



# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2017-2018	<b>PERIODO:</b>	Segundo Término
<b>MATERIA:</b>	ESTADÍSTICA	<b>PROFESORES:</b>	Cardenas N./Cevallos L./Cevallos H./Crow P./García S./Gonzalez S./Pambabay J./Sanchez J./Salazar V/Ugarte
<b>EVALUACIÓN:</b>	Segunda	<b>FECHA:</b>	Viernes 9 de Febrero 2018

### COMPROMISO DE HONOR

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *sencilla, ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ..... NÚMERO DE MATRÍCULA:..... PARALELO:.....

#### TEMA 1: (8 PUNTOS)

El voltaje de salida de cierto circuito eléctrico debe ser igual a 130 **voltios**, según se especifica en el etiquetado. Una muestra de 40 lecturas para este circuito dio una media muestral de 128,2 y una desviación estándar de 2,1.

- a) Probar la hipótesis de que el voltaje de salida promedio es menor que 130, concluir en base al valor  $p$
- b) Elaborar un intervalo para la media con un 95% de confianza

#### TEMA 2: (6 PUNTOS)

Un estudio concluyó que las personas de la minoría racial abandonan la universidad en proporción más alta de las de raza blanca. Para comprobar esta afirmación se entrevistó a 175 personas de las minorías raciales y a 125 personas de raza blanca. Se encontró que 23 personas de las minorías y 13 de raza blanca abandonaron la universidad.

¿Proporcionan estos datos prueba suficiente para indicar que la afirmación era correcta? Concluya con valor  $p$ .

#### TEMA 3: (10 PUNTOS)

Se realiza un estudio para determinar la calificación obtenida por un estudiante en función del número de horas semanales que se le dedica a cierta materia. Los datos que se obtuvieron son los siguientes:

Calificación    Hrs. Estudio

9	12
8	13
5	4
7	9
9	14
6	8
8	10
4	3
3	2
10	11

- a) ¿Existe evidencia estadística para justificar que a mayor número de horas de estudio la calificación será mayor en otras palabras existe algún tipo de relación lineal?
- b) Plantee un modelo de regresión lineal para explicar la calificación del estudiante en función de las horas de estudio. Si el curso se aprueba con una calificación mínima de 7/10, determine el número de horas de estudio que se espera realice el estudiante para aprobar la materia.

#### TEMA 4: (7 PUNTOS)

Se ha encontrado que las mediciones de resistencia al cortante de las soldaduras de punto tienen una desviación estándar aproximada de  $10 \text{ lb/pulg}^2$ . Si se miden 100 soldaduras de prueba, calcular la probabilidad aproximada de que el promedio muestral, quede a  $\pm 1 \text{ lb/pulg}^2$  del promedio verdadero de la población.

#### TEMA 5: (9 PUNTOS)

Sean  $X, Y$  variables aleatorias continuas con función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} 6e^{-(2x+3y)}; & x, y \geq 0 \\ 0; & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

- a) Demuestre si  $X$  y  $Y$  son variables aleatorias independientes
- b) Encuentre  $E[Y|X > 2]$
- c) Encuentre  $P(X > Y)$

#### TEMA 6: (10 PUNTOS)

Utilice la prueba de Chi-cuadrado para probar que los siguientes datos provienen de  $N(4.4, 2.15)$ . Los datos representan el tiempo de atención a clientes. Con un nivel de confianza de 95%

6	2.3	4.8	5.6	4.5	3.4	3.3	1.9	4.8	4.2
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2} \quad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

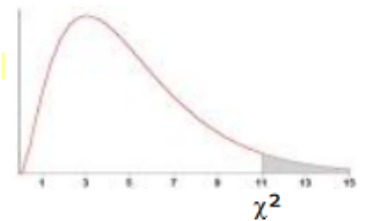
6.5	6.1	3	4.7	6.5	5.4	4.3	5.1	1.9	
-----	-----	---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--

**Fórmulas**

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - D_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$$

**Tabla de la Chi Cuadrado**

	0,001	0,005	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05
<b>g.d.l</b>								
1	10,828	7,879	6,635	5,412	5,024	4,709	4,218	3,841
2	13,816	10,597	9,210	7,824	7,378	7,013	6,438	5,991
3	16,266	12,838	11,345	9,837	9,348	8,947	8,311	7,815
4	18,467	14,860	13,277	11,668	11,143	10,712	10,026	9,488
5	20,515	16,750	15,086	13,388	12,833	12,375	11,644	11,070
6	22,458	18,548	16,812	15,033	14,449	13,968	13,198	12,592
7	24,322	20,278	18,475	16,622	16,013	15,509	14,703	14,067
8	26,124	21,955	20,090	18,168	17,535	17,010	16,171	15,507
9	27,877	23,589	21,666	19,679	19,023	18,480	17,608	16,919
10	29,588	25,188	23,209	21,161	20,483	19,922	19,021	18,307



**Tabla de la Normal**

TABLA Probabilidades de una Normal Estándar

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**RÚBRICA**

<b>AÑO:</b>	2017-2018	<b>PERIODO:</b>	Segundo Término
<b>MATERIA:</b>	ESTADÍSTICA	<b>PROFESORES:</b>	Cardenas N./Cevallos L./Cevallos H./Crow P./García S./Gonzalez S./Pambapaby J./Sanchez J./Salazar V/Ugarte
<b>EVALUACIÓN:</b>	Segunda	<b>FECHA:</b>	Viernes 9 de Febrero 2018

**TEMA 1: (8 PUNTOS)**

El voltaje de salida de cierto circuito eléctrico debe ser igual a 130 voltios, según se especifica en el etiquetado. Una muestra de 40 lecturas para este circuito dio una media muestral de 128,2 y una desviación estándar de 2,1.

