **4**.

**H.** La copia de equipo debe estar firmada por todos los miembros que participaron, debe ser entregada como el resultado final de grupo al terminar la clase.

I. Realice el **trabajo individual N° 3** (autónomo) para la casa.

- Resuelva los siguientes problemas de oferta, demanda, aplicando el método de Polya.
  1. Un fabricante de detergente encuentra que las ventas son de 10,000 paquetes a la semana cuando el precio es de \$1.20 por paquete, pero que las ventas se incrementan a 12,000 cuando el precio se reduce a \$1.10 por paquete. Determine la relación de demanda, suponiendo que es lineal.
  2. Un fabricante de televisores advierte que a un precio de \$500 por televisor, las ventas ascienden a 2000 televisores al mes. Sin embargo, a \$450 por televisor, las ventas son de 2400 unidades. Determine la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal.
  3. A un precio de \$2.50 por unidad, una empresa ofrecerá 8000 camisetas al mes; a \$4 cada unidad, la misma empresa producirá 14,000 camisetas al mes. Determine la ecuación de la oferta, suponiendo que es lineal.
  4. Un fabricante de herramientas puede vender 3000 martillos al mes a \$2 cada uno, mientras que sólo pueden venderse 2000 martillos a \$2.75 cada uno. Determine la ley de demanda, suponiendo que es lineal.
  5. A un precio de \$10 por unidad, una compañía proveería 1200 unidades de su producto, y a \$15 por unidad, 4200 unidades. Determine la relación de la oferta, suponiendo que sea lineal.
- Determine el precio y cantidad de equilibrio para las curvas de demanda y oferta siguientes.
  6.  $D: 2p + 3x = 1\ 000$   
 $S: p = \frac{1}{10}x + 2$

7.  $D: 3p + 5x = 200$

$S: 7p - 3x = 56$

8.  $D: 4p + x = 50$

$S: 6p - 5x = 10$

9.  $D: 5p + 8x = 80$

$S: 3x = 2p - 1$

10. Un comerciante puede vender diariamente 200 unidades de cierto bien en \$30 por unidad y 250 unidades en \$27 por unidad. La ecuación de oferta para ese bien es  $6p = x + 48$ .

- Determine la ecuación de demanda para el bien, suponga que es lineal.
- Encuentre el precio y la cantidad de equilibrio.

J. Al término de cada sesión los educandos deben establecer los planes de su propio aprendizaje.

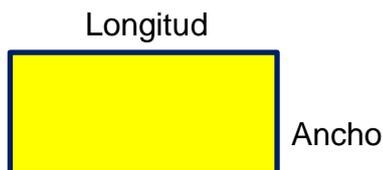
#### 5.8.4. ACTIVIDAD N° 4

**Trabajo Colaborativo / Tiempo asignado:** 2 h clase (80 minutos)

**A.** Presentar dos problemas al inicio de la clase.

##### **Problema N° 1:**

- Un granjero desea cercar un terreno rectangular, de modo que su área sea máxima. Tiene 170 metros de cerco. Halle:
  - El modelo para  $A(x)$ , donde  $A(x)$  es el área máxima del terreno en metros cuadrados y  $x$  es el ancho del terreno.
  - El área máxima del terreno.
  - La longitud y el ancho que dan el área máxima del terreno.

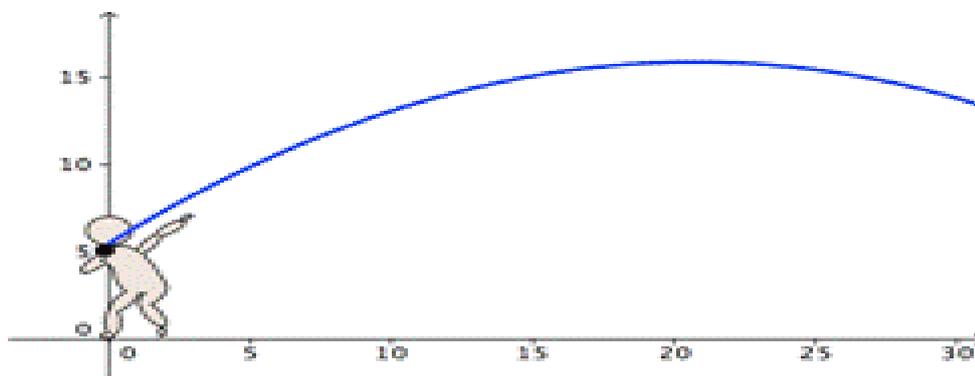


### Problema Nº 2:

Un lanzador de peso puede ser modelado usando la ecuación:

$y = -0,0241x^2 + x + 5,5$ , donde  $x$  es la distancia recorrida en pies, y  $y$  es la altura en pies. ¿Cuál es la distancia recorrida del objeto cuando cae al suelo?

