

AÑO:	2021 - 2022	PERIODO:	PAO - II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario, Eduardo Rivadeneira.
EVALUACIÓN:	3ra Evaluación	FECHA:	8-Febrero-2022

COMPROMISO DE HONOR

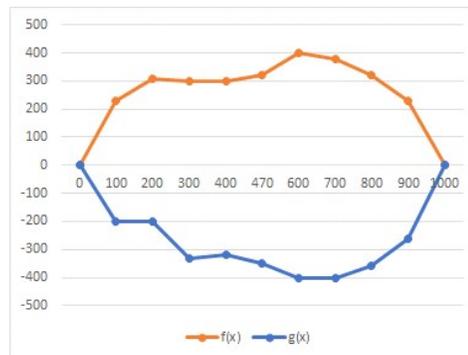
Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esférico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Tema 1. (30 puntos)

Se reportó un derrame de petróleo del pasado 15 de enero del 2022 en una refinería en el vecino país del sur, que contaminó al menos 24 playas de la costa central, según indicó el organismo de la Dirección General de Salud Ambiental e Inocuidad Alimentaria. Usando fotografías aéreas, la guardia costera obtuvo las dimensiones del derrame descrita en la figura y en la tabla mostrada



x	100	200	300	400	470	600	700	800	900	1000
f(x)	230	310	300	300	320	400	380	320	230	0
g(x)	-200	-200	-330	-320	-350	-400	-400	-360	-260	0

- a) Estime el área afectada por el derrame de petróleo, usando preferentemente los métodos Simpson
- b) Justifique el uso de las formulas compuestas usadas.
- c) Calcule el error del integral, para toda el área

Rúbrica: literal b (5 puntos), literal a, con expresiones detalladas para cada eje (20 puntos), literal c (5 puntos)

Referencia: Tan S.T (1994). Numerical Integration 7.3 Ejercicio 5. Calculus for the managerial, life, and Social sciences.

Eluniverso.com Derrames de petróleo, una lamentable afectación que es habitual a la región. 31 de enero, 2022.

<https://www.eluniverso.com/noticias/internacional/derrames-de-petroleo-una-lamentable-afectacion-que-es-habitual-a-la-region-nota/>

$$x = [0.0, 100, 200, 300, 400, 470, 600, 700, 800, 900, 1000]$$

$$fx = [0.0, 230, 310, 300, 300, 320, 400, 380, 320, 230, 0]$$

$$gx = [0.0, -200, -200, -330, -320, -350, -400, -400, -360, -260, 0]$$

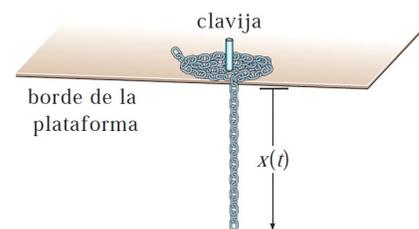
Tema 2. (30 puntos)

Cadena cayendo. Una parte de una cadena de L= 8pies de longitud está enrollada sin apretar alrededor de una clavija en el borde de una plataforma horizontal y la parte restante de la cadena cuelga descansando sobre el borde de la plataforma. Por simplicidad, use g = 32 pies/s².

Suponga que la longitud de la cadena que cuelga es de X₀=3 pies, que la cadena pesa 2 lb/pie y que la dirección positiva es hacia abajo. Comenzando en t = 0 segundos, el peso de la cadena que cuelga causa que la cadena sobre la plataforma se desenrolle suavemente y caiga al piso.

Si x(t) denota la longitud de la cadena que cuelga de la mesa al tiempo t = 0, entonces v = dx/dt es su velocidad. V₀=0

Cuando se desprecian todas las fuerzas de resistencia se puede demostrar que un modelo matemático que relaciona a v con x está dado por la ecuación mostrada.



$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{g}{L}x = 0$$

0 ≤ x ≤ L

- a) Resuelva $v(x)$ usando Runge-Kutta, considere $h=0.05$
- b) Aproxime el tiempo que tarda el resto de la cadena en deslizarse de la plataforma.
- c) Estime la velocidad a la cual el extremo de la cadena sale del borde de la plataforma.

Rúbrica: Planteamiento del problema(5 puntos), plantear el método (5 puntos), literal b, iteraciones (10 puntos), valor del tiempo (5 puntos). literal c (5 puntos).

Referencias: Cadena cayendo: Zill Dennis, Ecuaciones Diferenciales 9Ed, Ejercicios 45 p.69 Cadena cayendo. Zayas Martín, Una Física Simplificada (min[30-34]) https://youtu.be/dPn_ggi6zx0?t=1802 , Tripulación de barco pierde control de un ancla y provoca accidente. <https://youtu.be/0t-AZxAre9Q>

Tema 3. (20 puntos) Para simplificar la ecuación que describe la cantidad de cadena que se desenrolla en las condiciones del tema anterior, se han obtenido datos experimentales descritos en la tabla presentada.

t_i	0	0,1	0,2	0,25	0,35	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85	0,95	1
x_i	3	3,0601	3,2426	3,3818	3,7632	4,2951	4,6239	5,4237	6,4405	7,7149	8,4642	10,2245	11,2531

Realice un polinomio de interpolación de grado 4 para el Intervalo entre $x_0= 3$ y la longitud de la cadena $L=8$

- a) Identifique los pares ordenados a usar en la interpolación
- b) Seleccione un método de interpolación apropiado para las condiciones dadas, justifique.
- c) Desarrolle el método de interpolación, usando expresiones completas que muestre el uso de los pares seleccionados en el literal a.
- d) Calcule el **error** sobre el o los datos que no se usaron en el **intervalo**
- e) Escriba sus **conclusiones y recomendaciones** sobre los resultados obtenidos entre los dos polinomios.

Rúbrica: literal a (3 puntos), literal b (2 puntos), literal c (10 puntos), literal d (2 puntos). literal e (3 puntos).

$t_i = [0, 0.1, 0.2, 0.25, 0.35, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.85, 0.95, 1]$

$x_i = [3, 3.06, 3.2426, 3.3818, 3.7632, 4.2951, 4.6239, 5.4237, 6.4405, 7.7149, 8.4642, 10.2245, 11.25]$

Tema 4. (20 puntos) Un ingeniero civil que trabaja en la construcción requiere 4 800, 5 800 y 5 700 m³ de arena, grava fina, y grava gruesa, respectivamente, para cierto proyecto constructivo. Hay tres canteras de las que puede obtenerse dichos materiales. La composición de dichas canteras es la que sigue:

	Arena %	Grava fina %	Grava gruesa %
Cantera 1	25	45	30
Cantera 2	55	30	15
Cantera 3	25	20	55

¿Cuántos metros cúbicos deben extraerse de cada cantera a fin de satisfacer las necesidades del ingeniero?

- a) Plantear el problema usando las ecuaciones y representación matricial para usar un método iterativo,
- b) Presentar la matriz ampliada y realice el pivoteo parcial por filas,
- c) Seleccionar un vector inicial acorde con el ejercicio (evite usar el vector cero)
- d) Realice al menos 3 iteraciones con un método iterativo para la solución de sistemas de ecuaciones. Identifique claramente el método a usar y en cada iteración debe escribir las expresiones completas que permitan verificar el uso del método.
- e) Determine y justifique si el método converge

Rúbrica: literal a (3 puntos), literal b (3 puntos), literal c (3puntos), literal d (8 puntos), literal e (3 puntos)

Referencia: Chapra (2006) 5Ed. problema 12.13 p342.

tabla = [[25,45,30],
 [55,30,15],
 [25,20,55]]