

## Materia: Álgebra Lineal

Profesor: Carlos Martín

### Compromiso de Honor:

Yo \_\_\_\_\_ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico, que únicamente puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación y NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajena al desarrollo del examen. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.*

Firma: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

### TEMAS

- (10 points) Sea  $V$  un espacio vectorial con producto interno  $(\cdot | \cdot)$  y sean  $v_1, v_2 \in V$ . Pruebe que se cumple la identidad del paralelogramo:

$$\|v_1 + v_2\|^2 + \|v_1 - v_2\|^2 = 2\|v_1\|^2 + 2\|v_2\|^2,$$

donde  $\|v\| = \sqrt{(v | v)}$  para todo  $v \in V$ .

2. (10 points) Sea  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 5 & 10 & 4 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ . Determine, de ser posible, la una matriz invertible  $\mathbf{C}$  que diagonaliza a la matriz  $\mathbf{A}$ .

3. (10 points) Sea  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  una transformación lineal tal que

$$T(1, 1, 0) = 1 + 2x^2, \quad T(1, 0, 1) = 2, \quad T(0, 1, 1) = 2 - 2x.$$

Determine la regla de correspondencia de  $T$ . ¿Es  $T$  un isomorfismo? Justifique su respuesta.

4. (10 points) Sea  $P_2$  el espacio de los polinomios de grado menor o igual que 2, con el producto interno definido por:

$$(a_1 + b_1x + c_1x^2 \mid a_2 + b_2x + c_2x^2) = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2.$$

Considere el subespacio  $H = \{a + bx + cx^2 \in P_2 : b = a + c\}$ . Dado el polinomio  $v = 1 + 2x^2$ , encuentre un polinomio  $h \in H$  y un polinomio  $p \in H^\perp$  tales que  $v = h + p$ .

5. (10 points) Demuestre que dos representaciones matriciales de una misma transformación lineal  $T : V \rightarrow V$  son matrices semejantes.