### Ilustración 26: Tiro Parabólico



**Fuente:** [http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE\\_TEXT\\_RESOURCE/U10\\_L2\\_T1\\_text\\_final\\_es.html](http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U10_L2_T1_text_final_es.html)

- B.** Entregar materiales didácticos: copias, Papelógrafos y marcadores permanentes a los equipos de trabajo.
- C.** Definir claramente los objetivos de aprendizaje correspondientes al tema.
  - Reconocer cuándo un problema puede ser modelado, utilizando la función cuadrática.
  - Resolver problemas que pueden ser modelados mediante funciones cuadráticas.
  - Utilizar Tics (Tecnologías de la información y la Comunicación) para graficar funciones cuadráticas.
- D.** Proporcionar preguntas escritas relacionadas con el problema:

- E. El Profesor monitorea y retroalimenta a los equipos de trabajo los errores que hayan cometido.
- F. Es aconsejable dejar tiempo al final de la sesión de ABP para que todo el salón discuta el problema, o discutirlo al inicio de la siguiente clase.
- G. Cada equipo de trabajo presenta la solución del problema a través de Papelógrafos y la respectiva exposición de los miembros del grupo.

### **Exposición de los equipos de trabajo**

#### **▪ Primer Problema**

##### **1. Paso: Entiendo el problema.**

- Lectura completa del problema.
- Lectura pausada del problema.
- Identificación de datos.
  - Hay tres variables:
  - La longitud del rectángulo,  $l = ?$
  - El ancho del rectángulo,  $a = ?$
  - Perímetro del rectángulo,  $P = 170 \text{ m}$
  - El área máxima del rectángulo,  $A = ?$
  - Modelo cuadrático del área máxima =  $A(x)$
  - Eje de simetría,  $x = ?$
  - Vértice,  $V = ?$

##### **2. Paso: Elaboro un plan.**

Investigamos en nuestros cuadernos de apuntes, libro guía de Estudios Matemáticos de OXFORD en español o en internet los siguientes temas:

- Fórmulas de perímetro y área del rectángulo.
- Fórmulas para calcular el eje de simetría y el vértice de la parábola.
- Intersecciones con los ejes de una función cuadrática.

- Fórmulas de las derivadas básicas: de una constante, de una constante por una variable y de una potencia.

Analizamos el tema de modelos cuadráticos en su libro guía.

Revisamos videos de graficas de funciones cuadráticas en Excel, geogebra o desmos.

### 3. Paso: Ejecuto el plan.

Calculamos el área máxima, longitud y ancho del terreno:

- Aplico la fórmula del Perímetro del rectángulo:  $P = 2l + 2a$  (Ecuación 1)
- Reemplazo el valor del perímetro en la ecuación:  $170 = 2l + 2a$
- Divido para 2 la ecuación:  $85 = l + a$
- Despejo la variable  $l$ :  $l = 85 - a$
- Escribo la fórmula del área del rectángulo:  $A = l * a$  (Ecuación 2)
- Reemplazo el valor de  $l$  en la ecuación 2:  $A = (85 - a) * a$
- Aplico la propiedad distributiva de la multiplicación:  $A = 85a - a^2$
- Si  $x$  representa el ancho, entonces el modelo cuadrático del área máxima es:  $A(x) = -x^2 + 85x$

- Calculo el eje de simetría,  $x = -\frac{b}{2a}$

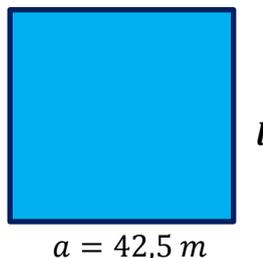
$$x = -\frac{85}{2(-1)} = 42,5$$

- Hallo la componente  $y$  del vértice:  $A(42,5) = -(42,5)^2 + 85(42,5)$

$$A(42,5) = 1\,806,25\text{ m}^2$$

- El vértice es  $V(42,5 ; 1\,806,25)$

- El ancho mide 42,5 m



- Cálculo de la longitud:  $P = 2l + 2a$

$$170 \text{ m} = 2l + 2 * 42,5\text{m}$$

$$170 \text{ m} = 2l + 85 \text{ m}$$

$$2l = 170 \text{ m} - 85 \text{ m}$$

$$2l = 85 \text{ m}$$

$$l = \frac{85 \text{ m}}{2}$$

$$l = 42,5 \text{ m}$$

**Ilustración 27:** Función cuadrática  $A(x) = -x^2 + 85x$



**Fuente:** Autor

Otro equipo de trabajo utilizó otra estrategia para calcular la longitud del largo y ancho del terreno rectangular, y el área máxima a través de la derivada de la función cuadrática  $A(a) = -a^2 + 85a$ .

