



## ***SOLUCIÓN***

### **PREGUNTA 1 (10 puntos)**

Considere un foco el cual disipa una potencia de 60 W cuando se conecta a una batería de 120 V. El foco tiene un filamento de tungsteno (un alambre muy delgado) que tiene 53.3 cm de longitud. A la temperatura que opera el foco, la resistividad del tungsteno es  $\rho = 7.48 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$ . Suponiendo que el filamento tiene una sección transversal circular, ¿cuál es el valor de su radio?

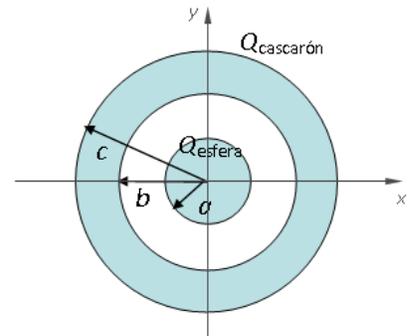
$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{(120)^2}{60} = 240 \Omega$$

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow A = \rho \frac{l}{R} = (7.48 \times 10^{-8}) \frac{0.533}{240} = 1.66 \times 10^{-5} m^2$$

$$A = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{1.66 \times 10^{-5}}{\pi}} = 2.30 mm$$

**PREGUNTA 2 (20 puntos)**

Una esfera metálica de radio  $a = 1.5$  m tiene su centro en el origen, y transporta una carga total  $Q_{\text{esfera}} = -5 \mu\text{C}$ . Rodeando esta esfera se coloca un cascarón esférico metálico de radio interior  $b = 3.0$  m y radio exterior  $c = 4.5$  m. El cascarón lleva una carga total  $Q_{\text{cascarón}} = +2 \mu\text{C}$ .

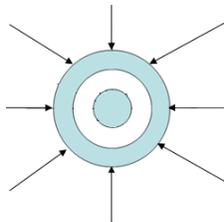


- a) Si una carga puntual negativa fuera colocada sobre el eje  $x$  en la posición  $x = 8$  m y soltada desde el reposo, qué haría la partícula, esto es, se aleja o se acerca al origen, o simplemente permanece en reposo. Explique su respuesta. (4 puntos)

Por inducción, la carga neta sobre la superficie externa del cascarón esférico es

$$Q_{\text{externa}} = +2 \mu\text{C} - 5 \mu\text{C} = -3 \mu\text{C}$$

Las líneas de campo eléctrico, externas al cascarón, apuntan hacia él.



Una carga puntual negativa, colocada en  $x = 8$  m, estará sometida a una fuerza eléctrica en dirección opuesta al campo. Por lo tanto, **se alejará del cascarón.**

- b) Encuentre la magnitud  $|E|$  del campo eléctrico en un punto ubicado a una distancia de 8 m desde el origen. (8 puntos)

Tomando una superficie gaussiana de radio  $r = 8$  m:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA = E \oint dA = EA = E4\pi r^2 = \frac{q_{\text{neta}}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q_{\text{neta}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{3 \times 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0 (8)^2} = 421 \text{ N/C}$$

- c) Encuentre la diferencia de potencial  $V_a - V_c$  entre la superficie de la esfera metálica ( $r = a$ ) y la superficie exterior del cascarón esférico ( $r = c$ ). (8 puntos)

$$\Delta V_{ac} = - \int_c^a \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_c^b \vec{E} \cdot d\vec{s} - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

La primera integral es cero debido a que el campo eléctrico dentro del cascarón es cero

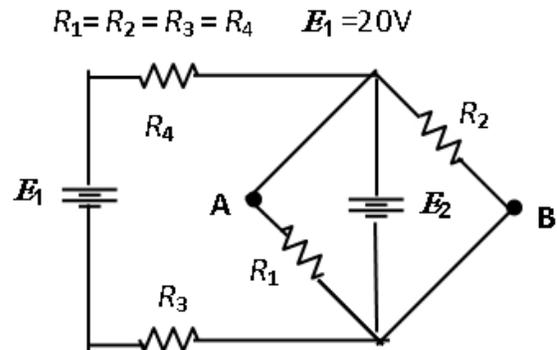
$$\Delta V_{ac} = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \frac{q_{esfera}}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q_{esfera}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\Delta V_{ac} = \frac{5 \times 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{1.5} - \frac{1}{3} \right) \approx 15000 \text{ V}$$

**PREGUNTA 3 (20 puntos)**

La batería  $E_1$  tiene un valor de 20 Voltios. El valor de  $E_2$  no se especifica y se ajusta de tal forma que no fluye corriente a través de esta batería. Todas las cuatro resistencias son iguales pero no se indica su valor.

- a) Indique qué relación existe entre la potencia disipada por  $R_1$  y la potencia disipada por  $R_2$  (mayor, igual o menor). Explique su respuesta (4 puntos)



Debido a que todas las resistencias son iguales y que  $R_1$  está en paralelo con  $R_2$ , la corriente por  $R_1$  es igual a la que fluye por  $R_2$ . Por tanto, **la potencia disipada en ambas resistencias es igual.**

- b) Si 20 W de potencia son disipados por la resistencia  $R_3$ , ¿cuánta potencia es disipada en la resistencia  $R_2$ ? (8 puntos)

Ya que por  $E_2$  no fluye corriente, la corriente por  $R_2$  ( $I_2$ ) es la mitad que por  $R_3$  ( $I_3$ ).

$$P_3 = R I_3^2 = 20 \text{ W}$$

$$P_2 = R I_2^2 = R \left( \frac{I_3}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} R I_3^2 = 5 \text{ W}$$

c) Encuentre el valor de  $E_2$  de tal forma que no fluya corriente a través de esta batería. (8 puntos)

