

AÑO:	2024	PERÍODO:	II PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable	Total
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Díaz R., García E., Hernández C., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.					
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	27/enero/2025			

	Examen	Lecciones	Controles de lectura	Deberes
Puntos posibles	50	35	10	5
Puntos obtenidos				

Nombre: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (5 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{3}{x^2 + 4x - 12} dx$$

2. (7 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \sqrt[3]{\cos^5(x)} \operatorname{sen}^5(x) dx$$

3. (10 PUNTOS) Aplicando las propiedades de la integral definida, evalúe:

(a) (5 PUNTOS)
$$I = \int_{-\sqrt[3]{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt[3]{\frac{\pi}{2}}} x^2 \operatorname{sen}^2(x^3) \cos(x^3) dx$$

(b) (5 PUNTOS)
$$L = \int_0^3 |x - 2| dx$$

4. (8 PUNTOS) En cierta fábrica, la limpieza de piezas metálicas afectadas por corrosión se realiza sumergiéndolas en un solvente, preparado por los técnicos de su propio laboratorio. Considerando que t representa el tiempo, en *minutos*, en el que permanecen sumergidas las piezas, se ha determinado que el porcentaje de eliminación de la corrosión está dado por:

$$E(t) = \frac{100 t}{\sqrt{t^2 + 9}} ; t \in [0, 4]$$

Con el propósito de establecer una señal de alerta para el personal encargado del proceso, se necesita conocer el porcentaje de eliminación promedio en el intervalo de tiempo indicado; y además, el instante en el cual se alcanza dicho porcentaje promedio.

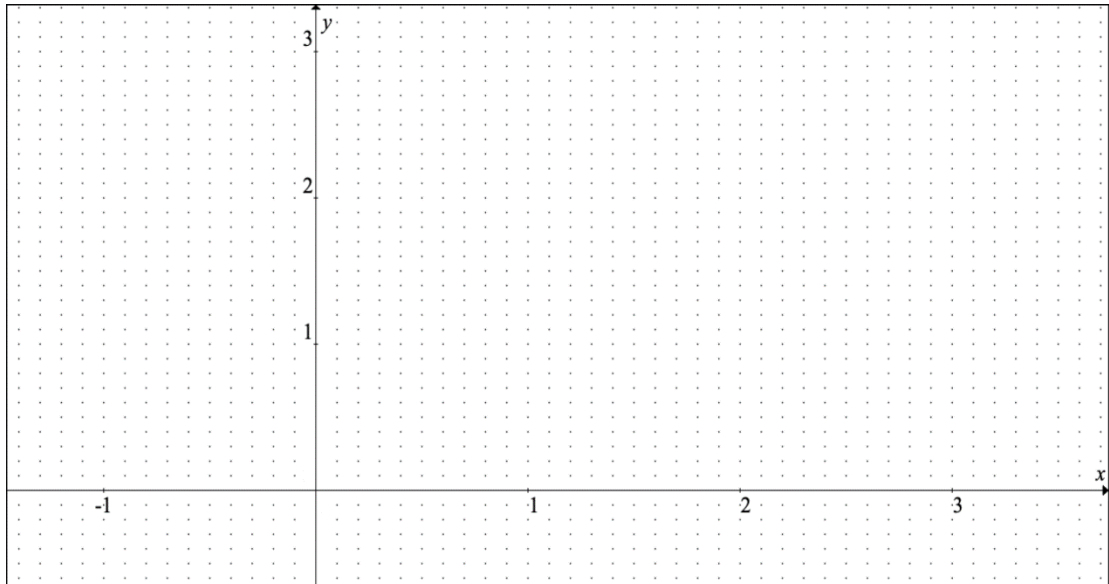
- (a) (2 PUNTOS) Indique y enuncie el teorema que debería aplicarse para resolver el problema planteado.
- (b) (4 PUNTOS) Obtenga el instante requerido en *minutos*.
- (c) (2 PUNTOS) Con base en el desarrollo del literal anterior, y a manera de conclusión, indique el porcentaje de eliminación promedio y el tiempo necesario para alcanzar dicho porcentaje, aproximándolo al entero más cercano.

5. (10 PUNTOS) Calcule el área A de la siguiente región R definida en el plano cartesiano:

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \left(1 \leq y \leq e^{\frac{1}{2}x} \right) \wedge (0 \leq x \leq 2) \right\}$$

Para el efecto, realice lo siguiente:

- (a) (3 PUNTOS) Bosqueje la región R en el plano cartesiano adjunto, identificando puntos característicos y etiquetas adecuadas.
- (b) (3 PUNTOS) Dibuje la(s) franja(s) representativa(s) y establezca la(s) expresión(es) para el cálculo de su(s) área(s).
- (c) (4 PUNTOS) Plantee y evalúe la(s) integral(es) definida(s) correspondiente(s) para el cálculo del área A .



6. (10 PUNTOS) Dada la región R definida como:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (0 \leq y \leq \ln(x)) \wedge (1 \leq x \leq e)\}$$

Calcule el volumen V del sólido de revolución que se genera al rotar R alrededor de la recta $y = -1$. Para el efecto, realice lo siguiente:

- (3 PUNTOS) Ubique, en el plano cartesiano adjunto, puntos relevantes de la región R , grafique los elementos que la limitan, identifíquela claramente; y, bosqueje su reflexión con respecto al eje de rotación.
- (3 PUNTOS) Dibuje la(s) franja(s) representativa(s) y su(s) rotación(es); luego, establezca la(s) respectiva(s) expresión(es) para el volumen del (o de los) elemento(s) tridimensional(es) generado(s).
- (4 PUNTOS) Plantee y evalúe la(s) integral(es) definida(s) correspondiente(s) al cálculo del volumen V .