Para sacar el área máxima, debemos derivar e igualar a 0 la expresión del área.

$$A'(x) = 0$$

$$-2a + 85 = 0$$

$$-2a = -85$$

$$a = \frac{-85}{-2} = 42,5 \text{ "Valor del ancho"}$$

### Medidas del rectángulo

Ancho:  $a = 42,5$

Largo:  $l = 42,5$

Área máxima:  $A = l * a = 42,5m * 42,5 m$

$$A = 1\,806,25 m^2$$

#### 4. Mirar hacia atrás (Reviso y compruebo)

Una vez obtenida la solución del problema, verificamos si las respuestas obtenidas son las correctas.

Concluimos que: “El área máxima de un rectángulo siempre será igual al área del cuadrado”.

#### ▪ Problema N° 2

##### 1. Paso: Entiendo el problema.

- Lectura completa del problema.
- Lectura pausada del problema.
- Identificación de datos.

- Hay tres variables:

Distancia recorrida en pies =  $x$

Altura inicial =  $y_0 = 5,5 \text{ pies}$

Altura del objeto cuando cae al suelo =  $y = 0$

##### 2. Paso: Elaboro un plan.

- Igualo a cero la función cuadrática
- Anoto la fórmula para calcular las raíces de una ecuación cuadrática.
- Escribo los valores de a, b y c.
- Reemplazo los valores de a, b y c en la fórmula general.
- Obtengo el valor de  $x$ .

### 3. Paso: Ejecuto el plan.

$$y = -0,0241x^2 + x + 5,5$$

$$-0,0241x^2 + x + 5,5 = 0$$

Esta ecuación es difícil de factorizar o de completar el cuadrado, por este motivo se aplica la fórmula general o cuadrática.

$$a = -0,0241 ; b = 1 ; c = 5,5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-0,0241)(5,5)}}{2(-0,0241)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 0,5302}}{-0,0482}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1,5302}}{-0,0482}$$

$$x = \frac{-1 \pm 1,237}{-0,0482}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 1,237}{-0,0482} = \frac{0,237}{-0,0482} = -4,92 \text{ pies}$$

La solución,  $-4,92 \text{ pies}$  no puede ser la distancia recorrida, porque es un número negativo.

$$x_2 = \frac{-1 - 1,237}{-0,0482} = \frac{-2,237}{-0,0482} = 46,41 \text{ pies}$$

### 4. Miro hacia atrás (Reviso y compruebo)

Una vez obtenida la solución del problema, se verifica que todo el proceso realizado esté correcto.

La distancia del lanzamiento del objeto al caer al suelo es aproximadamente **46,41 pies.**

H. La copia de equipo debe estar firmada por todos los miembros que participaron, debe ser entregada como el resultado final de grupo al terminar la clase.

I. **Trabajo individual N° 4 (autónomo)** para la casa.

1. El ingreso mensual por concepto de la venta de  $x$  unidades de cierto artículo está dado por  $R(x) = -0,01x^2 + 12x$  dólares. Determine el número de unidades que deben venderse cada mes con el propósito de maximizar el ingreso. ¿Cuál es el correspondiente ingreso máximo?
2. La utilidad  $P(x)$  obtenida por fabricar y vender  $x$  unidades de cierto producto está dada por  $P(x) = -x^2 + 60x$ . Determine el número de unidades que deben producirse y venderse con el objetivo de maximizar la utilidad. ¿Cuál es esta utilidad máxima?
3. Un granjero tiene 500 yardas de cerca con la cual delimitará un corral rectangular. ¿Cuál es el área máxima que puede cercar?
4. Una región rectangular tiene un perímetro de 300 cm. Expresa el área de la región en función de la longitud de uno de sus lados.
5. En una institución educativa se ha destinado cierta cantidad de terreno para formar la granja ecológica. Los estudiantes de primer año de Bachillerato Internacional deben realizar el cerramiento del terreno rectangular de mayor área posible, para ello disponen de 100 m de alambre. ¿Qué dimensiones debe tener el terreno para cercarlo con esta cantidad de alambre, con una sola vuelta?
6. Una piedra cae en caída libre, desde una altura de 50 m, partiendo del reposo. ¿Qué tiempo tarda en llegar al suelo?

7. La altura de un cohete modelo particular está descrita por la función cuadrática  $h(t) = 0,5(-9,8t^2 + 49t + 2,5)$  ; donde  $t$  representa el número de segundos después del despegue.
- ¿Qué representan los coeficientes 9,8, 49 y 2,5?
  - ¿Cuáles son las unidades usadas para describir la altura del cohete?
  - ¿Cuál es el vértice de la ecuación?
  - ¿En qué tiempos la altura es cero?
8. La masa de un lobo marino en sus primeros dos años de vida se modeliza con la función  $P(m) = \frac{m^2}{4} - m + 68$ , donde  $m$  es el número de meses que tiene el lobo marino. Determina a qué edad un lobo marino llega a pesar 83 kg.
9. La ganancia semanal de una compañía en dólares, se modeliza con la función:  $G(x) = -0,032x^2 + 46x - 3\,000$  , donde  $x$  es el número de unidades vendidas cada semana. Halle:
- La máxima ganancia semanal.
  - La pérdida que hubo una semana de vacaciones, cuando no se vendió ninguna unidad.
  - La cantidad de unidades que se vendieron cada semana en los puntos de equilibrio de la compañía.
10. Un cohete tiene una trayectoria parabólica. Después de  $t$  segundos, la altura arriba de la tierra, en metros, está dada por:  $A(t) = -t^2 + 37t$
- Halle la altura del cohete arriba de la tierra después de 10 segundos.
  - Halle la altura máxima del cohete arriba de la tierra.
  - Halle el tiempo que el cohete está en el aire.
- J. Al término de cada sesión los educandos deben establecer los planes de su propio aprendizaje.

