



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2016	<b>PERIODO:</b>	PRIMER TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	ESTADÍSTICA MATEMÁTICA I	<b>PROFESOR:</b>	ELKIN ANGULO RAMÍREZ
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	JUNIO 28 DE 2016

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**Firma** ..... **NÚMERO DE MATRÍCULA:**..... **PARALELO:**.....

**Temas**

- 1) (15 puntos) Dada la siguiente función de densidad de la variable aleatoria  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & 0 < x \leq 1 \\ k & 1 < x \leq 2 \\ \frac{3-x}{2} & 2 < x < 3 \\ 0 & \text{resto de } x \end{cases}$$

- a) Determine el valor de  $k$ . (5 puntos)  
b) Bosqueje las gráficas de las funciones de densidad y distribución acumulada. (5 puntos)  
c) Calcule  $E(X)$  y  $V(X)$  (5 puntos)
- 2) (15 puntos) ¿Hay una densidad exponencial que cumpla la siguiente condición?

$$P\{X \leq 2\} = \frac{2}{3}P\{X \leq 3\}$$

De ser así, encuentre el valor del parámetro de dicha variable.

- 3) (15 puntos) El tiempo de vida de una batería en una computadora portátil, bajo condiciones normales, es distribuido normalmente con una media de 260 minutos y una desviación estándar de 50 minutos.
- a) Cuál es la probabilidad que una batería dure más de cuatro horas? (5 puntos)  
b) Cuáles son los cuartiles 1 y 3 del tiempo de vida de la batería? (5 puntos)  
c) Qué valor de tiempo de vida en minutos, es excedido con probabilidad 0.95? (5 puntos)
- 4) (20 puntos) En un proceso fotográfico, el tiempo de revelado de impresiones se puede considerar como una variable aleatoria que tiene la distribución normal con  $\mu = 15.4$  segundos y  $\sigma = 0.48$  segundos. Determine:
- a) Probabilidad de que el tiempo de revelado de alguna de estas impresiones dure al menos 16 segundos. (5 puntos)  
b) Probabilidad de que el tiempo de revelado de alguna de estas impresiones dure cuando mucho 14.2 segundos. (5 puntos)

- c) Probabilidad de que, entre 8 impresiones realizadas, a lo mucho en dos de ellas se haya demorado en revelarse menos de 16 segundos. (5 puntos)
- d) Probabilidad de que, la séptima impresión analizada, sea la cuarta en haber sido revelada en, a lo mucho 14.2 segundos. (5 puntos)

5) (15 puntos) La función de densidad conjunta de dos variables aleatorias continuas  $X, Y$  es:

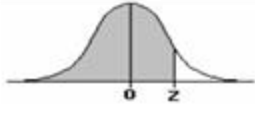
$$f(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 < x < 4; \quad 1 < y < 5 \\ 0, & \text{resto de } (x, y) \end{cases}$$

- a) Determine el valor de la constante  $k$ . (3 puntos)
- b) Determine las correspondientes densidades marginales y verifique si existe independencia estocástica entre ambas variables. (4 puntos)
- c) Determine la matriz de varianzas y covarianzas, así como la matriz de correlación lineal. (4 puntos)
- d) Calcule:  $P(X \geq 3, Y \leq 2)$ . (4 puntos)
- 6) (20 puntos) La función de probabilidad de una variable aleatoria  $X$  está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{81}, & -3 < x < 6 \\ 0, & \text{resto de } x \end{cases}$$

- a) Determine la densidad de probabilidad de la variable aleatoria  $U = \frac{1}{3}(12 - X)$ , mediante: el Método de la Acumulada (4 puntos) y el Método de las Transformaciones (4 puntos). Luego, calcule el valor esperado y la varianza de  $U$ . (4 puntos)
- b) Si  $X$  y  $Y$  son variables *iid*, con distribución binomial, con parámetros  $n_x = 3, n_y = 4$  y  $p = 0.08$ .
- a. Determine la distribución de la variable  $U = X + Y$ . (4 puntos)
- b. Calcule:  $P(U \geq 2)$ . (4 puntos)

**TABLA ADJUNTA**



**TABLA I (B)**  
**DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA  $N(0, 1)$**   
La tabla proporciona, para cada valor de  $z$ , el área que queda a su izquierda.

