



AÑO LECTIVO: 2025 - 2026	PERIODO ACADÉMICO: 2	COMPONENTE TEÓRICO
ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales	PROFESORES: Paralelo 01, 02 y 04: Antonio Chong Escobar Paralelos 03 y 06: Eduardo Rivadeneira Molina	
COORDINADOR: Antonio Chong Escobar		
EVALUACIÓN: Primera	FECHA: 24 de noviembre de 2025	TOTAL (100 PUNTOS)

**COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR
PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA**

Yo,

reconozco que en la presente evaluación:

- 1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
- 2) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
- 3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
- 4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
- 5) **sólo** puedo usar **un bolígrafo** que no sea de tinta roja, **un lápiz, un borrador y un sacapuntas**; mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets**, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
- 6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
- 7) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
- 8) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara en las hojas de la evaluación, las cuales debo mantener **dobladas del tamaño de una hoja A4**.
- 9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** _____ **PARALELO:** _____

Tema 1 (7 Puntos) (Justifique todas sus respuestas.)

Considera $a_k = \left(\frac{e}{\pi}\right)^{k+1}$; $k \in \mathbb{N}$.

Literal a (2 Puntos)

Determine si el k -ésimo término de $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$ es convergente o divergente.

Respuesta:

Literal b (2 Puntos)

A partir del resultado obtenido en el literal anterior, ¿qué se puede concluir acerca de la convergencia de $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$?

Literal c (3 Puntos)

Utilizando el criterio de las series geométricas, determine la convergencia de $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$. En el caso de ser convergente, halle su valor de suma.

Respuestas:

Nombre: _____ Firma: _____

Tema 2 (13 Puntos) (Justifique todas sus respuestas.)

Literal a (6 Puntos)

Usando el método de Taylor, determine la serie de potencias centrada en $x_0 = 2$ para la función $f(x) = 1/x$.

Respuesta:

Literal b (5 Puntos)

Determine el radio e intervalo de convergencia de la serie hallada en el literal anterior.

Respuestas:

Literal c (2 Puntos)

De ser posible y suponiendo que en el literal “a” la serie hallada converge a la función f (es decir, suponiendo que la serie representa a la función f), utilice la serie hallada en el literal “a” para determinar el valor de suma de $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n 7^n}{2^{n+1}}$.

Tema 3 (7 Puntos) (Justifique todas sus respuestas.)

Literal a (2 Puntos)

Muestre que la EDO $(2y^2 + 3x)dx + 2xydy = 0$ no es de tipo exacta.

Literal b (2 Puntos)

Determine un factor integrante que convierta a la EDO del literal anterior en exacta.

Respuesta:

Literal c (3 Puntos)

Con la técnica de solución de las EDO exactas, determine la familia mono-paramétrica de soluciones de la EDO exacta obtenida en el literal anterior.

Respuesta:

Tema 4 (13 Puntos) (Justifique todas sus respuestas.)

En el lanzamiento de un balón de básquet al tablero, la fuerza ejercida sobre el balón causa dos movimientos: uno de traslación que desplaza el balón hacia adelante y otro de rotación que hace girar el balón alrededor de sí mismo.

Suponga que, en cierto lanzamiento, la razón a la que cambia el ángulo de rotación del balón de básquet con respecto al tiempo es directamente proporcional a la diferencia entre el cuadrado del ángulo de rotación y el doble del mismo ángulo. Además, con respecto a cierto sistema de referencia, considere que, al momento del lanzamiento el ángulo de rotación es de $\frac{1}{2}$ radian y que 2 segundos después del lanzamiento el ángulo de rotación es de $\frac{3}{2}$ radianes.

Literal a (3 Puntos)

Proporcione el modelo matemático (problema de valor inicial) que describe el lanzamiento mencionado y explique por qué la EDO del modelo es de tipo Bernoulli.

Literal b (7 Puntos)

Determine la solución del problema de valor inicial del literal anterior, resolviendo la EDO con la técnica de las ecuaciones de tipo Bernoulli y expresando la respuesta de la forma $(A + B(C)^{Et})^{-1}$, donde A, B, C y E se muestren como números racionales. Además, proporcione el valor de las constantes A, B, C y E .

Respuestas:

$A =$; $B =$; $C =$; $E =$

Literal c (3 Puntos)

Suponga que, si el balón impacta el tablero luego de haber girado entre $\frac{4}{3}$ y $\frac{5}{3}$ radianes desde el momento del lanzamiento, el balón será encestado. Entonces, a partir del lanzamiento, ¿entre qué tiempos debería ocurrir el impacto para que el balón sea encestado?

Respuesta:

Tema 5 (10 Puntos) (Justifique todas sus respuestas.)

Literal a (3 Puntos)

Usando el teorema de Abel, determine el Wronskiano de todo par de soluciones de la ecuación diferencial ordinaria $\text{sen}(2x)y''(x) - 2\cos(2x)y'(x) + \frac{4}{\text{sen}(2x)}y(x) = 0$ en términos de una constante real k .

Respuesta:

Literal b (3 Puntos)

Verifique que al asignar el valor de $k = 1$ al Wronskiano hallado en el literal “a”, se obtiene una solución de la misma ecuación diferencial del literal “a”. Para esto, considere que $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

Literal c (4 Puntos)

Determine una segunda solución para la EDO del literal “a” que sea linealmente independiente a la solución obtenida en el literal “b”, considerando que $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Además, concluya cuál es la solución general de la EDO del literal “a”.

Respuestas: