

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**  
**Τερχερ Εξαμεν δε Εσταδίστιχα παρα Ινγενιερίασ**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **PAR:** \_\_\_\_\_

**Nota:** Este examen está diseñado para ser **desarrollado individualmente**. Tenga en cuenta que es **improcedente**: consultar notas, formularios o cualquier tipo de textos, igualmente no puede consultar a sus compañeros o utilizar **teléfono celular** o cualquier medio de comunicación con otra persona. Solo puede hablar con el profesor. Desarrolle los temas en el **orden** que están presentados. Escriba su **número de matrícula** y **firma** en la parte superior derecha de esta página.

**Todos los 6 temas tienen igual ponderación. El séptimo es bono; puede resolverlo y gana, si lo ignora nada pierde**

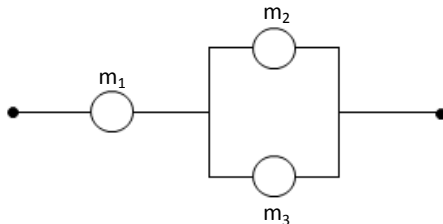
**TEMAS:**

**1.-** La distribución conjunta del vector aleatorio bivariado  $\mathbf{X}^T = (X_1 X_2)$  es:

$f(x_1, x_2) = k(x_1 + x_2)$ ;  $S = \{ (1, 1) (1, 2) (1, 3) (2, 1) (2, 2) (3, 1) \}$   
 Determinar la *media*, la *varianza* y la *función generadora* de momentos de la variable  $Y = X_2 | X_1 = 1$ .

**2.-** Un dispositivo de seguridad consta de 3 mecanismos  $m_1, m_2, m_3$ , colocados como se muestra en el gráfico. La probabilidad que uno cualquiera de los mecanismos funcione es  $p$  y cada uno de ellos funciona independiente de los demás.

Defina como  $X$  a la variable aleatoria *número de mecanismos funcionando* en el dispositivo. **a)** Determine la Distribución  $f$  de  $X$ ; **b)** si  $p = 0.95$  determine la Distribución acumulada  $F$  de  $X$ , gráfiquela;  $y$ , a partir de  $F$  determine  $M_X(t)$



(Piense en cuál es el soporte  $S$  de  $X$ )

**3.-** En un problema de Regresión Múltiple, se sabe que la variable  $Y$  es explicada por  $X_1, X_2$  y que los grados de libertad de Regresión son 2, los del Error 17; se sabe además que  $SCT_{total} = 1785$ ;  $y$ ,  $SCREG = 245$ . Con esta información:

**a)** Determine el *modelo* utilizado; **b)** calcule la *Potencia de Explicación del Modelo*;  $y$ , **c)** construya la correspondiente *Tabla de Análisis de Varianza (ANOVA)*  $y$ , utilizando el *valor p* correspondiente, decida si la hipótesis nula  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{p-1} = 0$  debe ser rechazada en favor de la hipótesis alterna  $H_1$  que postula "al menos uno de los betas no es cero."

**4.-** Los pesos en onzas de una muestra de 9 catarnicas del Litoral ecuatoriano están contenidos en el vector

$$\mathbf{x}^T = [9 \ 12 \ 11 \ 17 \ 15 \ 9 \ 10 \ 8 \ 13]$$

Determine y grafique la distribución empírica de la muestra y además determine su percentil 70.

**5.-** El tiempo, en horas, de la vida útil de una componente de un sistema de producción en línea, sigue una *Distribución Weibull* con parámetros  $\alpha = 0.55$  y  $\beta = 900$  ( $X \sim W(\alpha, \beta)$ ). Determine: **a)** la probabilidad que una de estas componentes dure al menos 1100 horas. **b)** ¿Cuál es la probabilidad que entre diez de estas componentes que están a disposición de la fábrica, no más de cuatro duren menos de 1100 horas? (recuérdese que para este caso  $F(x) = 1 - e^{-(x/\beta)^\alpha}$  para  $x > 0$ ).

**6.-** Los siguientes datos corresponden al logro porcentual que se consigue con zeolitas que están siendo utilizadas como catalizadores en un proceso de refinación de petróleo.

$x^T =$	33.4	32.9	26.6	25.1	27.4	38.5
	30.8	27.3	33.3	33.2	27.1	31
	31.2	30.3	31	27.3	26.2	19.7

Supóngase que estos 18 valores son tomados de una Población que sigue una distribución  $N(\mu, 16)$ . Postule el Contraste unilateral  $H_0: \mu = 30$  vs.  $H_1: \mu < 30$ .

**a)** Defina como Región Crítica de la prueba al conjunto:

$$C = \{ (X_1, X_2, \dots, X_n) \in \mathbb{R}^{18} \mid (X_1 + X_2 + \dots + X_{18}) / 18 < 28.5 \}$$

y determine el espacio de parámetros  $\Theta$ , así como  $\Theta_0$  y  $\Theta_1$

**b)** Determine el *valor p* de la Prueba  $\phi$  diseñada.

**7.- BONO:** Plantee y resuelva un problema en que se aplique el *Teorema del Límite Central*.