

|                    |                                                                                                                                                 |                 |                    |                 |                         |              |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------------|-----------------|-------------------------|--------------|
| <b>AÑO:</b>        | 2025                                                                                                                                            | <b>PERÍODO:</b> | I PAO              | <b>MATERIA:</b> | Cálculo de una variable | <b>Total</b> |
| <b>PROFESORES:</b> | Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M.,<br>Díaz R., García E., Guale A., Laveglia F.,<br>Mancero M., Ramos M., Solís J., Valdiviezo J. |                 |                    |                 |                         |              |
| <b>EVALUACIÓN:</b> | TERCERA                                                                                                                                         | <b>FECHA:</b>   | 08/septiembre/2025 |                 |                         |              |

|                         |           |           |           |           |           |
|-------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                         | <b>T1</b> | <b>T2</b> | <b>T3</b> | <b>T4</b> | <b>T5</b> |
| <b>Puntos posibles</b>  | 15        | 15        | 25        | 20        | 25        |
| <b>Puntos obtenidos</b> |           |           |           |           |           |

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

#### COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

**Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.**

\_\_\_\_\_

*"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

1. (15 PUNTOS) En una estación biológica se modelizan dos poblaciones,  $P_A$  y  $P_B$ , tales que:

$$P_A(t) = \left(\frac{k+1}{2}\right)e^{-0.06t} \qquad P_B(t) = 300 + 120e^{-0.03t}$$

donde el tiempo  $t$  está dado en *años*, por lo que  $t \geq 0$ .

Con la aplicación de límites y sus teoremas o propiedades, para cada literal:

- (a) (8 PUNTOS) Obtenga el valor de la constante  $k$  para la expresión correspondiente a  $P_A$ , si su población inicial es de 350 *individuos*.  
(b) (7 PUNTOS) Determine la cantidad  $N$  de *individuos* a la que tiende la población  $P_B$ , si el tiempo transcurre en forma indefinida.

2. (15 PUNTOS) Dada una curva en coordenadas paramétricas:

$$C: \begin{cases} x(t) = 3 \cos(\pi t) \\ y(t) = 2 \operatorname{sen}(\pi t) \end{cases} \quad ; \quad t \in [0, 2]$$

- (a) (7 PUNTOS) Obtenga la expresión correspondiente a  $\frac{dy}{dx}$  y evalúela cuando  $t = \frac{1}{4}$ .
- (b) (8 PUNTOS) Obtenga la expresión correspondiente a  $\frac{d^2y}{dx^2}$  y evalúela cuando  $t = \frac{1}{4}$ .

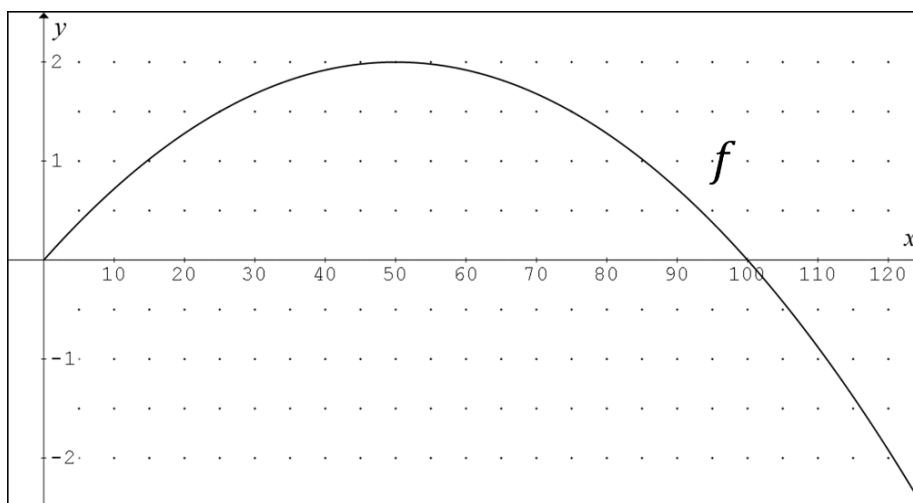
3. (25 PUNTOS) Suponga que, en un canal de riego, el caudal de agua  $Q$  que fluye a través de una compuerta, se modeliza mediante la función:

$$Q(x) = \frac{50x^2}{x^2 + 25} \quad ; \quad x \geq 0$$

donde:

- $Q$  se mide en *litros por segundo*; y,
  - $x$  representa la longitud, en *centímetros*, de la apertura que describe la compuerta conforme se desliza verticalmente.
- (a) (10 PUNTOS) Obtenga la regla de correspondencia de  $Q'(x)$ . Luego, analizando el signo de  $Q'(x)$ , concluya si la cantidad de litros de agua por segundo aumenta o disminuye, a medida que la compuerta se eleva.
- (b) (15 PUNTOS) Determine el PUNTO CRÍTICO ESTACIONARIO de  $Q'(x)$  donde  $Q(x)$  aumenta más rápido; esto es, obtenga el valor  $x = c$ , para el cual  $Q''(x) = 0$ . Considere que  $\sqrt{3} \approx 1.73$  y aproxime su respuesta con un decimal.

4. (20 PUNTOS) La gráfica mostrada a continuación corresponde a una función de variable real  $f: [0, +\infty) \mapsto \mathbb{R}$ .



Si  $F$  es una antiderivada de  $f$ , tal que  $F(0) = 0$ , califique las siguientes proposiciones como VERDADERAS o FALSAS, justificando sus respuestas.

- (a) (5 PUNTOS)  $F$  presenta un punto crítico en  $x = 50$ .
- (b) (5 PUNTOS)  $F$  es creciente  $\forall x \in (0, 50)$  y decreciente  $\forall x \in (50, 100)$ .
- (c) (5 PUNTOS)  $F$  es cóncava hacia abajo  $\forall x \in (60, 120)$ .
- (d) (5 PUNTOS)  $F$  presenta un punto de inflexión en  $x = 100$ .

5. (25 PUNTOS) Dada la región  $R$  definida como:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (\sqrt{x} \leq y \leq 2) \wedge (0 \leq x \leq 4)\}$$

Calcule el volumen  $V$  del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $x = 5$ . Para el efecto, realice lo siguiente:

- (5 PUNTOS) Ubique, en el plano cartesiano, puntos relevantes de la región  $R$ , grafique los elementos que la limitan, identifíquela claramente; y, bosqueje su reflexión con respecto al eje de rotación.
- (10 PUNTOS) Dibuje la franja representativa y su rotación; luego, establezca la respectiva expresión para el volumen del elemento tridimensional generado.
- (10 PUNTOS) Plantee y evalúe la integral definida correspondiente al cálculo del volumen  $V$ .

