

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

| | | | | | | | |
|--------------------|--|-----------------|---------------|-----------------|-------------------------|----------|--|
| AÑO: | 2023 | PERÍODO: | I PAO | MATERIA: | Cálculo de una variable | Examen: | |
| PROFESORES: | Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Crow P., Díaz R., García E., Hernández C., Laveglia F., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X. | | | | | Lección: | |
| EVALUACIÓN: | PRIMERA | FECHA: | 03/julio/2023 | | | Quiz: | |
| | | | | | | Deber: | |
| | | | | | | Total: | |

Nombre: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

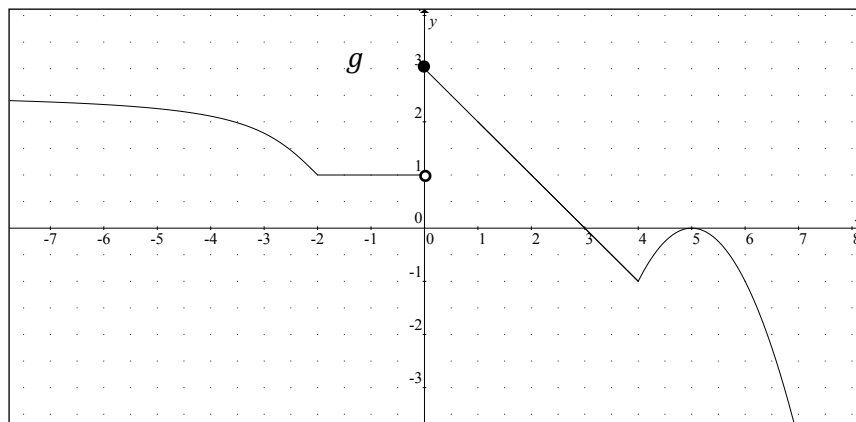
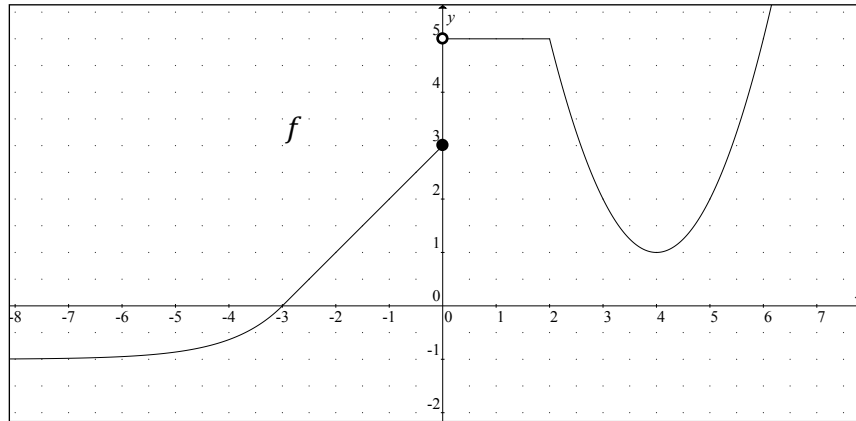
"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (5 PUNTOS) Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

"Si $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ y $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$, entonces la función de variable real f es continua en $x = a$."

Luego, demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

2. (5 PUNTOS) Dadas las gráficas de las funciones de variable real f y g .



Justificando paso a paso y considerando las afirmaciones del TEOREMA PRINCIPAL de límites, calcule el valor de L , siendo:

$$L = \frac{\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x) + 2g(x)}}{\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{g(x)}{2 - f(x)} \right)^3}$$

3. (6 Puntos) Suponga que el parqueo en un centro comercial es gratuito mientras no se cumpla la primera *hora*. Pero, cumplida la primera hora, por cada hora transcurrida, desde el ingreso del vehículo, se cobrará un recargo de 2 *dólares*, sin que una fracción de hora genere un costo adicional.
- (a) (4 Puntos) Establezca la regla de correspondencia de la función de costo C del parqueo como una función del tiempo t medido en *horas*, suponiendo que no se llega a las 4 *horas* de parqueo. Luego, bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de dicha función de costo.
- (b) (2 Puntos) Con base en la definición de continuidad en un punto, analice si la función C es continua cuando se ha utilizado el parqueo durante 2 *horas* con 30 *minutos*.

