

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESORES:	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	30/agosto/2021

Tema # 1

1. (5 PUNTOS)

Sea f una función de variable real dos veces derivable, de la cual se conoce que:

$$\begin{array}{ll} f(2) = 3 & f'(2) = 5 \\ f(4) = 6 & f'(4) = 8 \end{array}$$

Calcule el VALOR NUMÉRICO de I , siendo:

$$I = \int_2^4 x f''(x) dx$$

2. (5 PUNTOS)

Sea f una función de variable real dos veces derivable, de la cual se conoce que:

$$\begin{array}{ll} f(2) = 4 & f'(2) = 3 \\ f(5) = 5 & f'(5) = 6 \end{array}$$

Calcule el VALOR NUMÉRICO de I , siendo:

$$I = \int_2^5 x f''(x) dx$$

3. (5 PUNTOS)

Sea f una función de variable real dos veces derivable, de la cual se conoce que:

$$\begin{array}{ll} f(1) = 2 & f'(1) = 6 \\ f(3) = 4 & f'(3) = 7 \end{array}$$

Calcule el VALOR NUMÉRICO de I , siendo:

$$I = \int_1^3 x f''(x) dx$$

4. (5 PUNTOS)

Sea f una función de variable real dos veces derivable, de la cual se conoce que:

$$\begin{array}{ll} f(3) = 1 & f'(3) = 1 \\ f(5) = 7 & f'(5) = 4 \end{array}$$

Calcule el VALOR NUMÉRICO de I , siendo:

$$I = \int_3^5 x f''(x) dx$$

5. (5 PUNTOS)

Sea f una función de variable real dos veces derivable, de la cual se conoce que:

$$\begin{array}{ll} f(3) = 3 & f'(3) = 3 \\ f(6) = 7 & f'(6) = 5 \end{array}$$

Calcule el VALOR NUMÉRICO de I , siendo:

$$I = \int_3^6 x f''(x) dx$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESORES:	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	30/agosto/2021

Tema # 2

6. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + ax}} dx ; a \in \mathbb{R}^+$$

Expresar su respuesta en términos de a .

7. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{1}{\sqrt{ax - x^2}} dx ; a \in \mathbb{R}^+$$

Expresar su respuesta en términos de a .

8. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - \frac{x}{a}}} dx ; a \in \mathbb{R}^+$$

Expresar su respuesta en términos de a .

9. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{a} - x^2}} dx \quad ; \quad a \in \mathbb{R}^+$$

Exprese su respuesta en términos de a .

10. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{1}{x^2 + ax} dx \quad ; \quad a \in \mathbb{R}^+$$

Exprese su respuesta en términos de a .

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESORES:	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	30/agosto/2021

Tema # 3

11. (6 PUNTOS)

Obtenga I , dado que:

$$I = \int_1^3 \frac{1}{(x-a)(x+b)} dx \quad ; \quad a, b \in (3, +\infty) \wedge (a \neq -b)$$

Expresar su respuesta con una sola función logarítmica en términos de a y b .

12. (6 PUNTOS)

Obtenga I , dado que:

$$I = \int_2^4 \frac{1}{(x+a)(x-b)} dx \quad ; \quad a, b \in (4, +\infty) \wedge (a \neq -b)$$

Expresar su respuesta con una sola función logarítmica en términos de a y b .

13. (6 PUNTOS)

Obtenga I , dado que:

$$I = \int_1^4 \frac{1}{(x-a)(x-b)} dx \quad ; \quad a, b \in (4, +\infty) \wedge (a \neq b)$$

Expresar su respuesta con una sola función logarítmica en términos de a y b .

14. (6 PUNTOS)

Obtenga I , dado que:

$$I = \int_2^3 \frac{1}{(x+a)(x+b)} dx \quad ; \quad a, b \in (3, +\infty) \wedge (a \neq b)$$

Expresar su respuesta con una sola función logarítmica en términos de a y b .

15. (6 PUNTOS)

Obtenga I , dado que:

$$I = \int_2^5 \frac{1}{(x-a)(x+b)} dx \quad ; \quad a, b \in (5, +\infty) \wedge (a \neq -b)$$

Expresar su respuesta con una sola función logarítmica en términos de a y b .

