<p>Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas</p>	Escuela Superior Politécnica del Litoral	
	Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas	
	Materia: Matemáticas Discretas	Fecha: 04/07/2025
	Profesores: Cristhian Hernández, Ebner Pineda, Liliana Pérez	
	Periodo y Año: I PAO 2025	
	Estudiante:	
Matrícula:		
Paralelo:		

EXAMEN DE PRIMERA EVALUACIÓN

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, **NO USARÉ** calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración.

“Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

1. (20 puntos) Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas. Si la proposición es verdadera, demuéstrela formalmente; en caso contrario, proporcione un contraejemplo.
 - (a) El número 360 tiene 24 divisores positivos distintos. (5 puntos).

(b) Si R es una relación de equivalencia sobre un conjunto X y se conoce que xRy , entonces $[x] = [y]$. (5 puntos).

(c) Sean $a, b, m, n \in \mathbb{Z}^+$. Si el $\text{mcd}(m, n) = 1$, entonces el $\text{mcd}(a, b) = \text{mcd}(am, bn)$. (5 puntos).

(d) En cualquier conjunto de 21 números enteros positivos, existen al menos dos números distintos del conjunto que devuelven el mismo residuo al dividirse para 20. (5 puntos).

2. (20 puntos) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1/2, 1/2]$ la función definida por $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Determine si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.

3. (20 puntos) Dado el siguiente argumento:

Si el mar no está agitado y no hay tormenta, la visibilidad dentro del agua es buena. Si la visibilidad dentro del agua es buena, bajaremos a 50 m. de profundidad. Si somos submarinistas experimentados, los tiburones no nos preocupan. Somos submarinistas experimentados. No bajaremos a 50 m. de profundidad o los tiburones nos preocupan. Luego, el mar está agitado o hay tormenta.

(a) Escriba en lenguaje formal el razonamiento.

(5 puntos).

(b) Determine si el argumento es válido o no.

(15 puntos).

4. (20 puntos) Se tienen 4 repisas con libros de: acción, terror, comedia, drama. Si se conoce que los libros de cada categoría son idénticos entre sí y que cada repisa contiene al menos 10 libros. ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar 10 libros si debe haber al menos 2 de comedia y por lo menos 3 de drama?

5. (20 puntos) Usando inducción matemática, demuestre que para cualquier $n \in \mathbb{Z}^+$:

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} = 2^n.$$

AYUDA: puede utilizar la siguiente proposición sin demostrarla: para todo entero $n \geq 2$ y $k \in \mathbb{Z}^+$ tal que $1 \leq k \leq n - 1$, se cumple que:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}.$$