espol Escuela Superior Politécnica del Litoral

Guayaquil - Ecuador
Campus Gustavo Galindo Velasco - Km. 30.5 Vía Perimetral - Pbx: (593-4) 2269 269

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Varas A, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 08/07/2021

INSTRUCCIONES DEL EXAMEN:

Estimado (a) estudiante:

- Para la realización de este examen usted dispondrá de 120 minutos, como máximo.
- **Lea** el COMPROMISO DE HONOR; en caso de que no esté de acuerdo, **el examen será anulado**. **Si comete algún acto de deshonestidad durante el desarrollo de la prueba, se levantará el informe respectivo ante la Comisión de Disciplina.**
- La evaluación consta de 8 preguntas de DESARROLLO.
- Al finalizar el examen, deberá solicitar al profesor encargado el permiso para tomar las fotos con el desarrollo del examen; no se olvide que en cada hoja de los temas desarrollados debe colocar su credencial (cédula o pasaporte), para tomar la foto.
- Las soluciones deberán estar bien enfocadas antes de la captura de las fotos, **orientadas en forma vertical**, encuadrando todo el desarrollo en la hoja, con la credencial en un lugar que no obstruya la visualización de la resolución.
- Cuando el profesor lo autorice, usted procederá a capturar las imágenes correspondientes. Dispondrá de 5 minutos, como máximo, para subir como evidencia el archivo (o los archivos) de la solución del examen en el AULA VIRTUAL. La actividad de carga de archivos debe hacerse 1 SOLA VEZ.
- Cuando tenga alguna duda con respecto a la evaluación y necesite comunicarse con el profesor, debe utilizar el chat privado o levantar la mano en la plataforma virtual.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Varas A, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 08/07/2021

COMPROMISO DE HONOR

"Yo declaro que he sido informado y conozco las normas disciplinarias que rigen a la ESPOL, en particular el **Código de Ética y el reglamento de Disciplina**.

Al aceptar este compromiso de honor, reconozco y estoy consciente de que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de forma individual; que puedo comunicarme únicamente con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y, que al realizar esta evaluación no navegaré en otras páginas que no sean las páginas de Aula Virtual/plataforma de la evaluación; que no recibiré ayuda ni presencial ni virtual; que no haré consultas en libros, notas, ni apuntes adicionales u otras fuentes indebidas o no autorizadas por el evaluador; ni usaré otros dispositivos electrónicos o de comunicación no autorizados.

Además, me comprometo a mantener encendida la cámara durante todo el tiempo de ejecución de la evaluación, y en caso de que el profesor lo requiera, tomar una foto de las páginas en las que he escrito el desarrollo de los temas y subirlas a Aula Virtual/plataforma de la evaluación, como evidencia del trabajo realizado, estando consciente de que el no subirlo, anulará mi evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior y me comprometo a seguir fielmente las instrucciones que se indican para la realización de la presente evaluación (incluyendo los requisitos de uso de la tecnología).

Estoy consciente de que el incumplimiento del presente compromiso, anulará automáticamente mi evaluación y podría ser objeto del inicio de un proceso disciplinario".

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y estar de acuerdo con la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Varas A, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 08/07/2021

TEMA 1

1. (20 Puntos)

Califique las siguientes proposiciones como:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdaderas)

Justifique apropiadamente su clasificación.

a) Si H y W son dos subespacios del espacio V, entonces H+W es también un subespacio de V

b) Si $\{v_1, v_2, v_3\}$ es una base de V, $\{v_1, v_1+v_2, v_1+v_2+v_3\}$ también es una base de V

2. (20 Puntos)

Califique las siguientes proposiciones como:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdaderas)

Justifique apropiadamente su clasificación.

a.) Si H y W son dos subespacios del espacio V, entonces $H \cup W$ es también un subespacio de V

b.) Si $\{v_1, v_2, v_3\}$ es una base de V, $\{v_1, v_1+v_2+v_3, v_4\}$ también es una base de V

3. (20 Puntos)

Califique las siguientes proposiciones como:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdaderas)

Justifique apropiadamente su clasificación.

a.) Si H y W son dos subespacios del espacio V, entonces H-W es también un subespacio de V

b.) Si $\{v_1, v_2, v_3\}$ es una base de V, $\{v_1-v_3, v_1+v_2, v_2+v_3\}$ también es una base de V

4. (20 Puntos)

Califique las siguientes proposiciones como:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdaderas)

Justifique apropiadamente su clasificación.

a.) Si $\{v_1, v_2, v_3\}$ es una base de V, $\{v_1, v_1+v_2, v_1+v_2+v_3\}$ también es una base de V

b.) Si A es una matriz cuadrada, $EL_A = EC_A$

5. (20 Puntos)