$z$	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'50000	0'50399	0'50798	0'51197	0'51595	0'51994	0'52392	0'52790	0'53188	0'53586
0'1	0'53983	0'54380	0'54766	0'55172	0'55567	0'55962	0'56356	0'56749	0'57142	0'57535
0'2	0'57926	0'58317	0'58706	0'59095	0'59483	0'59871	0'60257	0'60642	0'61026	0'61409
0'3	0'61791	0'62172	0'62552	0'62930	0'63307	0'63683	0'64058	0'64431	0'64803	0'65173
0'4	0'65554	0'65910	0'66276	0'66640	0'67003	0'67364	0'67724	0'68082	0'68439	0'68793
0'5	0'69146	0'69497	0'69847	0'70194	0'70450	0'70884	0'71226	0'71566	0'71904	0'72240
0'6	0'72575	0'72907	0'73237	0'73565	0'73891	0'74215	0'74537	0'74857	0'75175	0'75490
0'7	0'75804	0'76115	0'76424	0'76730	0'77035	0'77337	0'77637	0'77935	0'78230	0'78524
0'8	0'78814	0'79103	0'79389	0'79673	0'79955	0'80234	0'80511	0'80785	0'81075	0'81327
0'9	0'81594	0'81859	0'82121	0'82381	0'82639	0'82894	0'83147	0'83398	0'83646	0'83891
1'0	0'84134	0'84375	0'84614	0'84850	0'85083	0'85313	0'85543	0'85769	0'85993	0'86214
1'1	0'86433	0'86650	0'86864	0'87076	0'87286	0'87493	0'87698	0'87900	0'88100	0'88298
1'2	0'88493	0'88686	0'88877	0'89065	0'89251	0'89435	0'89617	0'89796	0'89973	0'90147
1'3	0'90320	0'90490	0'90658	0'90824	0'90988	0'91149	0'91308	0'91466	0'91621	0'91774
1'4	0'91924	0'92073	0'92220	0'92364	0'92507	0'92647	0'92786	0'92922	0'93056	0'93189
1'5	0'93319	0'93448	0'93574	0'93699	0'93822	0'93943	0'94062	0'94179	0'94295	0'94408
1'6	0'94520	0'94630	0'94738	0'94845	0'94950	0'95053	0'95154	0'95254	0'95352	0'95449
1'7	0'95543	0'95637	0'95728	0'95818	0'95907	0'95994	0'96080	0'96164	0'96246	0'96327
1'8	0'96407	0'96485	0'96562	0'96638	0'96712	0'96784	0'96856	0'96926	0'96995	0'97062
1'9	0'97128	0'97193	0'97257	0'97320	0'97381	0'97441	0'97500	0'97558	0'97615	0'97670
2'0	0'97725	0'97778	0'97831	0'97882	0'97932	0'97982	0'98030	0'98077	0'98124	0'98169
2'1	0'98214	0'98257	0'98300	0'98341	0'98382	0'98422	0'98461	0'98500	0'98537	0'98574
2'2	0'98610	0'98645	0'98679	0'98713	0'98745	0'98778	0'98809	0'98840	0'98870	0'98899
2'3	0'98928	0'98956	0'98983	0'99010	0'99036	0'99061	0'99086	0'99111	0'99134	0'99158
2'4	0'99180	0'99202	0'99224	0'99245	0'99266	0'99286	0'99305	0'99324	0'99343	0'99361
2'5	0'99379	0'99396	0'99413	0'99430	0'99446	0'99461	0'99477	0'99492	0'99506	0'99520
2'6	0'99534	0'99547	0'99560	0'99573	0'99585	0'99598	0'99609	0'99621	0'99632	0'99643