

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2023	<b>PERÍODO:</b>	I PAO	<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable
<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., García E., Hernández C., Laveglia F., López E., Moreno A., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.				
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	20/noviembre/2023		

Examen:	
Lección:	
Quiz:	
Deber:	
Total:	

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

**COMPROMISO DE HONOR**

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

**Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.**

\_\_\_\_\_

*"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

1. (6 PUNTOS) Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

*"Si una función de variable real  $f$  es continua en  $(a, b)$ , entonces  $f$  no es derivable en  $(a, b)$ ."*

Luego, demuéstrelo en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

2. (7 PUNTOS) En cada caso, obtenga  $\frac{dy}{dx}$  y exprésela en forma simplificada:

a) (2 PUNTOS)  $y = \cos(\arcsen(x))$  ;  $x \in (-1, 1)$

b) (3 PUNTOS)  $y = (1 + x)^{\frac{3}{x}}$  ;  $x \in (0, +\infty)$

c) (2 PUNTOS)  $C: \begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = t^4 \end{cases}$  ;  $t \in \mathbb{R}$

3. (8 PUNTOS) Sea la función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ , de la cual se conoce que su primera derivada es:

$$f'(x) = 4x^2 - 8x + 3$$

- (a) (3 PUNTOS) Realice un análisis de puntos críticos, determine los intervalos de monotonía de  $f$  y establezca las abscisas correspondientes a sus valores extremos máximo y mínimo locales.
- (b) (3 PUNTOS) Determine los intervalos de concavidad y la abscisa del punto de inflexión de  $f$ .
- (c) (2 PUNTOS) Bosqueje una posible gráfica para  $f$ , colocando etiquetas adecuadas, puntos en los que se presentan los valores extremos locales, el punto de inflexión; y, el punto tal que  $f(0) = 0$ .

4. (6 PUNTOS) Dada la función  $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \ln(x)$$

Determine las coordenadas del punto  $P(c, f(c))$  tal que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en dicho punto, contenga al origen de coordenadas.

5. (7 PUNTOS) Dada la función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = 2(\pi x + 2x \arctan(x))$$

Utilizando diferenciales y considerando que  $\pi \approx 3.1$ , calcule el VALOR APROXIMADO de  $f(1.01)$  con tres cifras decimales.

6. (8 PUNTOS) Dos jugadores, *Derivarius 1* y *Derivarius 2*, combaten en un videojuego. En cada instante del combate se puede calcular la vida de *Derivarius 2* como:

$$V_2(t) = k - 5[A_1(t)]^2$$

donde  $k$  es una constante que representa la vida de *Derivarius 2* al inicio del combate y  $A_1(t)$  es una función que nos da los puntos de ataque de su contrincante *Derivarius 1* en cada instante  $t$ .

En cierto combate se conoce que las vidas de ambos *Derivarius* están relacionadas mediante la siguiente expresión:

$$V_1(t) + V_2(t) = 10$$

Determine la tasa de cambio de la vida de *Derivarius 1* en el momento en el que cuenta con 8 *puntos* de ataque y su puntuación de ataque varía a razón de 0.1 *puntos* por cada *segundo*.

7. (8 PUNTOS) El costo  $C$ , en *dólares*, que se genera en la producción de  $x$  *unidades* de cierto bien suntuario viene dado por la siguiente expresión:

$$C(x) = \frac{100}{e}x + 2000e^{-\frac{1}{20}x} \quad ; \quad x > 0$$

Determine el número de unidades que hacen que el costo sea mínimo; y, considerando que  $e^{-1} \approx 0.368$ , calcule ese costo mínimo en forma aproximada.