

AÑO:	2025	PERÍODO:	I PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable	Total
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Díaz R., García E., Gualé A., Laveglia F., Mancero M., Ramos M., Solís J., Valdiviezo J.					
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	30/junio/2025			
	Examen	Lecciones	Controles de lectura	Deberes		
Puntos posibles	50	35	10	5		
Puntos obtenidos						

Apellidos y nombres: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (5 PUNTOS) Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, tal que:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 2}$$

- (a) (1 PUNTO) Establezca el dominio de f .
 (b) (2 PUNTOS) Enunciando la definición correspondiente, analice si $x = -2$ es un punto de acumulación del dominio de la función.
 (c) (2 PUNTOS) Calcule $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ y estructure su definición formal.

2. (5 PUNTOS) Considere la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{1}{e^x - e^{-x}}$$

Califique las siguientes proposiciones como VERDADERAS o FALSAS, calculando previamente los límites que considere necesarios para su justificación.

(a) (2 PUNTOS) La gráfica de f no presenta asíntotas horizontales.

(b) (3 PUNTOS) La gráfica de f presenta una asíntota vertical.

3. (8 PUNTOS) El técnico de innovación de una empresa de *envíos courier* desea establecer una mejora en su sistema de cobros incluyendo la implementación de un nuevo modelo para el *costo total* C , en *dólares*, como una función que depende del *peso* x del *paquete*, en *kilogramos*, tal como se describe a continuación:

$$C(x) = \begin{cases} 11 - \frac{1}{8}(x - 8)^2, & 0 < x < 6 \\ ax + b, & 6 \leq x \leq 30 \end{cases} ; \quad a, b \in \mathbb{R}^+$$

Si se requiere que la gráfica del modelo sea **suave y de trazo ininterrumpido**, ¿qué valores de a y b debería obtener el técnico para que esto sea posible?

4. (8 PUNTOS) Obtenga la expresión *simplificada* de la primera derivada, según lo especificado en cada literal:

a) (3 PUNTOS) $f(x) = (2x + e)^2 \cdot \ln(2x + e)$

b) (2 PUNTOS) $g(x) = \frac{1}{9} 2^{\arctan(3x)}$

c) (3 PUNTOS) $C: \begin{cases} x(t) = \operatorname{sen}(\sqrt{t}) \\ y(t) = \operatorname{cos}(\sqrt{t}) \end{cases} ; \quad 0 < t < \frac{\pi^2}{4}$

5. (7 PUNTOS) Suponga que, para cierta dieta, la cantidad de proteína *absorbida* A , en *gramos*, depende del tiempo t , en *horas*, desde que inicia la ingesta, y, está dada por:

$$A(t) = \frac{40t}{3t^2 + 4} \quad ; \quad \forall t \geq 0$$

Calcule la razón a la cual varía la cantidad de proteína absorbida a través del tiempo, cuando han transcurrido 2 *horas*. Interprete el resultado en el contexto del problema.

6. (7 PUNTOS) En un mercado con saturación, se ha observado que, para cierta empresa, el precio de un producto depende de la cantidad que coloca en el mercado, según la función:

$$p(q) = 120 - 5q - 0.1q^2$$

donde p es el precio en *dólares* por unidad, y, q es la cantidad vendida en cientos de *unidades*. Si las ventas aumentan de 400 a 410 *unidades*; es decir, los valores de q cambian de 4 a 4.1, **estime la variación del ingreso total I** , utilizando *diferenciales*, siendo:

$$I(q) = q \cdot p(q)$$

7. (10 PUNTOS) Se desea construir una piscina en forma de prisma recto rectangular, cuya profundidad sea de 3 m, minimizando el costo total de construcción de las paredes y el fondo; y, considerando lo siguiente:
- La pared frontal y la pared posterior cuestan \$ 20 por m^2 .
 - Las otras dos paredes laterales cuestan \$ 40 por m^2 .
 - El fondo cuesta \$ 10 por m^2 y el área de su superficie debe ser 200 m^2 .

Empleando cálculo diferencial, identifique **el tipo de aplicación** correspondiente y detalle **las condiciones del problema** utilizando un dibujo representativo. Luego, siguiendo el procedimiento respectivo, determine **las dimensiones del fondo de la piscina** que garantizan el menor costo total de construcción. Adicionalmente, calcule **el costo total mínimo**.