ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Año:2023	Período: PAE
Materia: CÁLCULO VECTORIAL	Profesor: Soveny Soraya Solís García
Evaluación: Primera	Fecha: 31 de marzo del 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ………..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadoras, celulares u otros dispositivos electrónicos, que sí puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que no debo hacer ruidos molestos durante el mismo; y, cualquier objeto que hubiere traído que sea de mi propiedad, debo depositarlo en la parte inferior del pupitre. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** **………………….** ***PARALELO:*** **…001**

1. (20 p.) Sea $k > 0$. Considere los puntos $A(k,0,0)$, $B(0,k,0)$, $C(0,0,k)$.

   a) Determine la ecuación general del plano π que contiene a A, B y C.

   b) En caso de ser posible, calcule el valor k para que la distancia de π al origen de coordenadas sea igual a 2 unidades.

2. (20 p.) Considere la función $f(x,y) = \begin{cases} (x+y)sen\left(\dfrac{1}{x+y}\right) & ; x+y \neq 0 \\ 0 & ; x+y = 0 \end{cases}$.

Determine:

a) Si f es continua en $(0,0)$ empleando el criterio de continuidad.

b) Si f es diferenciable en $(0,0)$ empleando la definición de diferenciabilidad.

c) Si con el resultado del literal b), se puede concluir que f es o no es de clase C^1 en $(0,0)$.

3. (20 p.) Sea z una función escalar de clase C^2 en $\mathbb{R}^2$. Considere u y v dos variables independientes tales que $u = x + 2y$, $v = x - 2y$. Transforme la ecuación

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{4}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2 - 4y^2.$$

4. (20 p.) Considere la superficie $S : x^2 + y^2 + z^2 = 169$. Determine:

   a) Los puntos de la superficie S donde el plano tangente es paralelo al plano $\pi : 3x + 4y + 12z = 0$.

   b) La ecuación general del plano tangente a S en cada punto obtenido en el literal *a*).

   c) Los puntos donde la recta $L : x - 2 = \dfrac{1-y}{3} = \dfrac{2z+1}{4}$ interseca a cada plano obtenido en el literal *b*).

5. (20 p.) Considere la ecuación $z = y + ln\left(\frac{x}{z}\right)$, $x, y, z > 0$ y el punto $(1, 1, 1)$ que la satisface.

   a) Usando el teorema de la Derivada Implícita, justifique que puede definirse $z = \phi(x, y)$ con ϕ función de clase C^1 de las variables (x, y) en una vecindad del punto $(1, 1)$.

   b) Escriba el polinomio de Taylor de 1er orden de ϕ en $(1, 1)$. Exprese el vector incremento $\mathbf{h} = (x - 1, y - 1)$ de tal modo que el polinomio sea función de x e y.

   c) Con el polinomio anterior, aproxime $\phi(0.98, 1.005)$.