

AÑO:	2025	PERÍODO:	II PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable	Total
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Burbano J., Cabezas J., Cordero M., Díaz R., García E., Laveglia F., Mancero M., Solís J., Toledo X., Valdiviezo J.					
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	24/noviembre/2025			

	Examen	Lecciones	Controles de lectura	Deberes
Puntos posibles	50	35	10	5
Puntos obtenidos				

Apellidos y nombres: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (6 PUNTOS) Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA O FALSA:

Considerando el espacio métrico euclíadiano:

$$\text{"Si } x \in B(\pi, 1), \text{ entonces } x \in B^{\circ}(3, 0.5)"$$

2. (10 PUNTOS) Para cada una de las funciones que se describen a continuación, proporcione una regla de correspondencia, precisando su conjunto de partida y de llegada; y verificando luego, mediante definiciones, propiedades, teoremas o los cálculos que fueren necesarios, el cumplimiento de las condiciones dadas en cada descripción.
- (a) (5 PUNTOS) Función f cuyo límite en algún elemento $x = c$ de su dominio exista pero que no sea continua en dicho punto.
- (b) (5 PUNTOS) Función g que sea continua pero no derivable en algún elemento $x = c$ de su dominio.

3. (7 PUNTOS) Se requiere calcular el siguiente límite:

$$L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + 2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \right)^x$$

- (a) (1 PUNTO) Identifique el tipo de indeterminación presente.
(b) (6 PUNTOS) Obtenga el valor de L .

4. (7 PUNTOS) La función de demanda para un producto está determinada por:

$$p = f(q) = 20 - \sqrt{q}; \quad q \geq 0$$

donde p representa el precio por unidad en *dólares* para q *unidades*. Estime, **utilizando diferenciales**, el precio cuando se demandan 99 *unidades* del producto, expresando el resultado con dos cifras decimales.

5. (8 PUNTOS) Una placa metálica cuadrada, con grosor despreciable, se está dilatando por acción del calor en un horno. Conociendo que la longitud L de su lado está creciendo a razón de 0.1 mm/s , se desea determinar qué tan rápido cambiará el área A de la superficie de la placa, en mm^2/s , cuando ésta sea igual a 10 cm^2 .

Para el efecto, **identifique el tipo de aplicación correspondiente** y detalle las condiciones del problema, utilizando un dibujo representativo. Luego, **siguiendo el procedimiento respectivo, determine la magnitud requerida en el problema**, expresándola en las unidades pertinentes. Considere para sus cálculos que $\sqrt{10} \approx 3.17$.

6. (12 PUNTOS) Sea la función $f: X \mapsto \mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

- (a) (2 PUNTOS) Determine el conjunto X con base en las restricciones del dominio y analice la simetría de la función.
- (b) (3 PUNTOS) Establezca las ecuaciones de las asíntotas verticales para f , comprobando las condiciones de su existencia con base en los límites correspondientes.
- (c) (4 PUNTOS) Realice un análisis de puntos críticos, determine los intervalos de monotonía de f y estudie la existencia de valores extremos máximo o mínimo locales.
- (d) (3 PUNTOS) Determine los intervalos de concavidad y las coordenadas del punto de inflexión de f , en caso de existir.