## CONCLUSIONES

- La comparación entre las medias aritméticas obtenidas por el grupo experimental y el grupo control, al nivel del 0.05, se muestra una diferencia de 1,37 puntos, lo que refleja que el nivel de aprendizaje del método ABP superó a la metodología tradicional, también el estadístico  $Z_{cal} = 5,83$  es mayor que el valor crítico de  $Z = 1,65$  de una cola y como se encuentra en la región de aceptación de la hipótesis alterna con un nivel de confianza del 95%, se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) incide en la enseñanza-aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas.
- El desarrollo de las actividades que sugiere la metodología del ABP con la aplicación de un pre-test y un post-test permitió concluir que los educandos al inicio manifestaran temor al momento de resolver problemas, en vista que no comprendían términos, ni tenían una estrategia definida para la identificación de variables, suceso que se redujo al aplicar la metodología del ABP.
- La utilización de situaciones o problemas del contexto y la adecuada aplicación de las estrategias del ABP incidieron favorablemente en la resolución de problemas con funciones lineales y cuadráticas, porque favoreció la activación de adquirir nuevos conocimientos en las actividades realizadas en el aula o laboratorio, lo que permitió al estudiante obtener resultados satisfactorios.
- A través del ABP se fortaleció en los estudiantes el trabajo cooperativo, el análisis y comprensión de problemas, la habilidad de relacionar los conocimientos que adquiere a las diferentes áreas, como Administración y economía, física, química, etc., el aprendizaje auto dirigido, la responsabilidad y sobre todo el fortalecimiento de los valores que promueven el respeto mutuo y el buen vivir.

- Se establece que la metodología del ABP también promueve que el profesor desarrolle un rol diferente, porque se desenvuelve como un mediador y facilitador que modela el pensamiento, que conoce sus limitaciones y lo motiva a salir de un contexto.
  
- De acuerdo a los resultados obtenidos se concluye que la implementación del ABP en esta investigación, mejoró el pensamiento crítico y motivación de los estudiantes del primer año BI (grupo experimental) en un 70%.
  
- La investigación ha permitido ratificar que solo un docente de Matemática aplica la metodología ABP en el aula, y el resto de los maestros se dedican a impartir sus clases, con metodologías tradicionalistas perjudicando notablemente el rendimiento académico de los estudiantes.

## RECOMENDACIONES

- Socializar el ABP como método de enseñanza para todos los docentes de la Institución, a través de la realización de talleres de actualización con el propósito de propiciar el mejoramiento de la calidad educativa no solo en Matemática, sino también en otras áreas del conocimiento, de acuerdo a los resultados obtenidos en la presente investigación.
- Solicitar a las autoridades del Ministerio de Educación del Ecuador que se aplique la Metodología ABP en todas las Instituciones educativas del País, para crear bachilleres con un alto pensamiento crítico y rico en valores.
- Compromiso de parte de los docentes para que asistan a cursos de actualización en estrategias metodológicas, deben observar videos de la Metodología ABP en el área que le corresponde a cada profesor.
- Desarrollar talleres para docentes, utilizando la metodología del ABP que permita motivarlos para que realicen una labor consciente, en beneficio de sus estudiantes, puesto que la ejecución de la estrategia también requiere de un mayor esfuerzo del profesor, con el objetivo de obtener resultados satisfactorios al final del año lectivo.
- Utilizar los recursos de las Tics para que el estudiante se interese por descubrir problemas que se pueden trasladar a las aulas, realice manipulaciones, construya sus propias estrategias y elabore secuencias, ya que de esta manera se afirman los conocimientos y se mejora la capacidad de abstracción.

