ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PROYECTO DE GRADUACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA”

TEMA

LABORATORIO DE MATERIAL CONCRETO APLICADO A CÓNICAS EN CLASES DE REFUERZO PARA ESTUDIANTES DE TERCERO BACHILLERATO, SIN NECESIDADES ESPECIALES, EN UNA UNIDAD EDUCATIVA DE GUAYAQUIL

AUTOR

CARMEN JACQUELINE BRITO OCHOA

Guayaquil -Ecuador

AÑO

2013-2017

DEDICATORIA

A mis queridos padres que ahora, a pesar de que los años han caído sobre ellos, siguen de pie luchando en la vida y siendo más sabios día a día.

A mis hijos e hijas que este sea un ejemplo de superación contra la adversidad.

A mi esposo, que llegaste en el momento preciso, y en el lugar que Dios dispuso para ti en mi camino.

AGRADECIMIENTO

A Dios, por su inmensa bondad y misericordia al darme vida y fortaleza para seguir superándome.

A la Escuela Superior Politécnica del Litoral, una de las mejores universidades del Ecuador y a sus docentes, por darme la oportunidad de avanzar en mi carrera profesional.

A Msc, Paola Reyes de Vera por su gran calidad humana, sus conocimientos y su comprensión.

A mis estimados compañeros de aula, compañeros de lucha, por su solidaridad, buena voluntad y colaboración en estos años de estudio.

A Msc. Zenayda Alcivar, por la ayuda incondicional a sus maestrantes.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este proyecto de graduación, me corresponde exclusivamente, el patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas. Departamento de Matemáticas de la Escuela Superior Politécnica del Litoral

Lcda. Carmen Brito Ochoa

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

MCA. Jenny Venegas Gallo

PRESIDENTA DEL TRIBUNAL

M.Sc. Sonnia Reyes R.

DIRECTORA DE PROYECTO

M.Sc. Soraya Solís García

VOCAL DEL TRIBUNAL

AUTORA DEL PROYECTO

DE GRADUACIÓN

Lcda. Carmen Brito Ochoa

Índice de contenido

Índice de tablas

Índice de figuras

Índice de gráficos

1. CAPITULO I

1.1. EL PROBLEMA

1.1.1. ANTECEDENTES

El diario vivir como docente en las instituciones fiscales nos enfrenta a la dura realidad de tener estudiantes con bajo rendimiento y además de desarrollar el REFUERZO ACADÉMICO, según el artículo 208 del reglamento de la Ley Orgánica de Educación Intercultural LOEI, actividad que está llena de informes, planificaciones, desarrollo de actividades, reuniones con representantes legales de los estudiantes, etc.

La facilidad de asignar notas y evitar el proceso del refuerzo, hace que se promuevan de año escolar a los estudiantes, hasta llegar a bachillerato.

Los organismos distritales ante una denuncia de padres de familia por falta de refuerzo y seguimiento, exigen al docente la documentación que evidencie el seguimiento del estudiante y el cumplimiento del reglamento, entonces, es a veces preferible adjudicar una calificación que no refleja su avance en el aprender matemático.

La responsabilidad recae sobre el docente de tercero de bachillerato, que debe implementar medios, para que sea efectivo el proceso enseñanza-aprendizaje y además realizar el refuerzo académico con el gran porcentaje de estudiantes con menos de 7 en matemáticas en los parciales del quimestre.

Otro aspecto, no menos importante es el número de estudiantes por aula, que se presentan en clases ordinarias, que en este caso es de 52. En las clases cotidianas se hace dificultoso el uso de material concreto y se reemplaza por clases magistrales. Entonces, es aplicable el uso de material concreto con un número menor de estudiantes como se da el caso de las clases de refuerzo. Además, los estudiantes que son objeto de nuestro estudio no reportan informes de parte del DECE (Departamento de Consejería Estudiantil), con antecedentes de necesidades especiales.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Bajas notas obtenidas por los estudiantes de tercero de bachillerato sin necesidades especiales en el aprendizaje de las cónicas en una unidad educativa fiscal de Guayaquil.

1.3. OBJETIVO GENERAL

Desarrollar actividades que utilicen material concreto en la implementación de un laboratorio aplicado a cónicas durante clases de refuerzo para mejorar promedios de estudiantes de tercero bachillerato, sin necesidades especiales, en una unidad educativa fiscal de Guayaquil.

1.4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Manipular material concreto en el estudio de la circunferencia, parábola y elipse para la determinación de sus elementos.
- Reconocer los diferentes tipos de cónicas, mediante sus gráficas.
- Determinar ecuaciones de cónicas a partir de sus elementos y las diferentes propiedades obtenidas mediante el uso del material concreto y recíprocamente encontrar los elementos de una cónica a partir de su ecuación.
- Alcanzar la aprobación del parcial correspondiente al aprendizaje de cónicas, en clases de refuerzo académico.

1.5. JUSTIFICACIÓN

Teniendo ya estudiantes con notas menores a 7, la Ley Orgánica de Educación y Cultura (LOEI), en su artículo 208, señala que si la evaluación contínua demuestra que el estudiante tiene bajos procesos de aprendizaje se deberá diseñar e implementar un sistema de refuerzo académico, que incluye elementos como, clases de refuerzo lideradas por el mismo docente que regularmente enseña la asignatura, entre otras.

Entonces, es necesario, que el docente innove la forma de desarrollar las clases de refuerzo, en temas difíciles, de lograr la aprehensión del conocimiento, como lo son las cónicas; sobre todo después que los temas ya fueran desarrollados en clases regulares con 52 estudiantes.

Importante es, implementar una vía para que los estudiantes con bajas calificaciones, se nivelen, aprendan y mejoren cumpliendo de esta manera el refuerzo académico y la ley.

El mismo artículo señala claramente que: “El docente deberá revisar el trabajo que el estudiante realizó durante el refuerzo académico y ofrecerá retroalimentación oportuna, detallada y precisa que permita al estudiante aprender y mejorar”. Además, estos trabajos deberán ser calificados, y promediados con las notas obtenidas en los demás trabajos académicos”.

Una buena opción es la implementación de un laboratorio donde se manipule material concreto en un espacio adecuado, para la reflexión y la construcción de las matemáticas en el estudio de las cónicas que permita a aquellos estudiantes que necesiten de refuerzo académico mejorar sus notas y además aprender sobre cónicas mediante el desarrollo de actividades manipulativas.

El primer incentivo es aprobar el año escolar para poder graduarse, motivación que se la aprovecha en las clases de refuerzo. La contribución en la implementación de un laboratorio de material concreto aplicado a cónicas en clases de refuerzo se llevará a cabo mediante actividades sencillas para el reconocimiento de los elementos de la circunferencia, elipse y parábola principalmente, en pocas clases de recuperación, ya que según el programa el tiempo asignado a las clases normales de la enseñanza de la cónica es de 6 semanas, con 4 horas semanales de 40 minutos cada una y las clase de refuerzo se llevan a cabo en tres semanas, con dos horas seguidas semanales de 40 minutos con horario extracurricular .

En cuanto al tema del contenido programático se ha escogido la circunferencia como una clase de cónica, ya que tiene un asignación de importancia y tiempo en tercero de bachillerato nacional y en menor amplitud las demás cónicas como la parábola y la elipse, convirtiéndose en un tema nuevo, dificultoso y lleno de abstracciones en determinación de ecuaciones algebraicas e identificación de elementos, entre otras.

Se debe señalar que las clases de refuerzo académico, por lo general se la imparte después del horario de clases, donde el cansancio y el agotamiento de los estudiantes es uno de los obstáculos que se debe superar, es entonces refrescante el cambio del espacio donde usualmente reciben sus clases.

1.6. **HIPÓTESIS**

La implementación de un laboratorio de material concreto aplicado a cónicas en clases de refuerzo para estudiantes de tercero bachillerato, sin necesidades especiales, en una unidad educativa de Guayaquil, mejora el rendimiento académico de los mismos.

1.7. **VARIABLES**

Variable independiente: Presencia o ausencia de un laboratorio de material concreto en la enseñanza de las cónicas en clase de refuerzo para estudiantes de tercero de bachillerato sin necesidades especiales.

Variable dependiente: Aumento o disminución de rendimiento académico de los estudiantes de tercero de bachillerato sin necesidades especiales.

2. CAPITULO II

2.1. MARCO TEÓRICO

2.1.1. LA EDUCACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN EL ECUADOR

En nuestro país la educación fiscal ha ido cambiando debido a las exigencias contempladas en la Ley Orgánica de Educación Intercultural LOEI. En el transcurso de los años, en el área de las matemáticas el docente pasa de ser un transmisor, a un guía del conocimiento con un aprendizaje significativo y cumplir con los estándares de aprendizajes contempladas en la LOEI.

Sin embargo, aún se puede palpar en las aulas de clase a docentes dictando clases mediante el "monólogo", donde el maestro transmite el contenido del tema al estudiante, y este, lo trata de captar, lo que se refleja en sus notas de parciales. Situación que mejoraría, cuando el docente plantea, innova y mejora sus clases, considerando los nuevos métodos, técnicas, estrategias, recursos y modelos pedagógicos que están vigentes en el campo educativo (Ortiz Galo, 2016).

La Reforma curricular insta a los docentes a impartir sus clases, usando como punto de partida el constructivismo, para la implementación y construcción del conocimiento.