- c) Probar la hipótesis de que el voltaje de salida promedio es menor que 130, concluir en base al valor p
- d) Elaborar un intervalo para la media con un 95% de confianza

Solución

Datos:  $n = 40$ ,  $\bar{x} = 128,2$ ,  $s = 2,1$ , Supuesto:  $\sigma^2 = s^2$

$H_0: \mu = 130$  voltios

$H_1: \mu < 130$  voltios

$$EP.: z = \frac{128,2 - 130}{\frac{2,1}{\sqrt{40}}} = -5,42$$

valor  $p = P(z < -5,42) \approx 0$

Por lo tanto, existe evidencia estadística suficiente para rechazar  $H_0$  a favor de  $H_1$ , lo que significa que el voltaje promedio del circuito eléctrico es inferior a 130 voltios.

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
	No realiza cálculo alguno.	Realiza los supuestos necesarios.	Realiza los supuestos necesarios y postula correctamente la prueba de hipótesis	Realiza los supuestos necesarios, postula correctamente la prueba de hipótesis y concluye apropiadamente
<b>Criterios</b>				
<b>Puntos</b>	0	1	3	4

**b)**

$\alpha = 0,05$     $\frac{\alpha}{2} = 0,025$     $Z_{0,025} = 1,96$

$$\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$128,2 - 1,96 * \frac{2,1}{\sqrt{40}} \leq \mu \leq 128,2 + 1,96 * \frac{2,1}{\sqrt{40}}$$

$$127,55 \leq \mu \leq 128,85$$

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
	No realiza cálculo alguno.	Calcula correctamente el valor del $Z_{\frac{\alpha}{2}}$	Calcula correctamente el valor del $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ y establece el intervalo de confianza para la media.	Calcula correctamente el valor del $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ y establece el intervalo de confianza para la media y sus cálculos son correctos
<b>Criterios</b>				
<b>Puntos</b>	0	2	3	4

**TEMA 2: (6 PUNTOS)**

Un estudio concluyó que las personas de la minoría racial abandonan la universidad en proporción más alta de las de raza blanca. Para comprobar esta afirmación se entrevistó a 175 personas de las minorías raciales y a 125 personas de raza blanca. Se encontró que 23 personas de las minorías y 13 de raza blanca abandonaron la universidad.

¿Proporcionan estos datos prueba suficiente para indicar que la afirmación era correcta?. Concluya con valor p.

**SOLUCIÓN**

$H_0: p_1 - p_2 = 0$

$H_a: p_1 - p_2 > 0$

E. P:  $Z = 0.7336$    R.R:  $Z > Z_{\alpha}$

Valor  $p = 0.23$  (aproximadamente)

No se rechaza  $H_0$

**Conclusión:** No existe suficiente evidencia estadística para afirmar que las personas de minorías raciales abandonan la universidad en proporción más alta que los de raza blanca.

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
-------	--------------	---------	---------------	-----------

	No realiza cálculo alguno.	Realiza correctamente el cálculo de las proporciones. Presenta errores en el cálculo del estadístico de prueba.	Realiza correctamente del estadístico de prueba aunque no define correctamente el valor p y no concluye.	Realiza correctamente del estadístico de prueba, valor p y concluye correctamente.
<b>Criterios</b>				
<b>Puntos</b>	0	3	4	6

EXPRESIONES REQUERIDAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA

$$H_0 : p_1 - p_2 = D_0$$

$$H_a = p_1 - p_2 > D_0$$

$$E. P: Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - D_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$$

$$R.R: Z > Z_\alpha$$

**TEMA 3: (10 PUNTOS)**

Se realiza un estudio para determinar la calificación obtenida por un estudiante en función del número de horas semanales que se le dedica a cierta materia. Los datos que se obtuvieron son los siguientes:

Calificación Hrs. Estudio

9	12
8	13
5	4
7	9
9	14
6	8
8	10
4	3
3	2
10	11

- a) ¿Existe evidencia estadística para justificar que a mayor número de horas de estudio la calificación será mayor en otras palabras existe algún tipo de relación lineal?
- b) Plantee un modelo de regresión lineal para explicar la calificación del estudiante en función de las horas de estudio. Si el curso se aprueba con una calificación mínima de 7/10, determine el número de horas de estudio que se espera realice el estudiante para aprobar la materia.