Califique las siguientes proposiciones como:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdaderas)

Justifique apropiadamente su clasificación.

a.) Si A es una matriz inversible, la dimensión del núcleo de A es uno.

b.) Si el sistema AX=B es consistente, el espacio columna de A es igual al espacio columna de la matriz aumentada A:B

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Varas A, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 08/07/2021

TEMA 2

1. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $(V, \oplus, \odot)$, donde $V = \mathbb{R}^2$, con las operaciones:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + 1 \\ \left(y_1^3 + y_2^3\right)^{\frac{1}{3}} \end{pmatrix}, \quad \alpha \odot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(x+1) - 1 \\ \alpha^{\frac{1}{3}} y \end{pmatrix}$$

Sea $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$

a. ¿Es S linealmente dependiente?

b. ¿S genera a V?

2. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $(V,\oplus,\odot)$, donde $V=\mathbb{R}^2$, con las operaciones:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1+x_2+1 \\ \left(y_1^5+y_2^5\right)^{\frac{1}{5}} \end{pmatrix}, \quad \alpha \odot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(x+1)-1 \\ \alpha^{\frac{1}{5}} y \end{pmatrix}$$

Sea $S=\left\{\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right\}$

a. ¿Es S linealmente independiente?

b. ¿S genera a V?

3. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $(V,\oplus,\odot)$, donde $V=P_1$, con las operaciones:

$$(a_1x+b_1)\oplus(a_2x+b_2)=(a_1+a_2+1)x+\left(b_1^5+b_2^5\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$\alpha\odot(ax+b)=(\alpha a+\alpha-1)x+\left(\alpha^{\frac{1}{5}}\,b\right)$$

Sea $S=\{x+1, 2x\}$

a. ¿Es S linealmente dependiente?

b. ¿S genera a V?

4. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $(V,\oplus,\odot)$, donde $V=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} / \, a,c\in\mathbb{R}, b\in\mathbb{R}^{+}\right\}$, con las operaciones:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ b_1 & c_1 \end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ b_2 & c_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1+a_2+2 & b_1b_2 \\ b_1b_2 & c_1+c_2 \end{pmatrix}, \quad \alpha\odot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha(a+2)-2 & b^{\alpha} \\ b^{\alpha} & \alpha c \end{pmatrix}$$

Sea $S=\left\{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right\}$

a. ¿Es S linealmente dependiente?

b. ¿S genera a V?

5. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial $(V,\oplus,\odot)$, donde $V=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} / \, a,b\in\mathbb{R}\right\}$, con las operaciones:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ b_1 & a_1 \end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ b_2 & a_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1+a_2+1 & (b_1^3+b_2^3)^{\frac{1}{3}} \\ (b_1^3+b_2^3)^{\frac{1}{3}} & a_1+a_2+1 \end{pmatrix}, \quad \alpha\odot\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha a+\alpha-1 & \alpha^{\frac{1}{3}}b \\ \alpha^{\frac{1}{3}}b & \alpha a+\alpha-1 \end{pmatrix}$$

Sea $S=\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right\}$

a. ¿Es S linealmente dependiente?

b. ¿S genera a V?

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Varas A, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 08/07/2021

TEMA 3

1. (30 Puntos)

   Sea $V = M_{2x2}(\mathbb{R})$ el espacio vectorial real, de todas las matrices cuadradas de orden 2, con entradas reales y las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar para matrices. Sean $H_1 = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a + 2b + d = 0 \ \wedge \ -a - b - c = 0\right\}$ y $H_2 = gen\left\{\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ dos subespacios vectoriales de $M_{2x2}(\mathbb{R})$.

   a. Encuentre una base para H_1
   b. Encuentre una base para $H_1 \cap H_2$
   c. Encuentre una base para $H_1 + H_2$ e indique su dimensión

2. (30 Puntos)

   Sea $V = M_{2x2}(\mathbb{R})$ el espacio vectorial real, de todas las matrices cuadradas de orden 2, con entradas reales y las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar para matrices. Sean $H_1 = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : -a - 2c + d = 0 \ \wedge \ 3b + 6c - d = 0\right\}$ y $H_2 = gen\left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\right\}$ dos subespacios vectoriales de $M_{2x2}(\mathbb{R})$.

   a. Encuentre una base para H_1
   b. Encuentre una base para $H_1 \cap H_2$
   c. Encuentre una base para $H_1 + H_2$ e indique su dimensión

3. (30 Puntos)

   Sea $(\mathbb{R}^4, +, ., \mathbb{R})$ el espacio vectorial real con las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar en $\mathbb{R}^4$.