2.2. CONSTRUCTIVISMO

El constructivismo es un modelo pedagógico que nos dice que el conocimiento no es una copia de la realidad como tradicionalmente se consideraba, sino una construcción del ser humano, esta construcción se realiza con los esquemas que la persona ya posee, es decir, con los conocimientos previos; esto es, lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea; ésta construcción se realiza todo el tiempo, todos los días en todos los contextos. Para el constructivismo lo más importante no es el conocimiento nuevo en sí, sino adquirir una nueva competencia con él, que le permitirá al estudiante generalizar, es decir, aplicar lo ya conocido a una situación nueva. El modelo constructivista está centrado en la persona, en su experiencia previa, de las que realiza nuevas construcciones mentales (Bruner, s.f.) y considera que la construcción se produce cuando el sujeto interactúa con el objeto del conocimiento, como lo dice Jean Piaget, cuando esto lo realiza en interacción con otros, como lo señala Lev Vygostki y cuando es significativo para el sujeto como lo indica David Ausubel. Una estrategia adecuada para llevar a la práctica sería interactuar las situaciones concretas y significativas estimulando el saber, el saber hacer y el saber ser, es decir, lo conceptual, lo procedimental y lo actitudinal. En este modelo, el rol del docente cambia, es moderador, coordinador, facilitador, mediador y también un participante más.

El constructivismo, supone también un clima afectivo, armónico, de mutua confianza, ayudando a que los estudiantes se vinculen positivamente con el conocimiento y por sobre todo con su proceso de adquisición.

2.3. **EL MATERIAL CONCRETO**

El uso de materiales concretos apareció en la década de los 60´s, con la publicación de las bases teóricas propuestas por Zoltan Dienes (1960) y por Jerome Bruner (1961).

Desde entonces, se ha publicado sobre la efectividad de su utilización, todos coinciden en que es un una instrucción matemática eficiente cuando se introduce un nuevo concepto como lo cita Báez, María de Jesús (2002) (Baez, 2002).

El uso de este tipo de material se lo palpa con mayor frecuencia y eficiencia en los primeros años de instrucción escolar y de educación básica superior, lo que significa que se puede usar en los años de bachillerato. Ya que se presenta la existencia de una relación entre el uso de material manipulable y el desempeño de los estudiantes (Post, 1981).

Zoltan P. Dienes diseña una enseñanza significativa que tiene en cuenta tanto la estructura de las matemáticas como las capacidades cognoscitivas del estudiante, dedica su carrera al diseño de materiales para la enseñanza de las matemáticas y llevar a cabo experimentos para clarificar algunos aspectos de la adquisición de los conceptos matemáticos. Se basa en la teoría Piagetiana, y trabaja con Bruner en un proyecto de matemáticas experimentales en Harvard.
Lo más característico del enfoque de Dienes en la enseñanza de las matemáticas era el empleo de materiales y juegos concretos, en secuencias de aprendizaje estructuradas cuidadosamente. Desde luego, no es el primer educador que haya sugerido el empleo de materiales concretos, ni se ha demostrado de forma empírica que sus materiales generen un mejor aprendizaje que otros disponibles, pero es una muy buena herramienta que los docentes ecuatorianos podemos aprender a usarla, ante la falta de otros recursos como lo son los tecnológicos, en las instituciones fiscales, facilitando así el proceso de enseñanza aprendizaje. Cuando se estudian los principios pedagógicos de Dienes, se aprecia el paralelismo entre su secuencia de enseñanza y los modos de representación de Bruner (Ramírez, Sandoval, & Sáenz, 2011).

Otra gran representante del uso de material concreto es Emma Castelnuovon (1913-2014), quien revolucionó la forma de enseñar las matemáticas. Siempre fomentó que sus estudiantes pensaran por sí mismos y fueran creativos. Su método didáctico era la enseñanza activa, sólo si el alumno participa en la construcción de su conocimiento puede llegar a aprender.

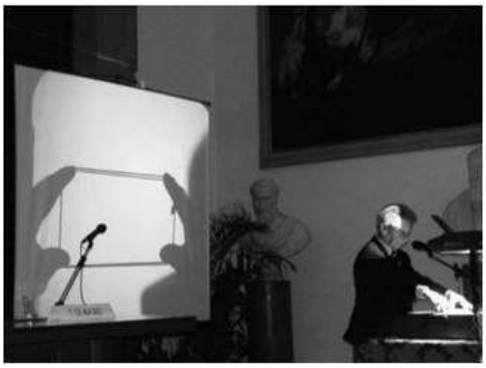


Figura 1. Emma durante el homenaje por sus 90 años. Con su cordel muestra que se pueden hacer muchos rectángulos con el mismo perímetro, pero el área de todos ellos ¿es la misma?
Fuente: Repositorio Digital de documentos. Universidad de los Andes

Pero, ¿ En qué consiste el uso del material concreto?. Es la utilización de materiales de manipulación en el aula con el objetivo de relacionarlo a los conceptos matemáticos y su posterior abstracción en el establecimiento de reglas, propiedades, etc en el aprendizaje de las matemáticas.

El uso del material concreto en clases, debe ser planificado previamente, con su respectivo objetivo, tiempo de aplicación, conclusiones y evaluación.

2.4. **LABORATORIO DE MATEMÁTICA**

Se propone, el laboratorio de matemáticas, como un espacio en que los profesores y estudiantes juntan sus ideas y esfuerzos para reflexionar y construir la matemática, con el análisis de diversos materiales manipulables, impresos y/o virtuales; a través de la reflexión personal para determinar conjeturas, la interacción colectiva para formular planteamientos de solución de problemas, el contraste de saberes para la validación de los conocimientos elaborados (Mtro. Gerardo García Lozano, 2013).

También se señala que en la implementación de un laboratorio, según Gerardo Garcia Lozano, entre otros(2013), “Se intenta abordar una diversidad de estrategias didácticas y recursos y materiales didácticos (manipulables, virtuales e impresos) para que con las diferentes opciones el estudiante tenga la posibilidad de desarrollar sus competencias matemáticas”.

Además se lo plantea como un espacio de reflexión y planteo de las construcciones matemáticas y su relación con la realidad.

2.5. **REFUERZO ACADÉMICO**

En la educación ecuatoriana el refuerzo académico para bachillerato lo delimita el Reglamento a la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) en su artículo 208, promulgando:

***"Refuerzo académico**.- Si la evaluación continua determinare bajos resultados en los procesos de aprendizaje en uno o más estudiantes de un grado o curso, se deberá diseñar e implementar de inmediato procesos de refuerzo académico. El refuerzo académico incluirá elementos tales como los que se describen a continuación:*

*1**. Clases de refuerzo** lideradas por el mismo docente que regularmente enseña la asignatura u otro docente que enseñe la misma asignatura;*

*2. **Tutorías individuales con el mismo docente** que regularmente enseña la asignatura u otro docente que enseñe la misma asignatura;*

*3. **Tutorías individuales con un psicólogo educativo** o experto según las necesidades educativas de los estudiantes; y,*

*4. **Cronograma de estudios** que el estudiante debe cumplir en casa con ayuda de su familia.*

El docente deberá revisar el trabajo que el estudiante realizó durante el refuerzo académico y ofrecer retroalimentación oportuna, detallada y precisa que permita al estudiante aprender y mejorar. Además, estos trabajos deberán ser calificados, y promediados con las notas obtenidas en los demás trabajos académicos.

El tipo de refuerzo académico se deberá diseñar acorde a las necesidades de los estudiantes y lo que sea más adecuado para que mejore su aprendizaje, según la normativa específica que para el efecto expida el Nivel Central de la Autoridad Educativa Nacional". (LOEI, 2012)

3. CAPITULO III

3.1. METODOLOGÍA

3.1.1. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÒN

Este proyecto usa la investigación de campo, longitudinal y descriptivo, en el cual se presenta una vía, para nivelar a estudiantes con menos de siete en el tema del aprendizaje de las Cónicas, en clases de refuerzo académico, señalado en la ley; con actividades sencillas y de bajo costo.

Se realiza un estudio longitudinal de un grupo de 29 estudiantes de tercero de bachillerato que necesitan de clases de refuerzo y se lleva a cabo un análisis comparativo de las evaluaciones realizadas al mismo grupo antes de la aplicación de la metodología y después de la aplicación llevada a cabo durante tres semanas con dos horas semanales.

3.1.2. POBLACIÓN

La población usada en la aplicación del proyecto lo forman los 29 estudiantes con nota menor que 7, de una clase de 52, pertenecientes a un solo curso de tercero de bachillerato.

3.1.3. INSTRUMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN

Una técnica usada fue la encuesta, realizada a los 29 estudiantes que asistieron a las tres clases de refuerzo, lo que nos permitirá conocer el nivel de satisfacción de los estudiantes, del nivel de complejidad y de ayuda de usar material concreto en la enseñanza de las cónicas.

3.1.4. **ENCUESTA**

1. ¿Estás satisfecho con el uso del material concreto, en el estudio de las cónicas?

   Mucho ( ) No tanto ( ) Nada ( )

2. ¿El manipular y dibujar te ayudaron a comprender mejor la identificación de los elementos de las cónicas estudiadas?

   Bastante ( ) Más o menos ( ) Poco ( )

3. ¿Cómo valoras la complejidad del uso del material concreto?
   Fácil ( ) Más o menos ( ) Difícil ( )

4. ¿Qué es lo que más te ha gustado de usar materiales para estudiar cónicas?

