ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2018	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO	**Calificación**
MATERIA:	Álgebra lineal	**PROFESORES:**	Bracamonte Mireya, Celleri Mario, Cordova Nelson, Laveglia Franca, Marchan Luz E, Martinez Margarita, Moreno Alex, Sánchez Joffred, Valdivieso Janet, Valdivieso Patricia, Vielma Jorge.	
EVALUACIÓN:	Segunda	**FECHA:**	30 de agosto 2018	

Rubrica

1. (10 Puntos) A continuación, se presenta cinco enunciados, cada uno de los cuales tienen 4 posibles opciones correctas (**más de una puede ser correcta en cada caso)**. Marque, con una **x,** aquella o aquellas opciones correctas.

(a) Sean $T: V \rightarrow W$ una transformación lineal. Si $\dim V = n$ y $\dim\ W = n-1$, es cierto que:

○ T debe ser sobreyectiva.

● $T(0_V) = 0_W$.

● Si $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es un conjunto linealmente independiente en V entonces no necesariamente $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)\}$ es un conjunto linealmente independiente de W.

● El rango de T es menor o igual a $n-1$.

(b) Si u y v son vectores ortogonales de un espacio vectorial real, entonces es cierto que:

● $\|u+v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$.

○ u y v son linealmente independientes.

● $3u$ y $-4v$ son ortogonales.

○ u y $u+v$ no pueden ser ortogonales.

(c) Sea A una matriz cuadrada de orden n con entradas en un campo $\mathbb{R}$. Entonces es cierto que

● A y A^t tienen el mismo polinomio característico.

● Si A es ortogonalmente diagonalizable entonces es simétrica.

● λ es un autovalor de A si y sólo si λ es una raíz del polinomio característico de A.

○ La multiplicidad algebraica de un autovalor λ se define como la dimensión del autoespacio E_λ.

(d) Sea A una matriz cuadrada diagonalizable de orden n con entradas en un campo K. Es cierto que:

● A tiene n autovectores linealmente independientes.

○ A tiene n autovalores diferentes.

○ A debe ser una matriz simétrica.

● Existen matrices cuadradas P y D tales que $A = P^{-1}DP$.

REFERENCIA PARA LA CALIFICACIÓN

Hay 10 opciones correctas, 1 pt cada opción correcta, recordando que por cada elección incorrecta se elimina una correcta. Si ha marcado todas las opciones en todos los casos, la calificación debe ser 0.

2. (8 Puntos) Construya, de ser posible, una transformación lineal $T : M_{2\times 2} \to \mathbb{R}^3$ tal que el núcleo de T sea el conjunto de matrices simétricas de tamaño 2 x 2 y: $T\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

TABLA DE REFERENCIA PARA LA CALIFICACIÓN

En blanco o sólo incoherencias	Determina la base de las matrices simétricas	Determina una base de M_2 que contenga la base de las matrices simétricas	Determina la respectiva regla de correspondencia
0	2	3	3

3. (8 Puntos) Sean $(\cdot\mid\cdot)_1$ y $(\cdot\mid\cdot)_2$ dos productos internos en un espacio vectorial V, sobre el campo de los números complejos. Demuestre que $(\cdot\mid\cdot) = (\cdot\mid\cdot)_1 + (\cdot\mid\cdot)_2$ es un producto interno sobre V.

TABLA DE REFERENCIA PARA LA CALIFICACIÓN

En blanco o sólo incoherencias	Verifica que $(v\|v) \geq 0$ y $(v\|v) = 0$ si y sólo si $v = 0_V$.	Verifica que $(u\|v) = \overline{(u\|v)}$	Verifica que $(v_1 + v_2\|v) = (v_1\|v) + (v_2\|v)$	Verifica que $(\alpha u\|v) = \alpha(u\|v)$
0	2	2	2	2

4. (12 Puntos) Sea $V = P_3(\mathbb{R})$, el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 3 con coeficientes reales, con el producto interno $(f|g) = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx$.
   4.1. Determinar el complemento ortogonal de $W = gen\{1 + x, x^2 - 1\}$.
   4.2. Escriba el vector $v = x^3 + 3x^2 - x + 1$ como suma de un elemento en W y su complemento ortogonal $W^{\perp}$.

TABLA DE REFERENCIA PARA LA CALIFICACIÓN

En blanco o sólo incoherencias	Busca el complemento ortogonal	Ortogonaliza una base	Halla la proyección de v sobre el subespacio, del cual ortogonalizó su base	Escribe le vector v como suma de un elemento en W y su complemento ortogonal $W^{\perp}$.
0	6	3	2	1

1. (12 Puntos) Dada la transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, definida por

$$T\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - 2b - 2c \\ -2a + bm + 8c \\ 2a + 8b + cm \end{pmatrix},$$

determine los valores de la constante m para los cuales no es diagonalizable en $\mathbb{R}$ la matriz $[T]_{BB}$, asociada a la transformación con respecto a las bases canónicas B de $\mathbb{R}^3$.

TABLA DE REFERENCIA PARA LA CALIFICACIÓN

En blanco o sólo incoherencias	Determina la matriz la matriz $[T]_{BB}$	Determina el polinomio característico	Discrimina todos los caso posibles	Deduce que la matriz no es diagonalizable si y sólo si $m = 9$ ó $m = -7$
0	3	3	1	5