espol Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

INGENIERÍA EN AUDITORIA Y CONTADURÍA PÚBLICA AUTORIZADA

AÑO: 2019	PERIODO: Segundo Termino
MATERIA: Técnicas de Muestreo Y Análisis Multivariado	PROFESORES:
EVALUACIÓN: Primera	Msc. Sandra Gonzalez C.
TIEMPO DE DURACIÓN: 2 horas	FECHA: 28/11/2019

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________ NÚMERO DE MATRÍCULA: ___________________ PARALELO: 1

Nota 1: Los temas deben ser desarrollados en orden y señalando claramente el tema y la respuesta.
Nota 2: Es válido utilizar aproximaciones en caso de ser necesario; use dos decimales de aproximación.

1. (20 puntos) Un auditor en una plantación agrícola desea estimar la cantidad promedio de tubérculos aptos para exportar en una planta de papa. Las parcelas de papas están repartidas en 3 ranchos con diferentes condiciones climáticas. En el Rancho 1 hay 900 plantas, en el rancho 2 hay 1100 plantas y en el rancho 3 hay 1050 plantas. El auditor decide realizar un muestreo estratificado, escogiendo al azar una cantidad de plantas por cada estrato y calculando por cada planta cuantas papas son aptas para exportación. Las muestras tomadas en cada rancho se detallan a continuación:

Tabla No1

Cantidad de Papas aptas para la exportación por ranchos y plantas muestreadas

	Plantas											
	P1	**P2**	**P3**	**P4**	**P5**	**P6**	**P7**	**P8**	**P9**	**P10**	**P11**	**P12**
Rancho 1	4	5	4	4	5	5	6	4	4	5		
Rancho 2	4	5	5	4	5	6	6	6	5	6	5	6
Rancho 3	7	6	6	7	5	6	4	4	5	5	6	6

Costo de tomar una muestra en el Rancho 1: $9
Costo de tomar una muestra en el Rancho 2: $4
Costo de tomar una muestra en el Rancho 3: $4

a) (6 puntos) Estime la cantidad media estimada de papas de exportación por planta de la plantación agrícola, el límite de error de estimación y su respectivo intervalo de confianza

b) (6 puntos) Estime la cantidad total estratificada de papas aptas para la exportación de la plantación, el límite de error de estimación y su respectivo intervalo de confianza

c) (8 puntos) El auditor decide realizar un nuevo estudio para estimar la media de papas de exportación por planta en los ranchos agrícolas. Determine el nuevo tamaño de muestra que deberá tomar el auditor, utilizando como límite de error de estimación $B = 0.05$. Además, utilizar como varianzas poblacionales de cada estrato las calculadas en base a los datos tomados en la tabla No1 (Tomadas como una muestra piloto). Para sus cálculos utilice la metodología de afijación que minimiza el costo. Además, determine la cantidad de muestras a tomar en cada estrato.

2. (5 puntos) La empresa Dell está iniciando operaciones en una ciudad para la venta de tabletas electrónicas y está interesada en reconocer la proporción de personas mayores de 18 años que estarían dispuestas a adquirir el producto. Si se sabe que por cifras oficiales la población mayor de 18 años es de 12500 personas. Calcule el tamaño de muestra se requiere para llevar a cabo dicha investigación con un 95% de confianza y un límite de error de estimación de 10%. Utilice p=0.5 para sus cálculos.

3. (5 puntos) Un auditor desea estimar el valor medio de las facturas pendientes de cobro en una población total de 1120 facturas. Para ello toma una muestra piloto de 100 facturas en las que observa una desviación típica muestral de \$ 30.27. El auditor establece el valor de D=4.16. Calcular:
   a. El límite de error de estimación establecido por el auditor
   b. El tamaño de la muestra para el análisis del auditor

4. (20 puntos) Suponga que tiene la población formada por los números {1, 3, 4, 5, 8}.

   a. (2 puntos) Calcular la media de la población $\boldsymbol{\mu}$ y su varianza $\boldsymbol{\sigma^2}$
   b. (2 puntos) Liste todas las muestras aleatorias simples sin reemplazo de tamaño $\boldsymbol{n = 2}$ que pueden ser tomadas de la población $\boldsymbol{X}$.
   c. (4 puntos) Verifique de manera empírica (por cálculos directos) que $\bar{y}$ es un estimador insesgado de $\boldsymbol{\mu}$
   d. (4 puntos) Verifique empíricamente que la var$(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n}\left[\frac{N-n}{N-1}\right]$
   e. (4 puntos) Verifique empíricamente que $E(s^2) = \frac{N}{N-1}\sigma^2$
   f. (4 puntos) Verifique empíricamente que $\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)$ es un estimador insesgado de la verdadera varianza de $\bar{y}$