3.2. LA PROPUESTA

3.2.1. TÍTULO DE LA PROPUESTA

"Laboratorio de material concreto aplicado a cónicas en clases de refuerzo para estudiantes de tercero bachillerato, sin necesidades especiales".

3.3. LABORATORIO

En este "espacio" los estudiantes tendrán la oportunidad de hacer trazos mediante el uso de materiales de bajo costo como juego de reglas, piolas, cinta adhesiva, tijeras, compás, lápices de colores, papel milimetrado, etc.

Figura 2. Entrada a Laboratorio.
Fuente: La autora

Cada sesión de laboratorio, está compuesto por 5 fases:

1. **Objetivo**: Se determina el qué, cómo y para qué se realiza la práctica.
2. **Materiales**. Se señalan los materiales a utilizarse en la práctica.
3. **Teoría**: Se presentan los fundamentos teóricos que sustentan la práctica
4. **Práctica**: Se presenta el desarrollo de la experiencia con el material concreto.
5. **Evaluación**: Se verifica la aprehensión del conocimiento, mediante preguntas orales de identificación de elementos o ecuaciones de una cónica.

3.3.1. **EXPERIENCIA # 1**

3.3.2. **CIRCUNFERENCIA**

1. **Objetivo**

   Manipular material concreto en el estudio de la circunferencia, para la determinación de sus elementos, y de su ecuación canónica.

2. **Materiales**:
   - Hoja milimetrada
   - Compás, regla
   - Lápices de colores.

Figura 3. Materiales Práctica1
Fuente: La autora

3. **Teoría**

   La circunferencia define a una curva, formada por un conjunto de puntos en el plano, que equidistan de un punto fijo llamado centro (Educación, 2015).

   Si *C* es el centro de la circunferencia, cuyo radio *r* es mayor que cero, cualquier punto P de la circunferencia cumple con la condición $\overline{CP} = r$.

Rectas notables de la circunferencia

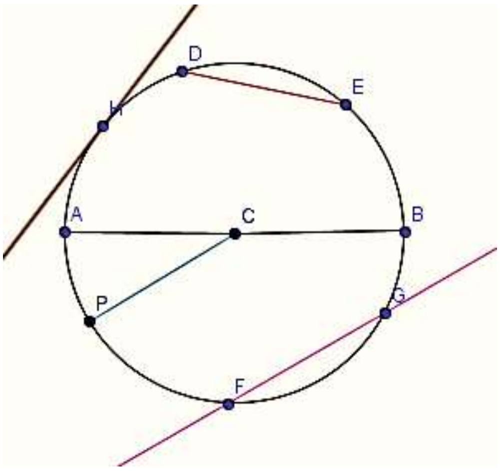


Figura 4. Elementos de la circunferencia
Fuente: Texto del estudiante de 3ero bachillerato, MINIEDUC 2015

Radio.- Segmento cuyos extremos son el centro y un punto cualquiera de la circunferencia. Por ejemplo el segmento $\overline{CP}$ en la figura.

Cuerda.- Segmento cuyos extremos son dos puntos cualesquiera de la circunferencia. Por ejemplo el segmento $\overline{DE}$ en la figura.

Diámetro.- Cuerda que pasa por el centro. Por ejemplo el segmento $\overline{AB}$ en la figura. Mide dos veces el radio.

Secante.- Recta que interseca a la circunferencia en 2 puntos. Por ejemplo la recta $\overline{FG}$ en la figura.

Tangente.-Recta exterior que pasa por un punto de la circunferencia y es perpendicular al radio. Por ejemplo la recta que pasa por el punto *H* en la figura.

Si se tiene el centro de la circunferencia C(h,k) y P(x,y) para que sea circunferencia se cumple que $\overline{CP} = r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$ y al elevar al cuadrado ambos miembros tenemos:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

4. Práctica

Figura 5. Trazo de circunferencia realizada por un estudiante
Fuente: La autora

Parte 1.

Se pide a los estudiantes que tracen un segmento de recta con un lápiz de color, a su criterio y que lo señalen como el radio ***r*** de la circunferencia, sobre una hoja milimetrada, tomada su medida en centímetros.
Se traza la respectiva circunferencia y se dibuja sobre su centro un plano cartesiano con eje de coordenadas ***C***(0,0).
Se determina la ecuación de la circunferencia de la forma $x^2 + y^2 = r^2$, reemplazando ***r*** con el valor medido.
Se trazan diferentes rectas y se señalan e identifican las rectas notables de la circunferencia.

Parte 2.

Se solicita a los estudiantes que tracen un nuevo plano cartesiano en una nueva hoja milimetrada y que escojan y señalen un centro ***C*** de la circunferencia diferente a (0,0) con un radio cualquiera ***r***.
Donde se mide el radio ***r***, y al par ordenado que representa el centro se le asigna las coordenadas (***h,k***).
Se traza la respectiva circunferencia y se establece su ecuación canónica de la forma $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, donde se reemplaza los valores de ***h, k*** y ***r*** con las coordenadas asignadas y el valor medido.

5. Evaluación.

a) ¿Cuál sería la ecuación de la circunferencia si el radio fuese 5 cm y su centro en (3,-2)?

Solución:

$$(x-3)^2+\left(y-(-2)\right)^2=5^2$$

$$(x-3)^2+(y+2)^2=25$$

b) Determine las coordenadas del centro de la circunferencia y el valor del radio de la ecuación $(x-4)^2+(y+2)^2=16$

Solución:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

$$-h=-4\ ;\quad -k=2\ ;\ r^2=16$$

$$h=4\ ;\ k=-2\quad ;\ r=4$$

$$(h,k)=(4,-2)$$

Figura 6. Estudiantes realizando trazos y midiendo los elementos de la circunferencia.

Fuente: La autora

3.3.3. EXPERIENCIA # 2

3.3.4. ELIPSE

1. **Objetivo**

   Manipular material concreto en el estudio de la ELIPSE, para la determinación de sus elementos, y de su ecuación canónica y viceversa.

2. **Materiales**:
   - Hoja milimetrada
   - Dos tachuelas grandes.
   - Un trozo de piola de aproximadamente 30 cm
   - Tijeras
   - Un pedazo de cartón grueso del tamaño A4
   - Juego geométrico de reglas.
   - Lápices de colores.

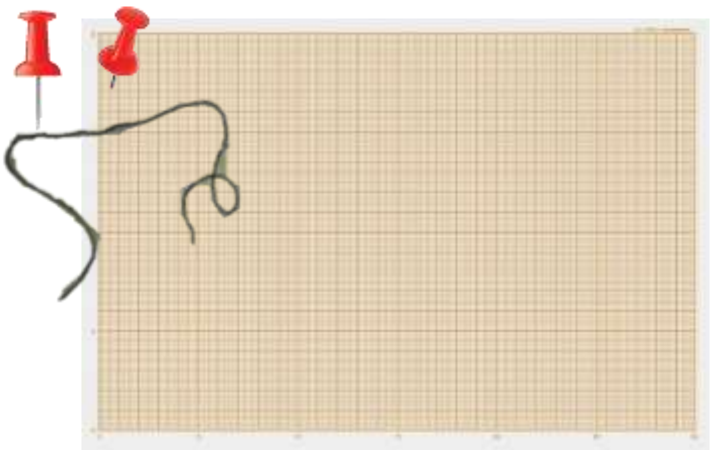


Figura 7. Materiales Práctica2
Fuente: Internet

3. **Teoría**

   En el trazo de la elipse usaremos el método del jardinero, donde se sujetan con tachuelas los extremos de una cuerda y se desliza el lápiz de forma que dicha cuerda esté siempre tensa.

Elipse.- Es la curva donde los puntos en la misma cumplen que la suma de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.

Elementos de la Elipse.-

Considerando una elipse centrada en el origen y cuyos ejes se encuentran sobre los ejes de coordenadas, como lo muestra la figura 8.

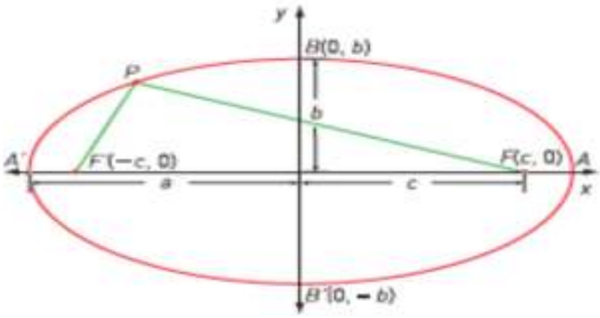


Figura 8. Elipse
Fuente: Texto del estudiante de 3ero bachillerato, MINIEDUC 2015

Semieje mayor: a

Semieje menor : b

Distancia focal: $\overline{FF'}$

Semidistancia focal: c

Centro C(0,0)

Focos: F(c,0) y F' (-c,0)

Vértices: A(a,0), A' (-a,0); B(b,0), B' (-b,0).