## FUENTES BIBLIOGRÁFICAS

- Adell, M (2012: 19 – 40). Estrategias para mejorar el Rendimiento Académico de los Adolescentes. Ediciones Pirámide. España
- Albanese, M.A.& Font, 2004 “SER DOCENTE EN EL SIGLO XXI”, enviado por Armando Barraza Cuellar. el 11 de agosto de 2009
- Antelo, E y Abramowski, A (2000) El renegar de la matemática. Desinterés, desmotivación, indisciplina y otras perturbaciones.
- Ausubel, D., y otros. *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*, novena edición, México, Ed. Trillas. 1996.
- Balestrini, 2006: 7. “Como se elabora el proyecto de investigación” Venezuela ed. Consultores asociados.
- BANDURA, A. (1986: 2, 411-424): “Bases sociales de pensamiento y acción. Boletín de los británicos psicológicos Sociedad,
- Barraza, A. *Constructivismo social: Un paradigma en formación*, Universidad Pedagógica de Durango, México, 2001.
- Barrio Maestre, J. *El enfoque "constructivista" en las teorías sobre el aprendizaje*, 1999, documento inédito.
- Batalloso, J. (2008). Evaluación como ayuda al Aprendizaje. Caracas, Venezuela. Editorial Ele Grao.
- Beane, J.A. y Lipka, R.P. (2002): autoconcepto, autoestima y el plan de estudios. Nueva York: Prensa del Colegio de profesores.
- Beltrán, J. A. (2006). “Estrategias de aprendizaje”: Enciclopedia de Pedagogía. Madrid: Espasa Calpe.

- Bruner, Jerome, 1998. compilación de José Linaza 2013. "*pensamiento y lenguaje matemático*", Madrid, Alianza Editorial, S.A.,
- Branda L.A. Branda, L. A (2002). "El Aprendizaje Basado en Problemas".
- Bustos, F. 1994. "Peligros del constructivismo". En: Revista *Educación y Cultura*, julio, No. 34. 2006
- Carrasco B. J. 1995, "Cómo aprender mejores estrategias de aprendizajes". Rialp. Madrid.
- Chavéz. (2003). "Filosofía de la educación para el docente". Cuba. Ed. Fondo de cultura económica, México.
- Cimfrey, 1999:114 "El constructivismo en la práctica", Barcelona, Editorial Laboratorio Educativo, 2000, pp. 14-17.
- Coll, C. 2001. "Constructivismo y educación escolar". En: Revista *El Educador*, No. 33.
- De Zubiría Samper, J.2001. "*De la escuela nueva al constructivismo*" Bogotá, Colombia, Cooperativa Editorial Magisterio.
- De La Torre, S.198 "Educar en la creatividad". Recursos para el medio escolar.2 ed. Narcea: Madrid.
- Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, 1999, "El trabajo ABP gira en torno a la discusión y estimula el autoaprendizaje"
- Dolors Bernabeu María y Cònsul María, 1999, "**La adaptación a los cambios:** se da por las habilidades adquiridas al confrontar los problemas"
- Dolors Bernabeu María y Cònsul María, 1999 "La característica más innovadora del ABP"

- Díaz Barriga F. 1999 “Estrategias docentes para un aprendizaje significativo” Ediciones McGraw HILL, México
- Ferrer G. 2006 “Sistema de evaluación de aprendizaje América Latina” Gráficas Carmen.
- Fisher R, (2004). Juegos para pensar. 2ª edición. Barcelona Ediciones Obelisco
- Garavalia, LS (2005: 36, 616 - 626). “Aptitud logro previo y el uso de estrategias como predictores de aprendizaje”.
- Garner, R (1990: 60, 517-529). “Cuando adolescentes no utilizan estrategias de aprendizaje” *Revista de investigación educativa*,
- Gagné, R.M. (1971). *Las condiciones del aprendizaje*. Madrid: Aguilar
- González R, 2008 “Autorregulación del aprendizaje y estrategias de aprendizaje y rendimiento de estudio. Madrid: Pirámide.
- González, F.E.; Díez, M., 2002, “La Geometría, emplea ya la letra x como incógnita, con claridad.
- Graham, H. (2009: 6, 49-50). “Concepciones de los aprendizajes basado en problemas”. *Revista de Educación en Ciencias*.
- Hernández, F; Sancho, J. 1993 “*Para enseñar no basta con saber la asignatura*”, Barcelona, Editorial Paidós.
- Hernández V. & Villalva M., 1994. “El método de cuatro pasos de Polya en la “solución de problemas matemáticos”
- Hernández, P. (2004: 30-41). “Un marco para la enseñanza aprendizaje de estrategias y habilidades de estudio” H Ross (Ed.), Londres.
- Hernández, G. (2006) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: McGraw Hill.

Hugo, V. , 2001, “La evaluación se convierte en el ABP en un método de enseñanza”

Iglesias, J. 2002 . “La primera función del docente será ejercer una labor menos directiva”.

Iglesias, J. (2002: 1-17). “El aprendizaje basado en problemas en la formación inicial de los docentes “Perspectivas, vol. XXXII (3).

Lalaleo O., “ Estrategias y Técnicas constructivas de aprendizaje”. 3ª edición. Graficas Duque Quito

Lee , Y.W.L. y Branda, L,A., 1999. “Análisis de la intervención del tutor para el aprendizaje basado en problemas”.

