

AÑO:	2025 – 2026	PERIODO:	PAO – II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	20-enero-2026

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

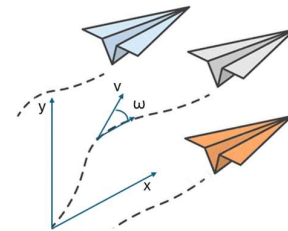
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte en "aula virtual" los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png.

Tema 1. (25 puntos) La trayectoria de un avión de papel depende de los factores empuje, sustentación, arrastre y gravedad. El empuje depende de la velocidad inicial del lanzamiento, la sustentación está dada por el aire que pasa por las alas y la resistencia o arrastre aparece por la fricción del aire que se opone al movimiento. El avión vuela más lejos conforme al ángulo ω del avión respecto al eje x , además de la altura y_0 de lanzamiento, descritos en el tema 2. Suponga que los resultados de un experimento para modelar la trayectoria se han obtenido las muestras en tiempo para los valores de x_i , y_i según la tabla:



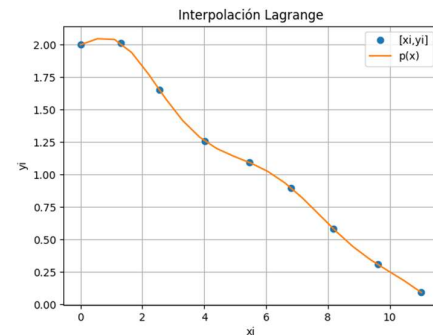
t_i	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,4	2,8	3,2
x_i	0	1,3142	2,5572	4,0112	5,4723	6,818	8,1856	9,6158	11,0212
y_i	2	2,013	1,6521	1,26	1,0931	0,897	0,5822	0,3083	0,0934

a. Plantear el ejercicio, para representar la trayectoria con un polinomio usando el método de Lagrange. Describa los criterios para el grado del polinomio y la selección de puntos.

b. Presentar el desarrollo analítico de las ecuaciones planteadas y el polinomio simplificado.

c. Validar los resultados usando el algoritmo, adjunte los archivos.py, resultados.txt, gráfica.png

d. Calcule la cota de error del polinomio usando los puntos no considerados en literal a



Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (10 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos). **Referencias:** Tema 2

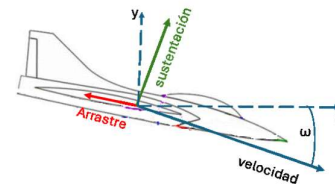
Tema 2 (30 puntos) Para un planeador de papel se estima la velocidad y ángulo de inclinación en un caso Particular con las siguientes expresiones [1]:

$$\frac{dv}{dt} = -0.1388 v^2 - g \sin(\omega)$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin(\omega)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{0.7654 v^2 - g \sin(\omega)}{v}$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cos(\omega)$$



Los valores iniciales para el ejercicio se consideran como: $g=9.8 \text{ m/s}^2$, $t_0 = 0$, $v_0=4$, $\omega_0 = 0$, $x_0=0$, $y_0=2$

a. Plantear del ejercicio para $\mathbf{v}(t)$, $\boldsymbol{\omega}(t)$ usando Runge-Kutta de 2do Orden

b. Desarrollar tres iteraciones para $\mathbf{v}(t)$, $\boldsymbol{\omega}(t)$ con tamaño de paso $h=0.1$

c. Aproximar la solución entre $t=0$ a $t=4$, usando el algoritmo y adjunte sus resultados en la evaluación.

d. Observar los resultados para $\mathbf{v}(t)$, ¿se puede extender en el tiempo y ser válidas?

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (15 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos)

Referencia: [1] Ecuaciones diferenciales — trayectoria de un avión de papel. MODE-Lab. 17 marzo 2023.