La suma de las distancias $PF + PF'$ es constante para cualquier punto P de la elipse, incluso el punto A y el B.

$$PF' + PF = AF' + AF = AF' + F'A' = 2a$$

Entonces, para el punto B; $BF' + BF = 2a \Rightarrow BF' = BF = a$

Usando el teorema de Pitágoras, se obtiene:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

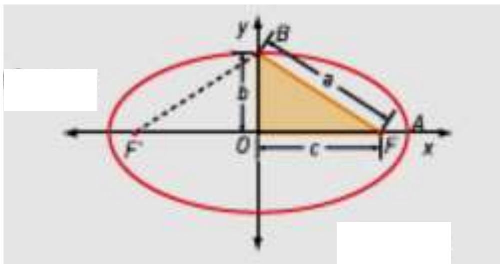


Figura 9.Teorema de Pitágoras en la Elipse
Fuente: Texto del estudiante de Tercero Bach, MINIEDUC 2015

Ecuación reducida de la elipse.-

- Siendo P un punto de la elipse, de coordenadas (x, y) , los focos F(c,0), F' (-c,0) y $PF' + PF = 2a$; se aplica la fórmula de la distancia entre dos puntos y se simplifica.
- Se obtiene $\sqrt{(x+c)^2+y^2} + \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a$

  $\sqrt{(x+c)^2+y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2+y^2}$
- Se eleva al cuadrado, hasta simplificar la raíz:

$$x^2 + c^2 + 2cx + y^2 = 4a^2 + x^2 + c^2 - 2cx + y^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

$$4a\sqrt{x^2+c^2-2cx+y^2} = 4a^2 - 4cx$$

$$a\sqrt{x^2+c^2-2cx+y^2} = a^2 - cx$$

$$\left(a\sqrt{x^2+c^2-2cx+y^2}\right)^2 = (a^2-cx)^2$$

$$a^2x^2 + a^2c^2 - 2a^2cx + a^2y^2 = a^4 + c^2x^2 - 2a^2cx$$

$$(a^2-c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2-c^2)$$

Recordando que $b^2 = a^2 - c^2$. Obtenemos $a^2b^2 = b^2x^2 + a^2y^2$

Y dividiendo por a^2b^2, se obtiene finalmente $\frac{x^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$

Ecuación de la elipse en otros casos

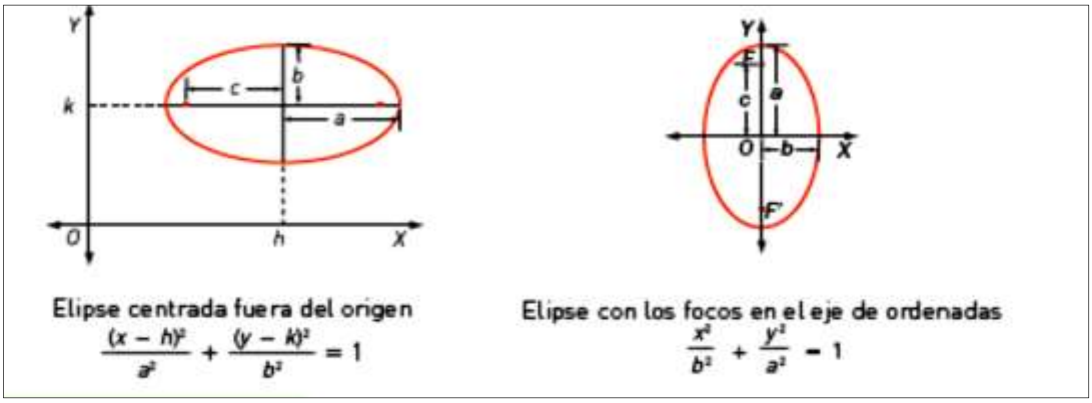


Figura 10. Ecuación de la elipse en otros caso
Fuente: Texto Tercero de bachillerato MINIEDUC 2015

4. Práctica

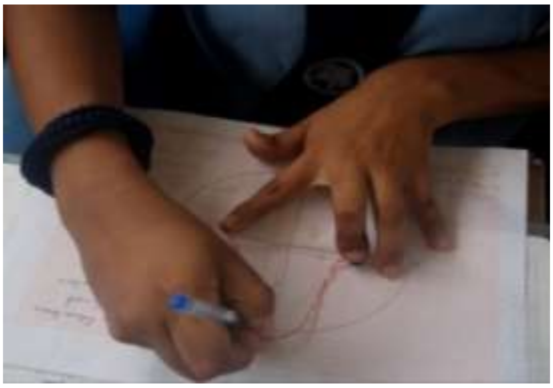


Figura 11. Trazo de la elipse hecha por una estudiante
Fuente: La autora

Parte 1.

Se pide a los estudiantes que tracen un segmento de recta con un lápiz de color, a su criterio y que lo señalen como la distancia focal de la elipse, sobre una hoja milimetrada, Se señala también el centro del segmento como el centro C (h,k) .

Se amarra el trozo de piola a cada una de las tachuelas para luego colocarlas sobre los extremos del segmento. Los cuales se señalan como los focos $F\ yF'$ de la misma.

Se traza la respectiva elipse, tensionando la piola con un lápiz, desde algún punto exterior P al segmento $\overline{FF'}$ y se comprueba que el eje mayor mide lo mismo que la longitud de la cuerda. Se dibuja sobre su centro un plano cartesiano con eje de coordenadas ***C***(0,0). Y se señala con un lápiz de color diferente a la distancia desde el centro hasta el punto más lejano de la elipse como el semieje mayor ***a***; a la distancia desde el centro hasta el punto más próximo de la elipse como el semieje menor ***b***; con otro lápiz de color; y a la distancia desde el centro hasta uno de los focos, como semidistancia focal ***c.***

Se determina la ecuación de la elipse horizontal de la forma

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Además se realiza el cálculo de $a^2 = b^2 + c^2$, donde se aclara que se va a presentar en la mayoría de los casos una aproximación de la igualdad, por el movimiento del lápiz en el momento del trazo.
Se discute sobre la identificación de los elementos de la elipse y el establecimiento de su ecuación,

Ahora, se pide a los estudiantes que tracen una elipse dibujando sobre la hoja milimetrada un segmento de recta vertical y se induce a los estudiantes que revisen sus anotaciones de clase y determinen la nueva ecuación de la forma $\frac{x^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1.$
Se realiza el cálculo de $a^2 = b^2 + c^2$ y se induce a que establezcan las diferencias entre una elipse vertical y una horizontal, sus respectivos elementos y sus ecuaciones.

Parte 2.

Se solicita a los estudiantes que tracen un nuevo plano cartesiano en una nueva hoja milimetrada y que escojan y señalen un centro, asignando las coordenadas (h,k) a la elipse diferente a (0,0), con un segmento que represente a la distancia entre los focos.
Se traza la respectiva elipse de manera similar al anterior proceso y se señalan sus elementos con diferentes lápices de colores, estableciendo su ecuación de la forma:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

5. Evaluación.

a) Si se tiene dos ecuaciones como $\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \quad y \quad \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$.

¿Cómo se reconoce la elipse vertical y la horizontal?

b) ¿Cuál sería la ecuación de la elipse horizontal con centro en (4,-3), semieje mayor igual a 5 y semieje menor igual a 3?

3.3.5. EXPERIENCIA # 3

3.3.6. PARÁBOLA

1. **Objetivo**

   Manipular material concreto en el estudio de la Parábola, para la determinación de sus elementos, y de su ecuación canónica y viceversa.

2. **Materiales**:
   - Hoja milimetrada
   - Reglas y escuadras.
   - Lápices de colores.
   - Tachuela
   - Trozo de piola
   - Un pedazo de cartón grueso del tamaño A4

3. **Teoría**:

   En la parábola, usaremos el parabolígrafo de hilo tenso, cuyo funcionamiento se basa en que la parábola está formada por varios puntos P que equidistan del foco F y la recta directriz D.

4. **Práctica**:

Figura 12. Trazo de la parábola realizada por una estudiante
Fuente: La autora

PARTE 1.

- Se fija sobre el cartón la hoja milimetrada.
- Se amarra el extremo de la piola a una tachuela y el otro extremo a la escuadra en un punto llamado A, considerando que la longitud de la cuerda debe ser igual a la del lado de la escuadra con el que vamos a trazar la curva.
- Se fija la tachuela sobre la hoja milimetrada, generando un punto llamado ***foco F***.