Martínez García, 2015. “Los trabajos con las funciones cuadráticas ayudan a pronosticar ganancias y pérdidas” Madrid: Alianza Editorial

Martínez, 2007 “Los trabajan por proyectos, mejoran la capacidad para trabajar en equipo”. Barcelona: Paidós.

Matos, 2010:25 “El docente es un mediador del conocimiento en el aula” Valencia: Universidad de Valencia

Morán. Oviedo, (2003: 96). “La evaluación y el proceso de aprendizaje”. México, Editorial Trillas.

Morán. Oviedo, 2003 “La evaluación del ABP busca tanto el aprendizaje como el desarrollo aprendizaje”. EUB. Barcelona.

Parraguirre López R. Conocimientos Matemáticos 3 “la maravillas matemáticas" editorial Santillana

Polya G. 2000, “Estrategias para la solución de problemas” El Método de Cuatro Pasos de Polya, editado por Trillas México

Prieto, 2006:17. “ el aprendizaje *basado en problemas* representa una *estrategia eficaz y flexible*” Graó. Barcelona

Restrepo Gómez Bernardo y otros, 2006. “las barreras en el ABP” Tesis, Universidad de Valencia, Valencia, 2006

Rua. Gonzalo, 2016 “El tiempo requerido para los estudiantes” editado por Trillas México

SIME, 2006” Se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria” quito ecuador

Sola, C. (2005). Aprendizaje Basado en Problemas. De la Teoría a la Práctica. México: Trillas.

Verneaux, R.1997. “*Epistemología general o crítica del conocimiento*”, Barcelona, España, Ed. Herder.

Vigotsky, L. 1995. “*Pensamiento y lenguaje matemático*” , Barcelona, España, Ediciones Paidós.

Visión Matemática (2008). Ediciones Holguín. Guayaquil Ecuador

## LINCOGRAFÍA

[http://www.medfamco.fmed.edu.uy/Archivos/pregrado/Ciclo\\_Introductorio/Materiales/ABP%20 octubre%202008/05abp%20mundial%202008%20eval%20tutor.pdf](http://www.medfamco.fmed.edu.uy/Archivos/pregrado/Ciclo_Introductorio/Materiales/ABP%20octubre%202008/05abp%20mundial%202008%20eval%20tutor.pdf)

. <http://www.allmathwords.org/es/f/functionnotation.html>.

Química Marisol en 16:17

<https://es.slideshare.net/.../estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significativo-frida>- 6 ago. 2013

[http://www.psycologia.com/articulos/ar-artbarra\\_01\\_3.htm](http://www.psycologia.com/articulos/ar-artbarra_01_3.htm). Noviembre de 2002.

<http://sensei.lsi.uned.es/~miguel/tesis/node14.html> [ [Links](#) ]

[http://chamilo.unife.edu.pe/chamilo18/courses/MATEMATICAADMINISTRA/document/MODELOS\\_FUNCIONALES-UNIFE.pdf](http://chamilo.unife.edu.pe/chamilo18/courses/MATEMATICAADMINISTRA/document/MODELOS_FUNCIONALES-UNIFE.pdf)

[http://chamilo.unife.edu.pe/chamilo18/courses/MATEMATICAADMINISTRA/document/MODELOS\\_FUNCIONALES-UNIFE.pdf](http://chamilo.unife.edu.pe/chamilo18/courses/MATEMATICAADMINISTRA/document/MODELOS_FUNCIONALES-UNIFE.pdf)

<https://www.google.com.ec/search?hl=es>

<https://www.google.com.ec/search.67.1359467.1.1362865.44.20.1.20.21.0.235.2428.0j12j3.15.0:>

<https://www.google.com.ec/search?q=Teor%C3%ADas+y+Modelos+de+Aprendizaje+de+Kolb>.

<https://es.scribd.com/doc/62616376/Ventajas-y-Desventajas-Del-ABP>

**ANEXOS**

# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

### PROYECTO EDUCATIVO

### ENCUESTA A ESTUDIANTES

Agradezco su colaboración en contestar la encuesta, que me permitirá avanzar con el proyecto de graduación, cuyo título es: “Diseño e Implementación de una propuesta de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato internacional”.

### INSTRUCCIONES

Por favor, lea cuidadosamente cada una de las siguientes preguntas y conteste verazmente escribiendo con una X en los cuadrillos correspondiente a su respuesta escogida.