MUESTREO ALEATORIO SIMPLE			
Estimador de la media poblacional $\boldsymbol{\mu}$			
$\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$	$\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)$	$V(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$	
Estimador del Total $\boldsymbol{\tau}$			
$\hat{\tau} = N\bar{y} = \frac{N\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$	$\hat{V}(\hat{\tau}) = \hat{V}(N\bar{y}) = N^2\left(\frac{s^2}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N}\right)$		
Tamaño de muestra necesario para estimar $\boldsymbol{\mu}$ o $\boldsymbol{\tau}$ con un límite para el error de estimación B:			
Tamaño de la muestra:	Donde para estimar $\boldsymbol{\mu}$	*Para estimar* $\boldsymbol{\tau}$	
$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}$	$D = \frac{B^2}{4}$	$D = \frac{B^2}{4N^2}$	
Estimar la proporción $\boldsymbol{p}$:			
$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$	$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{\hat{p}\hat{q}}{n-1}\left(\frac{N-n}{N}\right)$	$n = \frac{Npq}{(N-1)D+pq}$	$D = \frac{B^2}{4}$ y $q = 1 - p$

MUESTREO ALEATORIO ESTRATIFICADO

Estimador de la media poblacional $\boldsymbol{\mu}$

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{L} N_i\,\bar{y}_i \qquad \hat{V}_{(\bar{y}_{st})} = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{L} N_i^{\,2}\left(\frac{N_i-n_i}{N_i}\right)\left(\frac{S_i^{\,2}}{n_i}\right)$$

Estimador del total $\boldsymbol{\tau}$

$$\hat{\tau} = N\bar{y}_{st} = \sum_{i=1}^{L} N_i\,\bar{y}_i \qquad \hat{V}_{(\hat{\tau})} = \hat{V}_{(N\bar{y}_{st})} = N^2\,\hat{V}_{(\bar{y}_{st})} = \sum_{i=1}^{L} N_i^{\,2}\left(\frac{N_i-n_i}{N_i}\right)\left(\frac{S_i^{\,2}}{n_i}\right)$$

Afijación aproximada que minimiza el coste para el valor fijo de $\boldsymbol{V_{(\bar{y}_{st})}}$ o minimiza $\boldsymbol{V_{(\bar{y}_{st})}}$ para un coste fijo

$$n = \frac{\left(\sum_{k=1}^{L} N_k\sigma_k/\sqrt{c_k}\right)\left(\sum_{i=1}^{L} N_i\sigma_i\sqrt{c_i}\right)}{N^2D + \sum_{i=1}^{L} N_i\sigma_i^{\,2}} \qquad n_i = n\left(\frac{N_i\sigma_i/\sqrt{c_i}}{\sum_{k=1}^{L} N_k\sigma_k/\sqrt{c_k}}\right)$$

$D = \frac{B^2}{4}$ Cuando se estima μ

$D = \frac{B^2}{4N^2}$ Cuando se estima τ

Afijación de Neymann

$$n = \frac{\left(\sum_{k=1}^{L} N_k\sigma_k\right)^2}{N^2D + \sum_{i=1}^{L} N_i\sigma_i^{\,2}} \qquad n_i = n\left(\frac{N_i\sigma_i}{\sum_{k=1}^{L} N_k\sigma_k}\right)$$

$D = \frac{B^2}{4}$ Cuando se estima μ

$D = \frac{B^2}{4N^2}$ Cuando se estima τ

Afijación Proporcional

$$n = \frac{\sum_{i=1}^{L} N_i\sigma_i^{\,2}}{ND + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{L} N_i\sigma_i^{\,2}} \qquad n_i = n\left(\frac{N_i}{N}\right)$$

$D = \frac{B^2}{4}$ Cuando se estima μ

$D = \frac{B^2}{4N^2}$ Cuando se estima τ

Estimador de la proporción poblacional $\hat{\boldsymbol{p}}$

$$\hat{p}_{st} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{L} N_i\,\hat{p}_i \qquad \hat{V}_{(\hat{p}_{st})} = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{L} N_i^{\,2}\left(\frac{\hat{p}_i\hat{q}_i}{n_i-1}\right)\left(\frac{N_i-n_i}{N_i}\right)$$

Para estimar P: Afijación Proporcional

$$n = \frac{\sum_{i=1}^{L} N_ip_iq_i}{ND + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{L} N_ip_iq_i} \qquad n_i = n\left(\frac{N_i}{N}\right) \qquad D = \frac{B^2}{4}$$

Para estimar P: Afijación de Neymann

$$\boldsymbol{n_i = n\left(\frac{N_i\sqrt{p_iq_i}}{\sum_{i=1}^{L} N_i\sqrt{p_iq_i}}\right)} \qquad \boldsymbol{n = \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} N_i\sqrt{p_iq_i}\right)^2}{N^2D + \sum_{i=1}^{L} N_ip_iq_i}} \qquad D = \frac{B^2}{4}$$

Para estimar P: Afijación que minimiza el costo

$$n_i = n\left(\frac{N_i\sqrt{\frac{p_iq_i}{c_i}}}{\sum_{i=1}^{L} N_i\sqrt{\frac{p_iq_i}{c_i}}}\right) \qquad n = \frac{\left(\sum_{i=1}^{L}\frac{N_i\sigma_i}{\sqrt{c_i}}\right)\left(\sum_{i=1}^{L} N_i\sigma_i\sqrt{c_i}\right)}{N^2D + \sum_{i=1}^{L} N_i\sigma_i^{\,2}} \qquad D = \frac{B^2}{4} \qquad \sigma_i^{\,2} = p_iq_i$$