  Unos centímetros más abajo se coloca una regla base, a la cual la llamaremos **directriz** ***d*** y sobre ella la escuadra de manera perpendicular.
- Colocamos la punta ***P*** de la piola manteniéndola tensa sobre la orilla de la escuadra, mientras la escuadra se desliza sobre la regla base (directriz ***d***); el punto P se mueve sobre la hoja milimetrada formando un arco de parábola; el punto más bajo de esta curva se denomina ***vértice V.*** Sabemos que la longitud total del hilo es constante y mide $\overline{AP} + \overline{PF}$. Cuando la escuadra pasa por el foco F, tenemos que el punto P coincide con el vértice V (P=V) y la longitud de la piola es:

  $\overline{AP} + \overline{PF} = \overline{AV} + \overline{VF}$

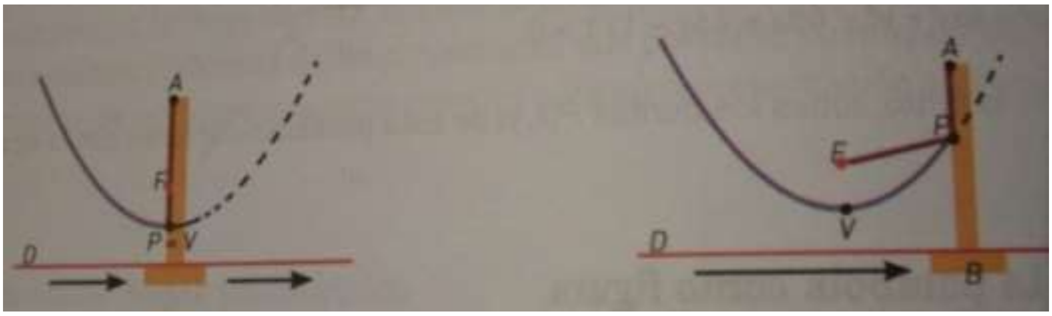


Figura 13. Trazo de la parábola
Fuente: Texto 3ero bachillerato MINIEDUC

Si llamamos B al punto donde la escuadra corta a la directriz d (figura 13) entonces como B equidista del foco y la directriz tenemos que

$$\overline{VF} = \overline{VB}$$

Cuando trazamos la curva y se alinean los puntos A.P Y B, tenemos que:

$$\overline{AP} + \overline{PF} = \overline{AV} + \overline{VF} = \overline{AV} + \overline{VB} = \overline{AB}$$

$$\overline{AP} + \overline{PF} = \overline{AB} \qquad \text{y} \qquad \overline{PF} = \overline{PB}$$

Así, el punto P se mueve de modo que la distancia que lo separa de F y de B, siempre es la misma, entonces P equidista del foco F y de la directriz d y siempre está sobre la parábola. (MINIEDUC, 2015)

- Sobre el vértice de la parábola se traza un plano cartesiano coincidiendo con el eje de coordenadas (0,0).
- Se traza una línea vertical llamado, ***eje de simetría*** de la parábola que pase por el foco.
- Se traza una línea paralela de color diferente a la directriz que pase por el foco al cual llamaremos ***Lado recto*** LR.
- Se mide la distancia entre el vértice y el foco, al cual denominaremos ***p*** y comprobaremos que LR= 4p.
- Se mide la distancia del vértice a la directriz y se comprueba que es igual a ***p.***
- Se establece la ecuación (reemplazando con la medida realizada para ***p***) de la parábola de la forma:

$$(x - h)^2 = 4p\ (y - k)$$

Donde el vértice (h,k) tiene de coordenadas (0,0).

Figura 14. Estudiantes realizando trazos de parábolas

Fuente: La autora

PARTE 2.

- Se revisan los apuntes teóricos de las clases cotidianas.
- Se hace un listado de las ecuaciones de la parábola tanto vertical como horizontal, induciendo a que identifiquen la ecuación, según su signo.
- Se toman medidas para p y se establecen nuevas coordenadas (h,k) para valores diferentes de (0,0)

Parábola vertical hacia arriba: $(x-h)^2 = 4p\ (y-k)$

Parábola vertical hacia abajo: $(x-h)^2 = -4p\ (y-k)$

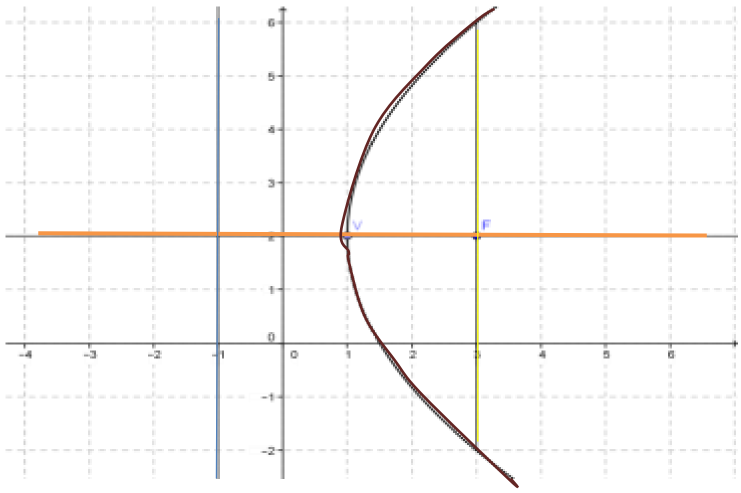
Parábola horizontal hacia arriba: $(y-k)^2 = 4p\ (x-h)$

Parábola horizontal hacia arriba: $(y-k)^2 = -4p\ (x-h)$

- Se traza una nueva parábola, diferente a la dibujada en la PARTE 1 y se señalan sus elementos.
- Se identifican las diferencias entre las parábolas y la determinación de sus elementos.
- Se determina su ecuación canónica.

5. **Evaluación**:

- Identifique de forma oral, los elementos de la parábola y su ecuación canónica de la siguiente gráfica



4. CAPITULO IV

4.1. ANÁLISIS DE DATOS

4.1.1. ANÁLISIS DE DATOS DEL DIAGNÓSTICO

Los siguientes son los datos de una evaluación, después de haber desarrollado clases convencionales sobre cónicas, tomando en cuenta que el curso tiene 52 estudiantes, está servirá también como punto de partida y diagnóstico para la aplicación del uso del material concreto en clases de refuerzo académico.

Promedios de los estudiantes evaluados en el tema de Cónicas.

	TEMA 1 SOBRE 2 PTOS	TEMA 2 SOBRE 4 PTOS	TEMA 3 SOBRE 4 PTOS	
NÓMINA DE ESTUDIANTES	ENCUENTRA CENTRO Y RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA, DADA SU ECUACIÓN CANÓNICA	DETERMINA LOS ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA SEGÚN LA ECUACIÓN CANÓNICA	DETERMINA EL VALOR DE UN SEMIEJE DE LA ELIPSE DADA SU GRÁFICA	TOTAL
ESTUDIANTE 1	2	3	2	7
ESTUDIANTE 2	2	3	2	7
ESTUDIANTE 3	0	0	4	4
ESTUDIANTE 4	2	0	0	2
ESTUDIANTE 5	2	0	0	2
ESTUDIANTE 6	1	0	4	5
ESTUDIANTE 7	2	0	2	4
ESTUDIANTE 8	2	4	2	8
ESTUDIANTE 9	0	3	4	7
ESTUDIANTE 10	2	3	2	7
ESTUDIANTE 11	1	3	2	6
ESTUDIANTE 12	2	0	4	6
ESTUDIANTE 13	2	0	2	4
ESTUDIANTE 14	2	0	2	4
ESTUDIANTE 15	0	3	2	5
ESTUDIANTE 16	0	4	0	4
ESTUDIANTE 17	2	0	2	4
ESTUDIANTE 18	2	3	0	5
ESTUDIANTE 19	2	4	2	8
ESTUDIANTE 20	0	2	0	2
ESTUDIANTE 21	0	2	0	2
ESTUDIANTE 22	2	4	0	6
ESTUDIANTE 23	2	0	0	2
ESTUDIANTE 24	2	3	4	9
ESTUDIANTE 25	0	3	4	7
ESTUDIANTE 26	0	3	4	7
ESTUDIANTE 27	2	0	4	6
ESTUDIANTE 28	2	0	4	6
ESTUDIANTE 29	2	4	4	10
ESTUDIANTE 30	2	3	0	5
ESTUDIANTE 31	2	0	2	4
ESTUDIANTE 32	2	3	2	7
ESTUDIANTE 33	2	3	0	5
ESTUDIANTE 34	2	3	2	7
ESTUDIANTE 35	2	3	0	5
ESTUDIANTE 36	2	3	2	7
ESTUDIANTE 37	2	4	4	10
ESTUDIANTE 38	2	3	4	9
ESTUDIANTE 39	2	0	2	4
ESTUDIANTE 40	2	3	4	9
ESTUDIANTE 41	2	0	0	2
ESTUDIANTE 42	2	0	2	4
ESTUDIANTE 43	0	2	0	2
ESTUDIANTE 44	1	2	0	3
ESTUDIANTE 45	1	3	4	8
ESTUDIANTE 46	2	3	4	9
ESTUDIANTE 47	2	2	4	8
ESTUDIANTE 48	2	4	4	10
ESTUDIANTE 49	2	4	4	10
ESTUDIANTE 50	1	3	0	4
ESTUDIANTE 51	2	4	2	8
ESTUDIANTE 52	2	4	4	10

Tabla 1. Notas de promedios de parcial de estudiantes evaluados en el tema de Cónica.
Fuente: La autora

Se puede observar que de 52 estudiantes, 29 tienes tienen menos de 7 y 23 con notas mayores o iguales a 7.

Porcentajes de Estudiantes con notas alrededor de 7.

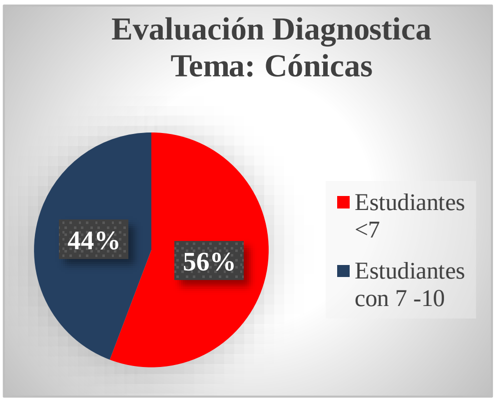


Gráfico 1. Porcentajes de promedios de estudiantes
Fuente: La autora

El 56% de los estudiantes, necesitan refuerzo académico.