5	Siempre
4	Casi siempre
3	A veces
2	Casi nunca
1	Nunca

<b>Ítems</b>	<b>Preguntas</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	El docente realiza motivaciones para atraer su atención.					
<b>2</b>	Su profesor aplica varias estrategias de aprendizaje para resolver problemas de la vida cotidiana.					
<b>3</b>	La metodología ABP le ayuda a usted, comprender mejor los conceptos aprendidos en clase.					
<b>4</b>	Cuando realiza talleres, su maestro propicia debates en la ejecución de la clase.					
<b>5</b>	Usted busca distintas maneras y métodos para resolver un problema.					
<b>6</b>	Las actividades propuestas en clase por el maestro, le facilita el aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas.					
<b>7</b>	El trabajo colaborativo en las actividades realizadas le facilita el aprendizaje.					
<b>8</b>	Existe monitoreo y retroalimentación del Docente, a los equipos de trabajo relacionados con la resolución de problemas.					
<b>9</b>	El tiempo asignado por el profesor para resolver cada actividad es apropiada.					
<b>10</b>	Al finalizar los talleres de trabajo considera usted, que la metodología ABP desarrolló habilidades que estimularon su interés por la matemática.					

# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

### PROYECTO EDUCATIVO

### ENCUESTA A DOCENTES

Agradezco su colaboración en contestar la encuesta, que me permitirá avanzar con el proyecto de graduación, cuyo título es: “Diseño e Implementación de una propuesta de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato internacional”.

### INSTRUCCIONES

Por favor, lea cuidadosamente cada una de las siguientes preguntas y conteste verazmente escribiendo con una X en los cuadros correspondiente a su respuesta escogida.

5	Siempre
4	Casi siempre
3	A veces
2	Casi nunca
1	Nunca

<b>Ítems</b>	<b>Preguntas</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	Aplica alguna dinámica antes de empezar la clase a sus estudiantes.					
<b>2</b>	Usted ha realizado investigaciones en Internet, libros o revistas sobre estrategias metodológicas innovadoras.					
<b>3</b>	Ha recibido usted capacitación relacionada con la Metodología ABP.					
<b>4</b>	La metodología ABP aplicada en la enseñanza de la matemática permite mejorar el rendimiento.					
<b>5</b>	Usted aplica en el aula de clase, talleres relacionados con la resolución de problemas.					
<b>6</b>	Utiliza las cuatro etapas del método de Polya para resolver problemas.					
<b>7</b>	La aplicación de la metodología ABP mejora el pensamiento crítico de los estudiantes.					
<b>8</b>	El trabajo colaborativo facilita el aprendizaje de los estudiantes.					
<b>9</b>	Manipula las Tics y utiliza el software libre para graficar funciones matemáticas.					
<b>10</b>	Trabaja constantemente en el Laboratorio de computación para la enseñanza de la matemática.					



UNIDAD EDUCATIVA FISCAL  
"RÉPLICA GUAYAQUIL"

e-mail: replicaguayaquil@hotmail.com

Dirección: Isla Trinitaria Coop. Andrés Quiñónez 2 Mz. 782

AÑO LECTIVO: 2016 – 2017

**PRUEBA DE DIAGNÓSTICO**



ASIGNATURA: ESTUDIOS MATEMÁTICOS

ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_

CURSO: 1° AÑO BI – PARALELO: \_\_\_\_\_

DOCENTE: Lcdo. HELIODORO HEREDIA

FECHA: 16–11–2016

CALIFICACIÓN	EQUIVALENTE
30	10

<p><b>INSTRUCCIONES:</b> Antes de comenzar a desarrollar la prueba, lea cuidadosamente lo siguiente: Está prohibido copiar, conversar. No debe levantarse sin pedir permiso. Si está permitido utilizar calculadora. Utilice solo bolígrafos de color azul o negro para el desarrollo de los ejercicios. No se admite doble respuesta. Evite borrones y mala letra. Si no justifica el resultado se anula el ejercicio.</p>	<p><b>NOTA:</b> En caso de no cumplir con las disposiciones aquí descritas, el profesor procederá a retirar la prueba y pondrá la nota mínima de 1 sobre 10 puntos.</p>
---	---

1) Complete la siguiente tabla.

Valor: 4 puntos

Lenguaje Común (Verbal)	Lenguaje Matemático (Algebraico)
El doble de un número, disminuido en 3 es 11	
	$x + 4 = 20$
La suma de dos números enteros y consecutivos es 25	
	$3x^2$
Un número, aumentado en su mitad es 18	
	$x, x + 3$
El perímetro de un rectángulo mide 32 cm y su base mide el triple de su altura.	
	$2x + 4x + 6x = 72$

2) Resuelve las siguientes ecuaciones lineales.