Resolución:

- a) Sí existe, al calcular el coeficiente de correlación lineal se obtiene que es 0.93, muy cercana a 1. La relación lineal es evidente, a medida que una variable crece la otra también. (3pts)
- b)  $Y_i = 2,526 + 0,508 X_i$  (4pts)  
 La persona debe estudiar al menos 8,807 horas para aprobar la el curso (3pts)

**TEMA 4: (7 PUNTOS)**

Se supone que  $n = 100$  es lo "suficientemente grande" para que el promedio  $\bar{X}$  de las observaciones tenga una distribución aproximada normal. Entonces.

$$\begin{aligned} P(|\bar{X} - \mu| \leq 1) &= P[-1 \leq \bar{X} - \mu \leq 1] \\ &= P\left[-\frac{1}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{1}{\sigma/\sqrt{n}}\right] \\ &= P\left[-\frac{1}{10/\sqrt{100}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{1}{10/\sqrt{100}}\right] \end{aligned}$$

Como  $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$  tiene una distribución aproximada normal estándar, la probabilidad anterior es casi:

$$\begin{aligned} &= P[-1 \leq Z \leq 1] = F(1) - F(-1) = 2F(1) - 1 \\ &= 2(0,8413) - 1 = 0,6826 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la media muestral difiera menos que 1 lb/pulg<sup>2</sup> con respecto al promedio de la población son mayores de 68%.

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
	No desarrolla procesos coherentes	Identifica correctamente que $n$ es "suficientemente grande" para que el promedio $\bar{X}$ de las observaciones tenga una distribución aproximada normal, pero comete errores al plantear la probabilidad $P( \bar{X} - \mu  \leq 1)$	Plantea correctamente la probabilidad $P( \bar{X} - \mu  \leq 1)$ , pero no logra identificar que $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ tiene una distribución aproximada normal estándar	Identifica correctamente que $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ tiene una distribución aproximada normal estándar y calcula correctamente la probabilidad $P[-1 \leq Z \leq 1]$
<b>Criterios</b>				
<b>Puntos</b>	0	2	4	7

**TEMA 5: (9PUNTOS)**

Sean  $X, Y$  variables aleatorias continuas con función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} 6e^{-(2x+3y)}; & x, y \geq 0 \\ 0; & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

- d) Demuestre si  $X$  y  $Y$  son variables aleatorias independientes
- e) Encuentre  $E[Y|X > 2]$
- f) Encuentre  $P(X > Y)$

**SOLUCIÓN:**

a) Dos variables aleatorias son independientes si y sólo si:  $f(x, y) = f(x)f(y)$

En nuestro problema obtenemos:  $f(x) = 2e^{-2x}$   $f(y) = 3e^{-3y}$

Por tanto se concluye que  $X$  y  $Y$  son variables aleatorias independientes

**RÚBRICA:**

Desarrollo				
Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
<b>Criterios</b>	No escribe la condición para la independencia de dos variables aleatorias	Escribe la condición para la independencia de dos variables aleatorias	Obtiene las distribuciones marginales pero no concluye correctamente acerca de la independencia de $X$ y $Y$	Concluye correctamente que $X$ y $Y$ son variables aleatorias independientes
<b>Puntos</b>	0	1	2	3

b) Dado que  $X$  y  $Y$  son variables aleatorias independientes, se tiene que  $E[Y|X > 2] = E[Y]$ . Note además que

$Y \sim \text{Exponencial}(\beta = \frac{1}{3})$  por lo que  $E[Y] = \beta = 1/3$

**RÚBRICA:**

Nivel	Insuficiente	Regular	Excelente
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno, o plantea el ejercicio de manera incorrecta	Escribe correctamente la definición del valor esperado de una variable aleatoria	Obtiene correctamente $E[Y X > 2]$
<b>Puntos</b>	0	1	3

c)  $P(X > Y) = \int_0^\infty \int_y^\infty 6e^{-(2x+3y)} dx dy = \int_0^\infty 3e^{-5y} dy = 3/5$

**RÚBRICA:**

Nivel	Insuficiente	Regular	Excelente
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno, o plantea el ejercicio de manera incorrecta	Define la probabilidad requerida de manera correcta	Obtiene correctamente $P(X > Y)$
<b>Puntos</b>	0	1	3

**TEMA 6: (10 PUNTOS)**

Utilice la prueba de Chi-cuadrado para probar que los siguientes datos provienen de  $N(4.4, 2.15)$ . Los datos representan el tiempo de atención a clientes. Con un nivel de confianza de 95%

6	2.3	4.8	5.6	4.5	3.4	3.3	1.9	4.8	4.2
6.5	6.1	3	4.7	6.5	5.4	4.3	5.1	1.9	

Solución

Con tres clases

El punto crítico 5.911

El estadístico 2.90

Proviene de una distribución Normal

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno.	Define correctamente el contraste de hipótesis y define la región de rechazo o punto crítico	Realiza correctamente el cálculo de las probabilidades y el estadístico	Concluye bien.
<b>Puntos</b>	0	4	8	10