Tomando en cuenta, solo los 29 estudiantes con menos de 7, se calcula un nuevo promedio de calificaciones de estos estudiantes, señalando este promedio, como μ_1, y adquiriendo el valor de 3,90. Se analiza también el número de estudiantes que, no contesta o contesta mal, medianamente bien, o resuelve correctamente; cada uno de los temas de la evaluación diagnóstica.

Tema 1 Encuentra centro y radio de la circunferencia, dada su ecuación canónica	*Número de estudiantes*
No contestan o contestan mal	*6*
Encuentran, o el centro o el radio	*8*
Encuentran el centro y radio	*15*

Tabla 2. Número de estudiantes que resuelven el tema 1.
Fuente: La autora

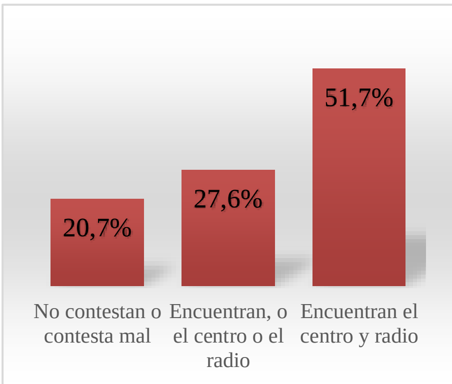


Gráfico 2. Análisis del Porcentaje Tema 1
Fuente: La autora

En este tema, la mayoría encuentra el centro y el radio de la circunferencia.

Tema 2 Determina los elementos de la parábola según su ecuación canónica	Número de estudiantes
No contestan o contesta mal	16
Determinan a medias los elementos de la parábola	11
Grafican la parábola y señalan sus elementos	2

Tabla 3. Número de estudiantes que resuelven el tema 2.
Fuente: La autora

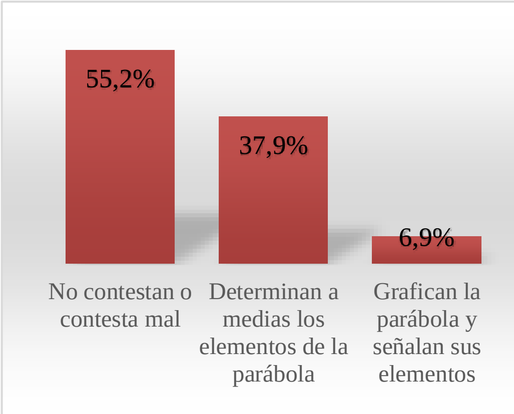


Gráfico 3. Análisis del Porcentaje Tema 2
Fuente: La autora

Tema 3 Determina el valor de un semieje de la elipse, dada su gráfica	Número de estudiantes
No contestan o contestan mal	15
Determina el valor de un semieje de la elipse	9
Determina la ecuación de la elipse	5

Tabla 4. Número de estudiantes que resuelven el tema 3.
Fuente: La autora

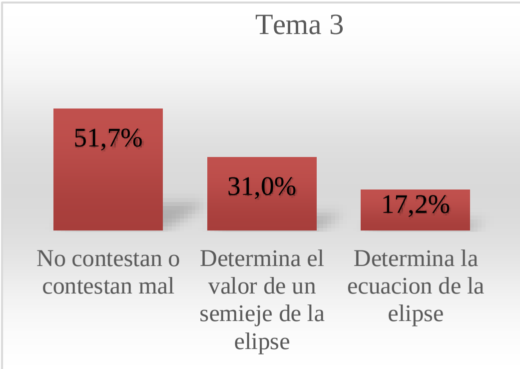


Gráfico 4 Análisis del Porcentaje Tema 3
Fuente: La autora

En los temas 2 y 3, el mayor porcentaje de estudiantes o no contestan o contestan mal, se evidencia entonces la poca aprehensión de los conocimientos.

Después de aplicada las clases de refuerzo en un espacio adecuado, usando material concreto, se evalúa nuevamente al cabo de 3 semanas, con dos horas clase por cada semana y se obtienen los siguientes resultados.

NÓMINA DE ESTUDIANTES	TEMA 1 SOBRE 2 PTOS ENCUENTRA CENTRO Y RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA, DADA SU ECUACIÓN CANÓNICA	TEMA 2Y 3 SOBRE 4 PTOS DETERMINA LOS ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA O SU ECUACIÓN , SEGÚN SU GRÁFICA	TEMA 3 Y 4 SOBRE 4 PTOS DETERMINA LOS ELEMENTOS Y LA ECUACIÓN DE LA ELIPSE DADA SU GRÁFICA	TOTAL
ESTUDIANTE 1	1	4	4	9,00
ESTUDIANTE 2	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 3	2	4	2	8,00
ESTUDIANTE 4	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 5	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 6	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 7	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 8	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 9	2	2	2	6,00
ESTUDIANTE 10	2	4	4	10,00
ESTUDIANTE 11	2	4	2	8,00
ESTUDIANTE 12	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 13	2	4	2	8,00
ESTUDIANTE 14	1	2	4	7,00
ESTUDIANTE 15	1	2	4	7,00
ESTUDIANTE 16	1	4	2	7,00
ESTUDIANTE 17	2	2	2	6,00
ESTUDIANTE 18	1	4	4	9,00
ESTUDIANTE 19	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 20	1	2	4	7,00
ESTUDIANTE 21	2	4	2	8,00
ESTUDIANTE 22	2	2	4	8,00
ESTUDIANTE 23	1	4	2	7,00
ESTUDIANTE 24	2	4	2	8,00
ESTUDIANTE 25	2	2	2	6,00
ESTUDIANTE 26	2	4	2	8,00
ESTUDIANTE 27	1	2	2	5,00
ESTUDIANTE 28	1	4	2	7,00
ESTUDIANTE 29	2	4	2	8,00
PROMEDIOS	1,69	2,90	3,03	7,62

Tabla 5. Puntajes por tema de la evaluación final.
Fuente: La autora

Se compara los datos del antes y después de los promedios de los 29 estudiantes que necesitan de clases de refuerzo con el uso de material concreto y se consigue el nuevo promedio según el artículo 208 del reglamento de la LOEI, el siguiente análisis:

	Puntaje Diagnostico	Puntaje Evaluación Final	Puntaje promediado por refuerzo académico
ESTUDIANTE 1	4	9	6,5
ESTUDIANTE 2	2	8	5
ESTUDIANTE 3	2	8	5
ESTUDIANTE 4	5	8	6,5
ESTUDIANTE 5	4	8	6
ESTUDIANTE 6	6	8	7
ESTUDIANTE 7	6	8	7
ESTUDIANTE 8	4	8	6
ESTUDIANTE 9	4	6	5
ESTUDIANTE 10	5	10	7,5
ESTUDIANTE 11	4	8	6
ESTUDIANTE 12	4	8	6
ESTUDIANTE 13	5	8	6,5
ESTUDIANTE 14	2	7	4,5
ESTUDIANTE 15	2	7	4,5
ESTUDIANTE 16	5	7	6
ESTUDIANTE 17	2	6	4
ESTUDIANTE 18	5	9	7
ESTUDIANTE 19	6	8	7
ESTUDIANTE 20	4	7	5,5
ESTUDIANTE 21	4	8	6
ESTUDIANTE 22	5	8	6,5
ESTUDIANTE 23	4	7	5,5
ESTUDIANTE 24	4	8	6
ESTUDIANTE 25	2	6	4
ESTUDIANTE 26	4	8	6
ESTUDIANTE 27	2	5	3,5
ESTUDIANTE 28	3	7	5
ESTUDIANTE 29	4	8	6
PROMEDIOS	3,90	7,62	5,76

Tabla 6. Tabla comparativa de puntajes, antes y después de la aplicación de la metodología.
Fuente: la autora

	Puntaje Diagnostico	Puntaje promediado por refuerzo académico
Media	3,89655172	5,75862069
Varianza	1,66748768	1,02894089
Observaciones	29	29
Coeficiente de correlación de Pearson	0,90728714	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	28	
Estadístico t	-17,7379773	
P(T<=t) una cola	4,6051E-17	
Valor crítico de t (una cola)	1,70113093	
P(T<=t) dos colas	9,2102E-17	
Valor crítico de t (dos colas)	2,04840714	

Tabla 7. Prueba t para medias de dos muestras emparejadas.

Fuente: La autora

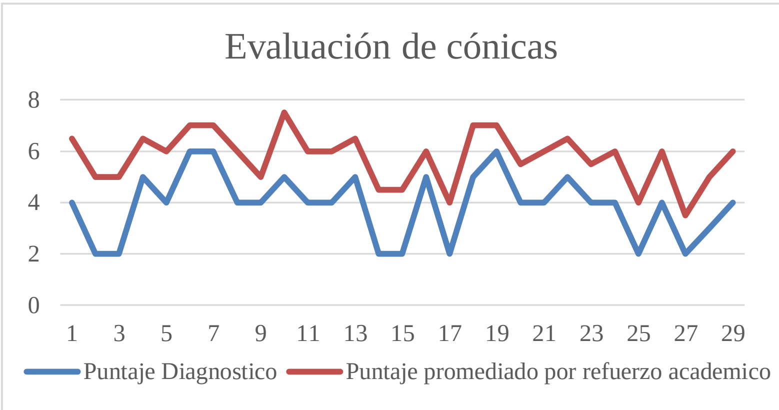


Gráfico 5. Cuadro comparativo antes y después de la metodología

Fuente: La autora

Se observa el aumento de la notas y el mejoramiento académico.

