Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

Año: 2020	Período: Segundo Término
Materia: Introducción al Razonamiento Matemático	Profesor: Fernando Mejías
Evaluación: Tercera	
Tiempo de duración: 2 horas	Fecha: 13 de Febrero

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ______________________________ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico, que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: ______________________ ***Número de matrícula:*** ______________________ ***Paralelo:*** __________

Tema 1 (20 puntos). Sea U un conjunto universal y para $X \subset U$ denotemos por $X' = U \setminus X$ el complemento de X. Demostrar que $(A \cup B)' = A' \cap B'$, para todos A y B.

Tema 2 (10 puntos). Demostrar que si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.

Solución. Por hipótesis tenemos que $b - a, -c \in \mathbf{R}^+$,

Tema 3 (10 puntos). Formular la siguiente expresión prescindiendo de los signos de valor absoluto: $|x| - |x^2|$ (considerar diferentes casos si es necesario).

Tema 4 (20 puntos). Utilizar el método de inducción para demostrar las siguientes desigualdades:

$$1^3 + 2^3 + \cdots + (n-1)^3 < \frac{n^4}{4} < 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3.$$

Tema 5 (20 puntos). Sean A y B subconjuntos no vacíos de $\mathbf{R}$, acotados superiormente. Definir el conjunto $A \oplus B$ por

$$A \oplus B = \{x + y : x \in A, y \in B\}.$$

Demostrar que $A \oplus B$ está acotado superiormente y que

$$\sup(A \oplus B) = \sup A + \sup B.$$

Solución.

Tema 6 (20 puntos). Sea $\mathscr{C}$ la colección de todos los círculos del plano tales que sus radios y las coordenadas de sus centros son racionales. Demostrar que $\mathscr{C}$ es numerable.