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESORES:	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	30/agosto/2021

Tema # 4

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

16. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que el costo marginal C' , en *dólares/reloj*, para la producción del x –ésimo *reloj*, puede ser modelizado por:

$$C'(x) = 0.0005x^2 - 0.3x + 100 \quad ; \quad x \geq 0$$

Aproxime el costo total C para producir 400 *relojes*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$C = \sum_{i=1}^4 C'(\bar{x}_i) \cdot \Delta x_i \quad ; \quad \Delta x_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los extremos izquierdos de cada subintervalo.

17. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que la velocidad v de un insecto, en cm/s , puede ser modelizada por:

$$v(t) = 0.0004t^2 - 0.2t + 80 \quad ; \quad t \geq 0$$

Aproxime el desplazamiento total s del insecto cuando hayan transcurrido 400 *segundos*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$s = \sum_{i=1}^4 v(\bar{t}_i) \cdot \Delta t_i \quad ; \quad \Delta t_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los extremos izquierdos de cada subintervalo.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

18. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que el costo marginal C' , en *dólares/reloj*, para la producción del x – *ésimo reloj*, puede ser modelizado por:

$$C'(x) = 0.0005x^2 - 0.3x + 100 \quad ; \quad x \geq 0$$

Aproxime el costo total C para producir 400 *relojes*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$C = \sum_{i=1}^4 C'(\bar{x}_i) \cdot \Delta x_i \quad ; \quad \Delta x_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los extremos derechos de cada subintervalo.

19. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que la velocidad v de un insecto, en *cm/s*, puede ser modelizada por:

$$v(t) = 0.0004t^2 - 0.2t + 80 \quad ; \quad t \geq 0$$

Aproxime el desplazamiento total s del insecto cuando hayan transcurrido 400 *segundos*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$s = \sum_{i=1}^4 v(\bar{t}_i) \cdot \Delta t_i \quad ; \quad \Delta t_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los extremos derechos de cada subintervalo.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

20. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que el costo marginal C' , en *dólares/reloj*, para la producción del x – *ésimo reloj*, puede ser modelizado por:

$$C'(x) = 0.0005x^2 - 0.3x + 100 \quad ; \quad x \geq 0$$

Aproxime el costo total C para producir 400 *relojes*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$C = \sum_{i=1}^4 C'(\bar{x}_i) \cdot \Delta x_i \quad ; \quad \Delta x_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los puntos medios de cada subintervalo.

21. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que la velocidad v de un insecto, en *cm/s*, puede ser modelizada por:

$$v(t) = 0.0004t^2 - 0.2t + 80 \quad ; \quad t \geq 0$$

Aproxime el desplazamiento total s del insecto cuando hayan transcurrido 400 *segundos*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$s = \sum_{i=1}^4 v(\bar{t}_i) \cdot \Delta t_i \quad ; \quad \Delta t_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los puntos medios de cada subintervalo.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

22. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que el costo marginal C' , en *dólares/reloj*, para la producción del x – *ésimo reloj*, puede ser modelizado por:

$$C'(x) = 0.0015x^2 - 0.6x + 100 \quad ; \quad x \geq 0$$

Aproxime el costo total C para producir 400 *relojes*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$C = \sum_{i=1}^4 C'(\bar{x}_i) \cdot \Delta x_i \quad ; \quad \Delta x_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los extremos derechos de cada subintervalo.

23. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que la velocidad v de un insecto, en *m/s*, puede ser modelizada por:

$$v(t) = 0.0008t^2 - 0.4t + 90 \quad ; \quad t \geq 0$$

Aproxime el desplazamiento total s del insecto cuando hayan transcurrido 400 *segundos*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$s = \sum_{i=1}^4 v(\bar{t}_i) \cdot \Delta t_i \quad ; \quad \Delta t_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los extremos derechos de cada subintervalo.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

24. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que el costo marginal C' , en *dólares/reloj*, para la producción del x – *ésimo reloj*, puede ser modelizado por:

$$C'(x) = 0.0015x^2 - 0.6x + 100 \quad ; \quad x \geq 0$$

Aproxime el costo total C para producir 400 *relojes*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$C = \sum_{i=1}^4 C'(\bar{x}_i) \cdot \Delta x_i \quad ; \quad \Delta x_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los puntos medios de cada subintervalo.