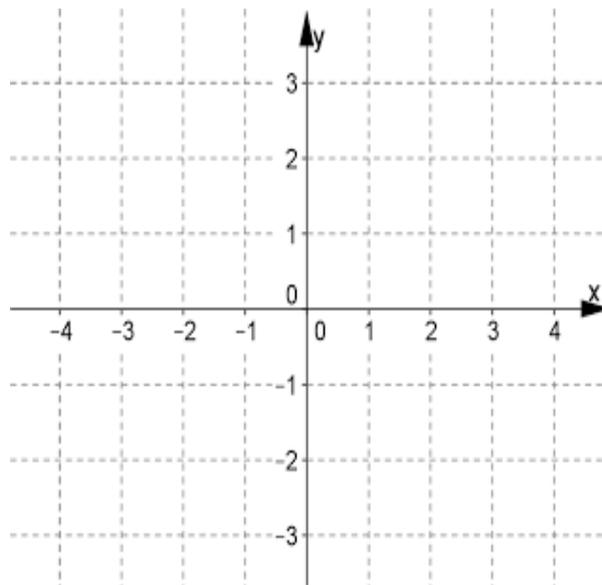
Valor: 4 puntos

a)  $7x - 6(3x + 8) = -9 + 15x$

b)  $\frac{x}{3} - \frac{x+2}{8} = 3 - \frac{x+1}{4}$

3) Grafica la siguiente función lineal:  $y + 2x = 3$

Valor: 2 puntos



4) Calcule la ecuación de la recta en su forma explícita, dados los puntos  $A(-7, -2)$  y  $B(3, 6)$

Valor: 2 puntos

5) Escriba V si son verdaderas o F si son falsas, las siguientes afirmaciones. Justifique su respuesta.

Valor: 4 puntos

a) El punto  $(-2, 4)$  pertenece a la recta  $3x - 2y + 10 = 0$ ..... ( )

b) La recta  $4x - 5 = 0$  tiene pendiente no definida..... ( )

c) Las rectas  $L_1: 4x - 5y + 1 = 0$  y  $L_2: 8x - 10y - 4 = 0$  son paralelas. ( )

d) Las rectas  $L_1: 5x + 2y - 1 = 0$  y  $L_2: 2x + 5y + 3 = 0$ , son perpendiculares ( )

6) Resuelve los siguientes problemas.

a) Un auto parte del reposo y viaja a una velocidad constante de 80 km/h.  
Esto significa que en una hora recorre 80 km. Valor: 4 puntos

- i. ¿Cuántos kilómetros recorre en  $\frac{3}{4}$  de hora?
- ii. ¿Cuál es la ecuación en la forma general que corresponde a este movimiento?
- iii. ¿Cuál es la pendiente de la recta?
- iv. ¿Grafica la ecuación encontrada?

b) ¿Cuál es el área de un rectángulo, si se sabe que su perímetro mide 40 cm y que su base es el cuádruplo de su altura? Valor: 2 puntos

7) Para la función  $y = x^2 - 2x - 8$ , Determine:

- a. El eje de simetría. Valor: 1 punto
- b. Las coordenadas del vértice. Valor: 2 puntos
- c. Las coordenadas de los puntos donde la curva corta al eje x. Valor: 2 p
- d. La coordenada del punto donde la curva corta al eje y. Valor: 1 punto
- e. Grafique la función cuadrática. Valor: 2 puntos

FIRMA DEL ESTUDIANTE	Lcdo. HELIODORO HEREDIA DOCENTE DE ESTUDIOS MATEMÁTICOS	Lcdo. HELIODORO HEREDIA COORDINADOR DE BI
----------------------	---	--

## Objetivos educativos de Funciones lineales y cuadráticas

- Comprender que el conjunto solución de ecuaciones lineales y cuadráticas.
- Comprender el concepto de “función” mediante la utilización de tablas, gráficas, una ley de asignación y relaciones matemáticas (por ejemplo, ecuaciones algebraicas) para representar funciones reales.
- Determinar el comportamiento local y global de funciones lineales y cuadráticas de una variable a través del análisis de su dominio, recorrido, monotonía, simetrías, e intersecciones con los ejes y sus ceros.
- Resolver un sistema de dos ecuaciones con dos variables de forma gráfica y analítica.
- Utilizar Tics (Tecnologías de la información y la Comunicación) para:
  - a. Graficar funciones lineales y cuadráticas.
  - b. Manipular el dominio y el recorrido (imagen) a fin de generar gráficas.
  - c. Analizar las características geométricas de la función lineal (pendiente e intersecciones) y cuadrática (intersecciones, monotonía y concavidad)
- Reconocer cuándo un problema puede ser modelado, utilizando una función lineal o cuadrática.
- Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización o por la fórmula general.
- Determinar las intersecciones de una parábola, con el eje horizontal a través de la solución de la ecuación cuadrática.
- Comprender que el vértice de una parábola es un máximo o un mínimo de la función cuadrática.
- Graficar una parábola dado su ecuación.
- Resolver problemas que pueden ser modelados mediante funciones lineales y cuadráticas.

## **Destrezas con criterio de desempeño**

Representar funciones lineales y cuadráticas, por medio de tablas, gráficos, una ley de asignación y ecuaciones algebraicas.

Evaluar una función lineal y cuadrática en valores numéricos y simbólicos.

Determinar el comportamiento local y global de funciones lineales y cuadráticas de una variable a través del análisis de su dominio, recorrido, monotonía, simetrías, e intersecciones con los ejes y sus ceros.

## **Reuniones de docentes del Área de Matemáticas**



**Fuente: Autor**