Se plantea entonces las siguientes hipótesis:

H_o: El uso del material concreto en la enseñanza de las cónicas en clases de refuerzo, mantiene el mismo rendimiento académico de los estudiantes de tercero de bachillerato en clases tradicionales.

H_1: El uso de material concreto en la enseñanza de las cónicas, en clases de refuerzo, mejora el rendimiento académico de los estudiantes de tercero de bachillerato en clases tradicionales.

Las hipótesis estadísticas en lenguaje matemático, se expresa como:

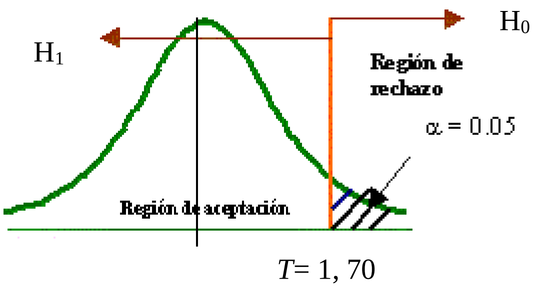
$$\begin{cases} H_o: \mu_2 - \mu_1 = 0 \\ H_1: \mu_2 - \mu_1 > 0 \end{cases}$$

Se establece un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, como la probabilidad del 5% de que no se cumplan ninguna de las dos hipótesis.

El estadístico a usarse es el t student, pues el número de datos usados son menos de 30. Al realizar el cálculo de t student con una varianza ***S de*** 1,02894089, que corresponde a la varianza de los promedios con refuerzo académico, se encuentra , mediante $\boldsymbol{t = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}$

$$t = \frac{5{,}76 - 3{,}90}{\frac{1{,}02894089}{\sqrt{29}}} = 9{,}73$$

T=1,70



Se busca en la tabla de distribución de t student y se encuentra el valor para ***n-1*** grados de libertad, que en este caso es de 29 estudiantes menos uno, es decir 28 correspondiente a 1,70113, para un nivel de certeza del 95%, lo que nos conduce a aseverar de la eficacia del uso del material concreto: pues 9,73 es mayor a 1,70,cayendo en la región de rechazo la hipótesis nula y aceptando la hipótesis alternativa, que corresponde al planteamiento de nuestra propuesta sobre el uso del material concreto en clases de refuerzo.

4.2. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA ENCUESTA DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES DE TERCERO DE BACHILLERATO EN CLASES DE REFUERZO.

1. ¿Estás satisfecho con el uso del material concreto, en el estudio de las cónicas?

Nivel de Satisfacción	Encuestados 29	Porcentaje
Mucho	25	86,21%
No tanto	4	13,79%
Nada	0	0,00%

Tabla 8. Nivel de satisfacción de los estudiantes.
Fuente: La autora

Gráfico 6. Nivel de satisfacción de los estudiantes
Fuente: La autora

Mediante la encuesta realizada a los estudiantes, el 86,21 %, está muy satisfecho con el uso del material concreto, el 13,79%, no está tan satisfecho, mientras que ningún estudiante se siente, nada satisfecho. Por lo tanto se puede señalar que el nivel de satisfacción es alto y que funciona la propuesta.

2. ¿El manipular y dibujar te ayudaron a comprender mejor la identificación de los elementos de las cónicas estudiadas?

Nivel de Comprensión	Encuestados 29	Porcentaje
Bastante	26	89,66%
Más o Menos	3	10,34%
Poco	0	0,00%

Tabla 9. Nivel de comprensión en la identificación de los elementos
Fuente: La autora

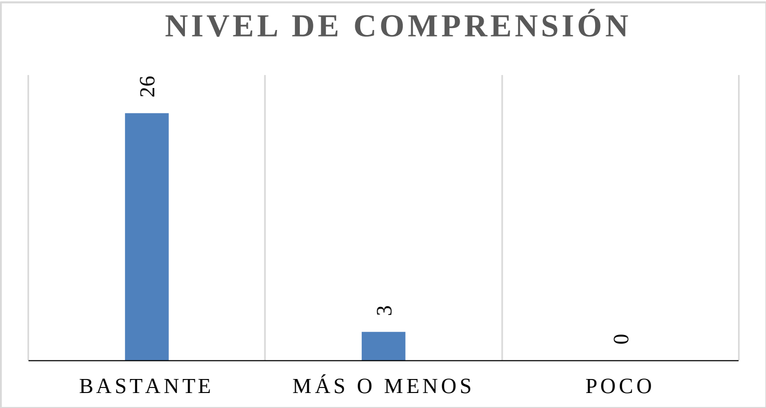


Gráfico 7. Número de estudiantes por nivel de comprensión
Fuente: La autora

De acuerdo a la encuesta, el 89,66% de los estudiantes, indican que le ha ayudado bastante el uso del material en la identificación de las cónicas y el 10,34% opina que mas o menos, es decir, la mayoría identifican los elementos con el uso del material y su nivel de comprensión es alto.

3. ¿Cómo valoras la complejidad del uso del material concreto?

Valoración de la complejidad	Encuestados 29	Porcentaje
Fácil	24	82,76%
Más o Menos	5	17,24%
Difícil	0	0,00%

Tabla 10. Valoración de la complejidad.
Fuente: La autora

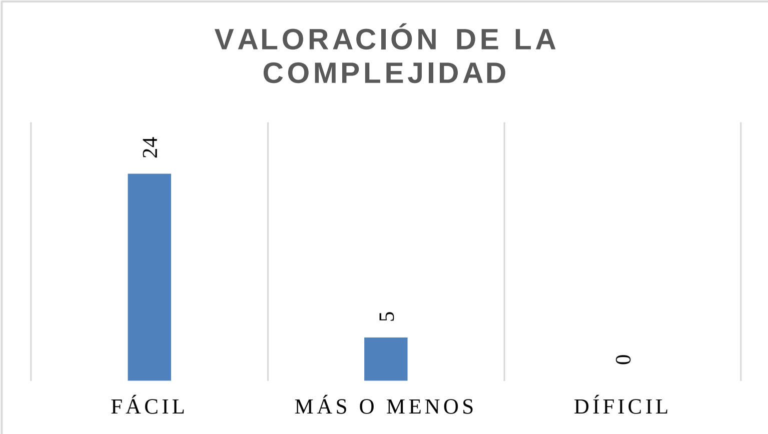


Gráfico 8. Nivel de complejidad.
Fuente: La autora

Según la encuesta, el 82,76%, valora como fácil el nivel de complejidad del uso del material concreto, mientras que el 17,24 %, indica que está, más o menos complejo, pero ninguno expresa qué es difícil.. lo que implica que el uso es sencillo y fácil de usar.

4. ¿Qué es lo que más te ha gustado de usar materiales para estudiar cónicas?

Entre las diferentes opiniones de los estudiantes, podemos resumirlas a:

a) Que se puede comprender mejor la clase de cónicas.
b) Que es más fácil y sencillo dibujar las cónicas.
c) Les ha gustado los gráficos y la forma de dar la clase.
d) Que les ayuda a comprender de manera más dinámica.
e) Con las tachuelas, y el cartón se hizo más fácil.
f) La creatividad que se ha usado, para poder comprender fácilmente.
g) Que de esta manera, lo más complejo se hace fácil.
h) Que fue fácil el uso y más educativo, y de ésta manera, aprender mejor.
i) La ubicación de la sala de clase
j) El material concreto usado.
k) Que les ayuda a entender mejor los ejemplos.

5. CAPITULO V

5.1. CONCLUSIONES

- La aplicación del material concreto facilita la enseñanza de identificación de los elementos de las cónicas estudiadas y la determinación de sus respectivas ecuaciones.

- Mejoran sus notas, en clases de refuerzo, ya que según lo estipulado en el artículo 208 de la LOEI, las notas de refuerzo académico deben promediarse con las actividades ya realizadas en clases ordinarias.

- Utilizar materiales sencillos y fáciles de conseguir ayuda a relacionar lo que se está manipulando con los conocimientos matemáticos y destrezas que deben adquirir.

- La manipulación y visualización del material concreto ayuda a los estudiantes con diferentes tipos de inteligencias, ya sean auditivos, visuales o kinestésicos.

- El menor número de estudiantes en clases de refuerzo, comparado con el número de estudiantes en clases normales; facilita la aplicación del laboratorio con las estrategias usadas.

- El uso de materiales manipulativos, no es exclusivo sólo de nivel básico sino que también puede hacerse en bachillerato.

5.2. RECOMENDACIONES

Se recomienda:

- El uso del material concreto y su respectiva manipulación, con materiales de bajo costo (piola, tijeras, tachuelas, cartón, reglas, escuadras, etc.) con el cual se hace accesible su uso y los resultados son buenos en el aprendizaje de la identificación de los elementos de las cónicas más importantes y la determinación de las ecuaciones.

- Que el número de estudiantes debe ser menor para el conveniente control de las actividades realizadas.

- Hacer uso de material manipulativo, no solo en clases de refuerzo académico para mejorar notas, sino también en clases convencionales diarias, agilitando el proceso enseñanza-aprendizaje de cónicas.

- Al elaborar los trazos, sería conveniente trabajar en parejas para la identificación de los diferentes elementos de las cónicas.