25. (8 PUNTOS)

Si se ha determinado que la velocidad v de un insecto, en *m/s*, puede ser modelizada por:

$$v(t) = 0.0008t^2 - 0.4t + 90 \quad ; \quad t \geq 0$$

Aproxime el desplazamiento total s del insecto cuando hayan transcurrido 400 *segundos*, utilizando la siguiente SUMA DE RIEMANN:

$$s = \sum_{i=1}^4 v(\bar{t}_i) \cdot \Delta t_i \quad ; \quad \Delta t_i = 100$$

Para el efecto, realice un bosquejo, interpretando geoméricamente la suma planteada y considerando como puntos muestra a los puntos medios de cada subintervalo.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESORES:	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	30/agosto/2021

Tema # 5

26. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

Sea f una función derivable:

$$\text{Si } \frac{1}{2}f(x) + \int_{\sqrt{x}}^0 2 \operatorname{sen}(t^2) dt = \pi^2, \text{ entonces } f'(x) = 4 \operatorname{sen}(x).$$

27. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

Sea f una función derivable:

$$\text{Si } 2f(x) + \int_{x^2}^0 3 \cos(\sqrt{u}) du = e^2, \text{ entonces } f'(x) = 3x \cos(|x|).$$

28. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

Sea f una función derivable:

$$\text{Si } 5f(x) + \int_{\ln(x)}^0 \frac{1}{3} e^w dw = \operatorname{sen}(\pi), \text{ entonces } f'(x) = \frac{1}{15}.$$

29. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

Sea f una función derivable:

$$\text{Si } 4f(x) + \int_{x^3}^0 \frac{5}{1+z^2} dz = \cos(\pi), \text{ entonces } f'(x) = \frac{15x^2}{4(1+x^6)}.$$

30. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

Sea f una función derivable:

$$\text{Si } \frac{1}{3}f(x) + \int_{x^2}^0 \frac{4}{1+w^3} dw = \ln(3), \text{ entonces } f'(x) = \frac{12}{1+x^6}.$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESORES:	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	30/agosto/2021

Tema # 6

31. (6 PUNTOS)

Sea I el valor de la siguiente integral definida:

$$\int_{-a}^a (e^{-|x|} + x^5 \cos(x)) dx$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}^+$, para que $I = 2(1 - e^{-2})$.

32. (6 PUNTOS)

Sea I el valor de la siguiente integral definida:

$$\int_{-a}^a (3xe^{x^2} + x \operatorname{sen}(x)) dx$$

Determine el valor de $a \in [0, \pi]$, para que $I = 2\pi$.

33. (6 PUNTOS)

Sea I el valor de la siguiente integral definida:

$$\int_{-a}^a (|x| \operatorname{sgn}(x) + e^{1-x}) dx$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}^+$, para que $I = e^2 - 1$.

34. (6 PUNTOS)

Sea I el valor de la siguiente integral definida:

$$\int_{-a}^a (x^2 \operatorname{sgn}(|x|) + e^{|x|} \operatorname{sen}(x)) dx$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}^+$, para que $I = 18$.

35. (6 PUNTOS)

Sea I el valor de la siguiente integral definida:

$$\int_{-a}^a (\operatorname{sgn}(x) \cos(x) + 3e^{-x}) dx$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}^+$, para que $I = 3(e^2 - e^{-2})$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESORES:	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	30/agosto/2021

Tema # 7

36. (6 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_{e^2}^{+\infty} \frac{3k}{x \ln^2(x)} dx = 2$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante $k \in \mathbb{R}$.

37. (6 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{k} x e^{-x^2} dx = 3$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante $k \in \mathbb{R}$.

38. (6 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_{-\infty}^{-1} \frac{k}{5(-x)^{21/20}} dx = \frac{1}{3}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante $k \in \mathbb{R}$.

39. (6 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_{-\infty}^{-20} ke^{0.1x} dx = 5$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante $k \in \mathbb{R}$.

40. (6 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_{-3/2}^{+\infty} \frac{2k}{(2x+4)^{16/15}} dx = 3$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante $k \in \mathbb{R}$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	I PAO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESORES:	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	30/agosto/2021

Tema # 8

41. (8 PUNTOS)

Calcule la longitud de la curva:

$$x = \ln(\sec(y)) ; y \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$$

42. (8 PUNTOS)

Calcule la longitud de la curva:

$$x = \ln(\csc(y)) ; y \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$$

43. (8 PUNTOS)

Calcule la longitud de la curva:

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{x}(x - 3) ; x \in [4, 9]$$

44. (8 PUNTOS)

Calcule la longitud de la curva:

$$y = (4 - x^{2/3})^{3/2} ; x \in [1, 8]$$

45. (8 PUNTOS)

Calcule la longitud de la curva:

$$y = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{3/2} ; x \in [1, 4]$$