   Sean $H_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x + 2y + z = 0 \ \wedge \ -x - y + 3w = 0\}$ y $H_2 = gen\{(2,0,1,1), (3, -2, -2,0)\}$ dos subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^4$.

   a. Encuentre una base para H_1
   b. Encuentre una base para $H_1 \cap H_2$
   c. Encuentre una base para $H_1 + H_2$ e indique su dimensión

4. (30 Puntos)

   Sea $(\mathbb{R}^4, +, ., \mathbb{R})$ el espacio vectorial real con las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar en $\mathbb{R}^4$.

   Sean $H_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : 2x + 3z - w = 0 \ \wedge \ 2y - 4z - 2w = 0\}$ y $H_2 = gen\{(2,2,0,3), (1, -1, -1,0)\}$ dos subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^4$.

   a. Encuentre una base para H_1
   b. Encuentre una base para $H_1 \cap H_2$
   c. Encuentre una base para $H_1 + H_2$ e indique su dimensión

5. (30 Puntos)

   Sea $V = P_3(\mathbb{R})$ el espacio vectorial real, de todos los polinomios de grado menor o igual a 3 con las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar en $P_3(\mathbb{R})$. Sean $H_1 = \{ax^3 + bx^2 + cx + d : a + 2b + c = 0 \ \wedge \ -a - b + 3d = 0\}$ y $H_2 = gen\{2 + x^2 + x^3, 3 - 2x - 2x^2\}$ dos subespacios vectoriales de $P_3(\mathbb{R})$.

   a. Encuentre una base para H_1
   b. Encuentre una base para $H_1 \cap H_2$
   c. Encuentre una base para $H_1 + H_2$ e indique su dimensión

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Varas A, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 08/07/2021

TEMA 4

1. (25 Puntos)

Si $B=\{v_1, v_2, v_3\}$, $B_1=\{u_1, u_2, u_3\}$ y $B_2=\{v_1+v_2-v_3, v_2+v_3, v_3\}$ son bases ordenadas de un espacion vectorial real V y $M_{B_2B_1}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$ es la matriz de cambio de base de B_2 a B_1:

Determine:

a. $[u_1]_{\beta_2}$

b. $[u_2]_{\beta_2}$

c. $[u_3]_{\beta_2}$

d. $[3u_1+2u_2-u_3]_{\beta}$

2. (25 Puntos)

Si $B = \{v_1, v_2, v_3\}$, $B_1 = \{u_1, u_2, u_3\}$ y $B_2 = \{v_1 + v_2 - v_3, v_2 + v_3, v_3\}$ son bases ordenadas de un espacion vectorial real V y $M_{B_2B_1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es la matriz de cambio de base de B_2 a B_1

:

Determine:

a. $[u_1]_{\beta_2}$

b. $[u_2]_{\beta_2}$

c. $[u_3]_{\beta_2}$

d. $[3u_1 + 2u_2 - u_3]_{\beta}$

3. (25 Puntos)

Si $B = \{v_1, v_2, v_3\}$, $B_1 = \{u_1, u_2, u_3\}$ y $B_2 = \{v_1 + v_2 - v_3, v_2 + v_3, v_3\}$ son bases ordenadas de un espacion vectorial real V y $M_{B_2B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ es la matriz de cambio de base de B_2 a B_1:

Determine:

a. $[u_1]_{\beta_2}$

b. $[u_2]_{\beta_2}$

c. $[u_3]_{\beta_2}$

d. $[3u_1 + 2u_2 - u_3]_{\beta}$

4. (25 Puntos)

Si $B = \{v_1, v_2, v_3\}$, $B_1 = \{u_1, u_2, u_3\}$ y $B_2 = \{v_1 + v_2 - v_3, v_2 + v_3, v_3\}$ son bases ordenadas de un espacion vectorial real V y $M_{B_2 B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ es la matriz de cambio de base de B_2 a B_1:

Determine:

a. $[u_1]_{\beta_2}$

b. $[u_2]_{\beta_2}$

c. $[u_3]_{\beta_2}$

d. $[3u_1 + 2u_2 - u_3]_{\beta}$

5. (25 Puntos)

Si $B = \{v_1, v_2, v_3\}$, $B_1 = \{u_1, u_2, u_3\}$ y $B_2 = \{v_1 + v_2 - v_3, v_2 + v_3, v_3\}$ son bases ordenadas de un espacion vectorial real V y $M_{B_2 B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ es la matriz de cambio de base de B_2 a B_1

:

Determine:

a. $[u_1]_{\beta_2}$

b. $[u_2]_{\beta_2}$

c. $[u_3]_{\beta_2}$

d. $[3u_1 + 2u_2 - u_3]_{\beta}$