A N E X O S

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

TEMA: CÓNICAS

NOMBRE: ________________________ CURSO: TERCERO PARALELO: _______

1. Encuentre el centro y el radio de la circunferencia, dada su ecuación (vale 2 puntos)

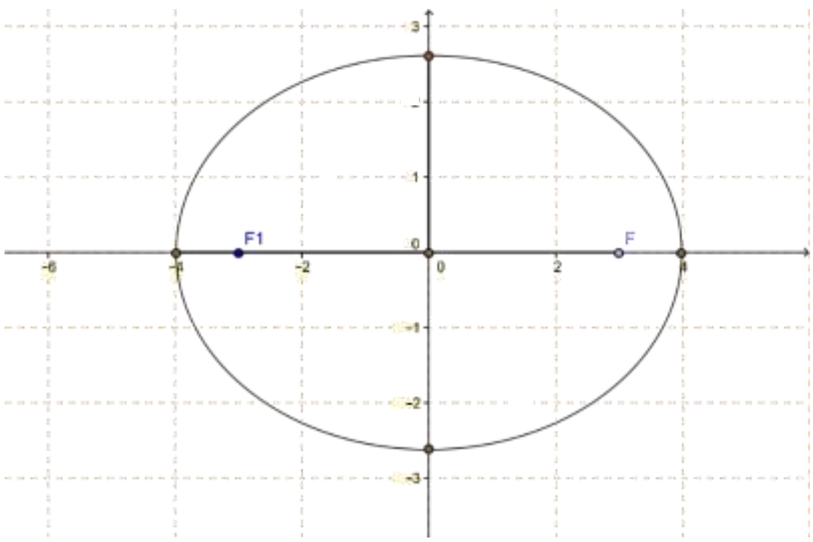
$$(x-8)^2+(y+8)^2=49$$

2. Determine los elementos de la parábola según su ecuación y grafique
   Elementos (3 puntos) Gráfica (1 punto)

$$(x-3)^2=8\,(y+1)$$

   Elementos:
   Vértice_______
   Foco ________
   Directriz ______
   Eje de simetría ______
   Lado recto _______
   Distancia desde el vértice al Foco______

3. Identifique el semieje mayor a, la semidistancia focal c y determine ¿Cuál es el valor exacto del semieje menor ***b*** de la elipse en la gráfica? ¿Cuál es la ecuación canónica de la elipse? (Vale 4 puntos)



EVALUACIÓN DE RECUPERACIÓN DE MATEMÁTICAS
TEMA: CÓNICAS

NOMBRE: ____________CURSO: 3° DE BACHILLERATO PARALELO:___

1. ¿Cuáles son el centro y el radio de la circunferencia con ecuación: $(x+5)^2 + (y-2)^2 = \frac{3}{4}$?

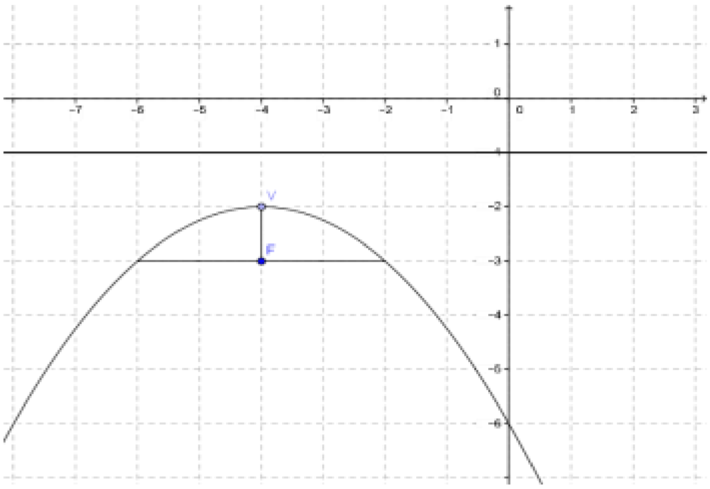
Centro (vale 1 pto)

Radio (vale 1 pto)

ESCOJA EL RESULTADO CORRECTO

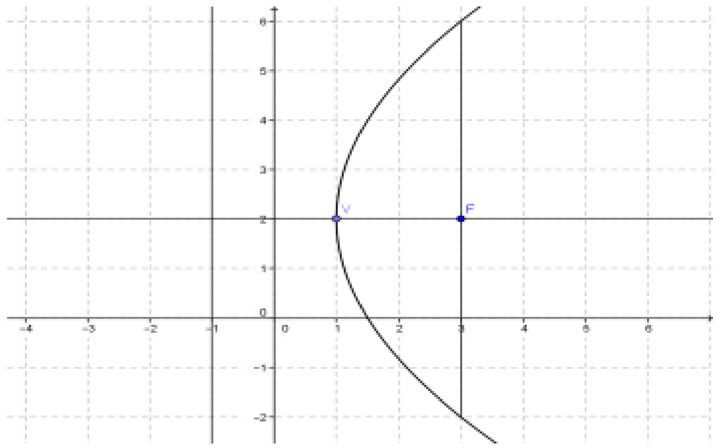
1. ¿Cuál es la ecuación de la parábola que corresponde al gráfico?

(vale 2 ptos)



A. $(x-4)^2 = 4\,(y-3)$
B. $(x+4)^2 = -4\,(y+2)$
C. $(y-4)^2 = 4\,(x-2)$
D. $(y+4)^2 = -4\,(x-2)$

2. ¿Cuál es el eje de simetría y la directriz de la parábola del gráfico?



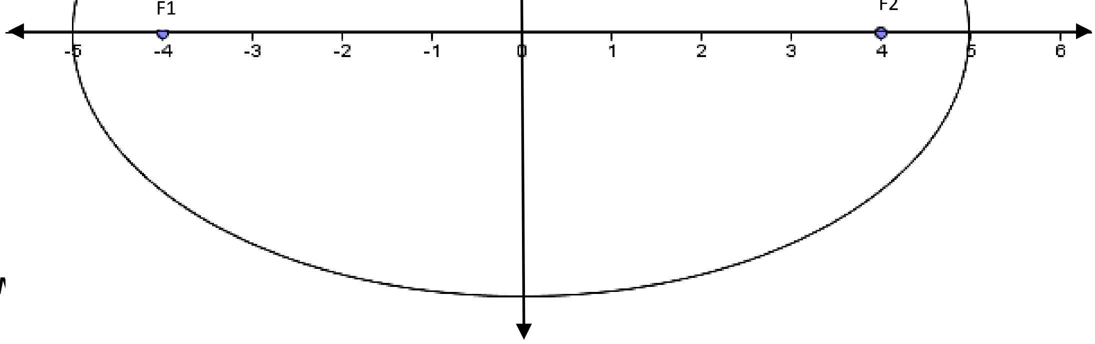
(vale 2 ptos)

A. Eje X=2; directriz y=-1
B. Eje X= -1; directriz y=2
C. Eje X=2; directriz y=5
D. Eje X=5; directriz y=2

3. ¿Cuál es el valor de la semidistancia focal **c**, de la elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$? (vale 2 ptos)

A. $\sqrt{5}$
B. 5
C. 65
D. $\sqrt{65}$

4. ¿Cuál es la ecuación de la elipse que corresponde a la gráfica? (Vale 2 puntos)



Bibliografía

(s.f.).

Baez, M. d. (2002). *El Uso de Material Concreto par la Enseñanza de la Matemática.* Obtenido de http://prosynergy.org.pe/mireddocente.org.pe/2010/descargas.php?ruta=fileproject/files_docentes/d1396/&file=1396894310062774HAYO80.doc.

Bruner, J. (s.f.). *La teoría de J.Bruner sobre el desarrollo cognitivo*. Obtenido de http://psicodesarollo1b.blogspot.com/2011/05/la-teoria-de-jbruner-sobre-el.html

Educación, M. d. (2015). *Matemáticas para Tercero de Bachillerato.* Quito: Santillana.

LOEI, R. (26 de Julio de 2012). Reglamneto General a la LOEI. *Articulo 208*. Quito, Ecuador.

MINIEDUC. (2015). *Matemáticas Tercero Bachillerato.* Quito: Santillana.

Mtro. Gerardo García Lozano, M. B. (20 de Abril de 2013). *Revista TecnoCientífica.* Obtenido de Primer congreso Enseñanza de las Ciencias: http://tecnocientifica.com.mx/libros/memorias_congreso_1.pdf#page=35

Ortiz Galo, P. N. (2016). *Elaboración de una Guía y material Didáctico de la circunferencia y la Parábola para el Laboratorio de matematicas y fisica de la Universidad de Cuenca.* Cuenca.

Post, T. R. (1981). *El Papel de los Materiales Manipuladores en el Aprendizaje de Conceptos Matemáticos. En Cuestiones Seleccionadas de la Educación Matemática .* California.

Ramírez, O. A., Sandoval, C. Y., & Sáenz, A. V. (26 de Junio de 2011). *Revista TecnoCientífica.* Obtenido de https://scholar.google.com/scholar?q=Laboratorio+de+Matem%C3%A1tica%3A+%E2%80%9Cun+espacio+de+reflexi%C3%B3n+y+construcci%C3%B3n+de+la+matem%C3%A1tica%E2%80%9D+Mtro.+Gerardo+Garc%C3%ADa+Lozano%2C+MCE.+Bertha+Alcaraz+N%C3%BA%C3%B1ez%2C+Ing.+Euclides&btnG=&