Escuela Superior Politécnica del Litoral — Año: 2026
Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas — Tiempo: 2 horas
Fecha: 24 de abril de 2026 — Evaluación: Tercera

Materia: Álgebra Lineal

Profesor: Carlos Martín

Compromiso de Honor:

Yo ______________________________________ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico, que únicamente puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación y NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajena al desarrollo del examen. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: ____________________ Matrícula: ______________ Paralelo: _____

TEMAS

1. (20 points) Sea $V = P_1$ el espacio de los polinomios de grado menor o igual que 1 con el producto interno
$$(p \mid q) = \int_{-1}^{1} p(x)\, q(x)\, dx.$$
Considere el subespacio $H = \{a+bx \in P_1 : a+b = 0\}$. Dado el polinomio $v(x) = 1+2x$, determine los polinomios $h \in H$ y $p \in H^{\perp}$ tales que $v = h + p$.

2. (20 points) Sea $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Determine la una matriz ortogonal $\mathbf{Q}$ que diagonaliza a la matriz $\mathbf{A}$.

3. (20 points) Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal cuya matriz asociada respecto a las bases $B_1 = \{(1,1,0),(1,0,1),(0,1,1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ y $B_2 = \{(1,-1),(2,1)\}$ de $\mathbb{R}^2$ es

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Determine $T(v)$ para el vector $v = (3,4,5)$. Encuentre una base para el Núcleo de T y una base para el Recorrido de T.

4. (20 points) Sean H y W subespacios de un espacio vectorial V. Pruebe que la suma $H + W$ es directa si y solo si $H \cap W = \{n_V\}$.

5. (20 points) Enuncie y demuestre el teorema de la matriz de cambio de base.