<https://www.youtube.com/watch?v=DPRUnqaNpP8>

[2] Paper Airplane Simulation. Supplement for Flight Dynamics by Robert F. Stengel,

<https://stengel.mycpanel.princeton.edu/PaperPlane.html>

[3] gráfico de planeador, página 16. <https://stengel.mycpanel.princeton.edu/FDLecture1.pdf>

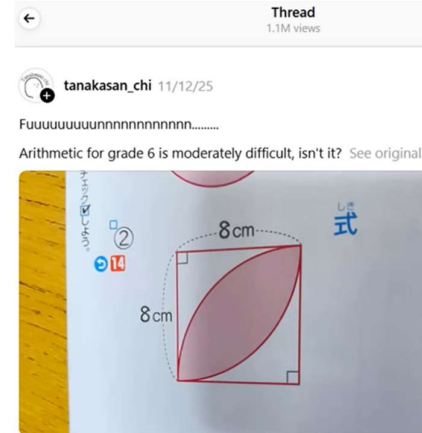
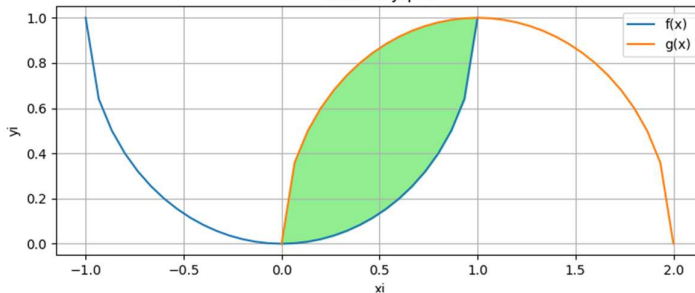
Tema 3 (25 puntos) “¡No hay manera de que pueda resolver esto!”, una madre buscaba en internet la solución para el “área en forma de almendra” para la tarea de su hijo de 6to grado [1]. Considerando la situación presentada y usando **solo integración numérica** desarrolle el ejercicio según los literales:

a. Plantear las expresiones para área de forma de almendra consideradas como la intersección de dos funciones definidas como:

$$f(x): (x-0)^2 + (y-1)^2 = 1^2$$

$$g(x): (x-1)^2 + (y-0)^2 = 1^2$$

Tarea en Japon



- Desarrollar los cálculos para el componente $f(x)$ con Simpson 1/3 y al menos dos iteraciones.
- Realizar los cálculos para el componente $g(x)$ con Simpon 3/8 y al menos dos iteraciones.
- Calcular el área buscada y las cotas de error para cada función.
- Adjuntar los archivos usados con los algoritmos.py, resultados.txt. Las gráficas son opcionales.

Nota: Considere que las expresiones pueden tener un lado superior e inferior (+/-) para las gráficas.

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos)

Referencia: [1] Homework from Japan goes viral after mother struggles to solve it. MindYourDecisions. 6 enero 2026.

<https://www.youtube.com/watch?v=fhnBnpSzlx4>

[2] Threads, publicación: 12 noviembre 2025. https://www.threads.com/@tanakasan_chi/post/DQ-vf45CbSC

[3] live door news. 27 diciembre 2025. <https://news.livedoor.com/article/detail/30279313/>

Tema 4. (20 puntos) Para aproximar la solución de la EDP Parabólica mostrada, use el método explícito.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - w \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$1 < x < 2, t > 0$$

Condiciones de frontera: $u(1,t) = 0, u(2,t) = -1$

Condiciones iniciales: $u(x,0) = \cos(3\pi x/2)$

Considere para $\Delta x = 0.1, \Delta t = 0.01, w = 8$

- Realizar la gráfica de malla a usar en el planteamiento,
- Escribir las ecuaciones para las derivadas en forma discreta
- Desarrollar las expresiones a ser usadas junto con el **algoritmo** para obtener la solución numérica. Mostrar λ, P, Q, R
- (extra) Adjuntar lo desarrollado con algoritmo.py y obtenido en resultados.txt y gráfica png

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (10 puntos), literal d, extra (5 puntos)