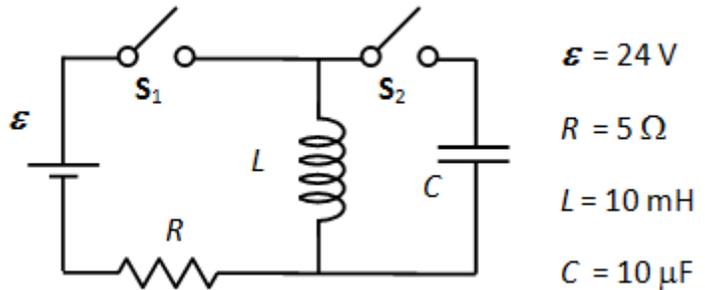
La resistencia equivalente del circuito es  $R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{5}{2}R$ .

$$I = \frac{E_1}{\frac{5}{2}R} = \frac{8}{R}$$

$$E_2 = \frac{I}{2}R = \frac{1}{2} \frac{8}{R} R = 4 \text{ V}$$

**PREGUNTA 4 (30 puntos)**

Una batería, un resistor, un inductor, un capacitor, y dos interruptores se conectan en el circuito como se indica en el diagrama adjunto. Los dos interruptores han permanecido abiertos por un tiempo muy largo, y el capacitor se encuentra descargado. A  $t = 0$ ,  $S_1$  se cierra ( $S_2$  permanece abierto).



a) ¿Cuánto tiempo le toma a la corriente que pasa por  $R$  alcanzar el 10% de su valor final? (10 puntos)

$$\tau = \frac{L}{R} = 2 \text{ ms}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$0.10 \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$t = -\tau \ln(0.9) = 0.21 \text{ ms}$$

b) Ahora,  $S_1$  se abre y  $S_2$  se cierra simultáneamente. ¿Cuánto tiempo  $\Delta t$  le toma al capacitor para que su carga alcance su **primer** valor máximo? (10 puntos)

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3162 \text{ rad/s}$$

$$q = Q \text{sen}(\omega t)$$

Para que  $q = Q$  se debe cumplir que  $\text{sen}(\omega t) = 1$ , por lo que

$$\omega t = \pi/2$$

$$t = \frac{\pi}{2\omega} \approx 0.50 \text{ ms}$$

c) Encuentre el valor de la carga máxima sobre el capacitor (10 puntos)

La energía almacenada en el inductor se transmite íntegramente al capacitor:

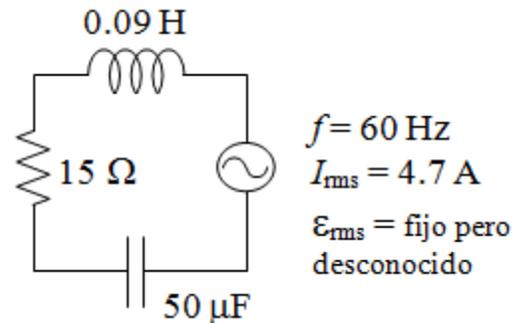
$$U_C = U_L$$

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L \left( \frac{\varepsilon}{R} \right)^2$$

$$Q = \frac{\varepsilon}{R} \sqrt{LC} = 1.52 \text{ mC}$$

**PREGUNTA 5 (20 puntos)**

Tres estudiantes construyen un circuito RLC conectando un resistor de  $15 \Omega$ , un capacitor de  $50 \mu\text{F}$ , y un inductor de  $90 \text{ mH}$  en serie con un generador de CA. El generador opera a una frecuencia fija de  $60 \text{ Hz}$ . Cuando el circuito es conectado, la corriente que se genera es de  $I_{\text{rms}} = 4.7 \text{ A}$

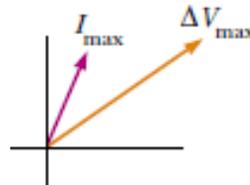
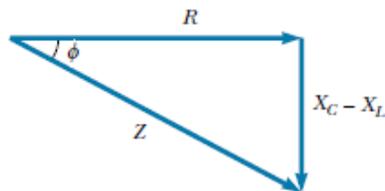


a) Indique si la FEM del generador adelanta a la corriente en este circuito. Haga un diagrama fasorial para explicarlo. (5 puntos)

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 33.9 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 53.1 \Omega$$

Como  $X_L < X_C$ , el circuito es predominantemente capacitivo: **la FEM del generador atrás a la corriente del circuito.**



- b) Utilizando un osciloscopio, los estudiantes miden el voltaje a través del resistor. ¿Cuál es el valor pico encontrado? (5 puntos)

$$V_{Rrms} = RI_{rms} = 70.5 V$$

$$V_{Rmax} = \sqrt{2}V_{Rrms} \approx 100 V$$

- c) Encuentre el valor del voltaje rms suministrado por el generador (5 puntos)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 24.4 \Omega$$

$$\varepsilon_{rms} = ZI_{rms} = 115 V$$

- d) A los estudiantes les gustaría incrementar el voltaje pico a través del resistor. Ellos no pueden cambiar la FEM del generador ni tampoco su frecuencia, entonces deciden retirar **uno** de los elementos (y reemplazarlo por un alambre) ¿Se podría retirar algún elemento para lograr esto? Explique (5 puntos)

Para que aumente el voltaje a través del resistor, debe aumentar la corriente a través del circuito y esto se lograría disminuyendo la impedancia.

Al eliminar el inductor o el capacitor, la impedancia ( $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ ) aumentará, por tanto **no es posible incrementar el voltaje a través del resistor con este procedimiento.**