4. (6 PUNTOS) Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

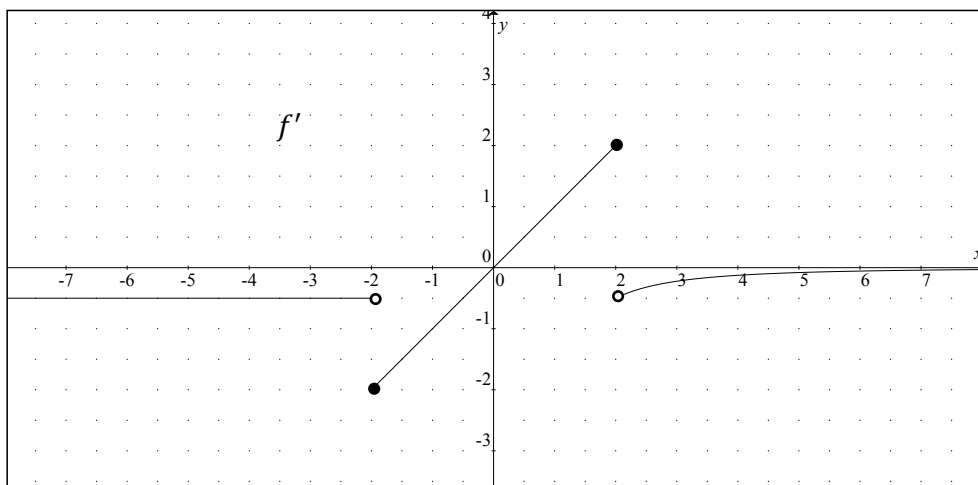
$$f(x) = [2\cos(\pi x)]^{g(x)}$$

Obtenga una expresión simplificada para $f'(x)$. Luego, calcule $f'(0)$, si se sabe que $g(0) = 2$ y $g'(0) = 3$.

5. (8 PUNTOS) Bosqueje la gráfica de una función f que es continua en todo su dominio y cumple con las siguientes condiciones:

- (i) f está definida para todo número real
- (ii) $f(-2) = f(2) = 1$; $f(-4) = 2$; $f(0) = -1$
- (iii) $\forall \varepsilon > 0 \exists N > 0 \forall x \in \text{dom } f [x > N \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon]$
- (iv) $\forall x \in (-\infty, -2)$, f es lineal
- (v) $\forall x \in (-2, 2) \cup (2, +\infty)$, $f''(x) > 0$

Para realizar la representación gráfica de f en el plano cartesiano, detalle en forma escrita la interpretación de cada condición y considere además que la gráfica de la función derivada f' es:



6. (6 PUNTOS) Para la curva definida por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} x(t) = 3 \arctan(2t) \\ y(t) = 2 \ln(4t^2 + 1) \end{cases}$$

Utilizando derivación paramétrica, obtenga en coordenadas rectangulares, la ecuación de la recta tangente a la curva, cuando $t = 1/2$.

7. (7 PUNTOS) Una pelota se deja caer desde un edificio hasta que llega al piso. Conforme cae la pelota, su altura h (medida en *metros* desde el piso) varía con respecto al tiempo (medido en *segundos*) y se puede modelizar con:

$$h(t) = 100 - 5t^2 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 2\sqrt{5}$$

- (a) (3 PUNTOS) Calcule la tasa de cambio de la altura, para el tiempo transcurrido entre 1 s y 3 s. ¿Qué representa ese valor?
- (b) (4 PUNTOS) Calcule la tasa de cambio de la altura, cuando el tiempo transcurrido es igual a 1 s. ¿Qué representa ese valor?

8. (7 PUNTOS) De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉLVALO:
-

En un estudio epidemiológico se descubrió que el número N de personas afectadas por cierta enfermedad, medido en *miles de personas*, se puede representar con la función:

$$N(d) = -3d^2 + 72d + 243 \quad ; \quad 0 < d < 27$$

siendo d el número de *días* transcurridos desde que se detectó la enfermedad.

- (a) Determine el día en que se tuvo la máxima cantidad de personas afectadas.
(b) Calcule la cantidad máxima de personas afectadas por esta enfermedad.
-

La demanda de cierto artículo varía con el precio que se cobra por el mismo. Se ha determinado que el ingreso anual I , en *miles de dólares*, es una función del precio p , en *dólares*:

$$I(p) = -50p^2 + 500p \quad ; \quad 0 < p < 10$$

- (a) Determine el precio que debe cobrarse con el fin de maximizar el ingreso anual.
(b) Calcule el valor del ingreso anual máximo.