



\*D-18644\*

T  
620.1125  
ARGe  
C2.

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

**Facultad de Ingeniería en Mecánica y  
Ciencias de la Producción**

“Estudio de los Impactos Mecánicos Producidos por la  
Caída Accidental de la Tapa Sobre la Cápsula de Almacena-  
miento de Residuos Radiactivos de Al<sup>ta</sup> Actividad”

**TESIS DE GRADO**

**Previa a la Obtención del Título de:**

**INGENIERO MECANICO**

**Presentada por:**

**Evelyng Zaray Arguello Altamirano**

Guayaquil - Ecuador

AÑO

1998

# AGRADECIMIENTO

**Ing. Eduardo Orcés, Director de Tesis, por su ayuda y colaboración para la realización de este proyecto.**



# . DEDICATORIA

**A DIOS**

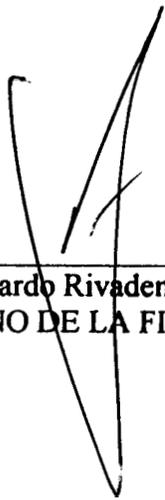
**A MIS PADRES**

**A MIS HERMANOS**

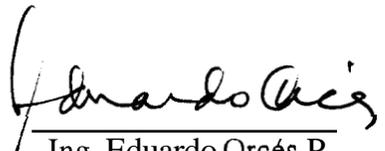
**Á PEDRO**

**A MIS AMIGOS**

## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



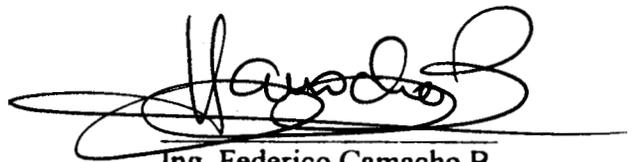
Ing. Eduardo Rivadeneira P.  
DECANO DE LA FIMCP



Ing. Eduardo Orcés P.  
DIRECTOR DE TESIS



Ing. Alfredo Torres G.  
VOCAL



Ing. Federico Camacho B.  
VOCAL

## **DECLARACION EXPRESA**

**"La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL"**

**(Reglamento de Graduación de la ESPOL)**

  
**Evelyng Argüello A.**

## RESUMEN

La presente tesis consiste en evaluar los efectos esperables de caídas de la tapa de una cápsula de almacenamiento de residuos radiactivos de alta actividad sobre el cuerpo de la misma. Se trata de caídas accidentales, cuya ocurrencia se postula, su estudio mejora el conocimiento del comportamiento de la cápsula, además de ayudar a prevenir o mitigar las consecuencias de dichos accidentes.

En esta tesis se estudian dos casos de caída de la tapa: en el primero, la tapa cae con una orientación horizontal, con lo que el impacto se produce simultáneamente sobre todo el contorno superior de la pared de la cápsula; en el segundo cae con orientación oblicua, de forma que el centro de gravedad está en la misma vertical que la zona en que se produce el impacto entre el perímetro de la tapa y el borde interno de la capsula; esta estrategia maximiza la efectividad del impacto para producir deformaciones locales en la zona del impacto.

Para llevar a cabo estos estudios se utilizará un código de elementos finitos para la modelización y caracterización de accidentes postulado, utilizando la integración explícita para conocer la evolución en el tiempo del fenómeno, esto se efectuará con el programa ABAQUS/EXPLICIT (HKS, 1997).

El comportamiento de la cápsula durante el impacto se determina con una previa discretización de la estructura por elementos finitos, basándose en hipótesis del problema como planos de simetría, etc.

# ÍNDICE GENERAL

	<b>Pág.</b>
RESUMEN.....	II
ÍNDICE GENERAL.....	III
ÍNDICE DE FIGURAS.....	IV
ÍNDICE DE TABLAS.....	V
INTRODUCCIÓN.....	1
I. ANTECEDENTES.....	3.
1.1. Almacenamiento geológico profundo.....	3
1.2. Operaciones de manejo en Instalaciones de Superficie y Subterráneas.....	7
1.3. Comportamiento de los m.....	10
1.4. Fluencia plástica.....	13
1.5. Vibraciones de cuerpos elásticos.....	15
1.5.1. Introducción.....	15
1.5.2. Modos y frecuencias naturales de vibración de los cuerpos elásticos.....	15
1.5.3 Impacto longitudinal.....	21

<b>II. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....</b>	<b>26</b>
<b>2.1. Introducción .....</b>	<b>26</b>
<b>2.2. Geometría .....</b>	<b>28</b>
<b>2.3. Estudios de Sensibilidad.....</b>	<b>28</b>
<b>2.4. Materiales .....</b>	<b>31</b>
<b>2.5. Criterios de Aceptabilidad.....</b>	<b>34</b>
<b>III. METODOLOGÍA.....</b>	<b>36</b>
<b>3.1. El método de los Elementos Finitos .....</b>	<b>36</b>
3.1.1. Introducción .....	36
3.1.2. Sistema discreto general.....	40
3.1.3. Generalización de los conceptos de Elementos Finitos .....	41
3.1.4. Equivalencia entre las ecuaciones diferenciales y formas integrales dbbiles.....	44
3.1.5. Aproximación a formulaciones integrales: Método de los Residuos Ponderados .....	46
3.1.6. Problemas no lineales.....	48
3.1.7. Solución a los problemas no lineales .....	49
3.1.8. Mbtodos incrementales .....	50
<b>3.2. Código ABAQUS.....</b>	<b>50</b>
3.2.1. Introducción.....	50
3.2.2. Descripción.....	51

3.2.3. Proceso para la resolución de un problema por ABAQUS .....	52
3.3. Método de Integración Explícita .....	61
3.3.1. <b>Criterios</b> de selección entre el Método Explícito y el <b>Método</b> Implícito .....	61
3.3.2. Descripción del Método Explícito .....	64
IV. MODELIZACIÓN .....	66
4.1. Hipótesis .....	66
4.2. Geometría .....	67
4.3. Materiales .....	71
4.4. Condiciones iniciales y de contorno .....	72
V. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	74
5.1. Impacto axisimétrico .....	74
5.1.1. <b>Evolución</b> del fenómeno .....	74
5.1.2. Cápsula con <b>10</b> cm de espesor .....	75
5.1.3. Cápsula con <b>8</b> cm de espesor .....	83
5.1.4. Cápsula con <b>12</b> cm de espesor .....	90
5.2. Impacto oblicuo .....	95
5.2.1. Cápsula con <b>10</b> cm de espesor .....	98
VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	107

<b>6.1. Conclusiones .....</b>	<b>107</b>
<b>6.1.1. Impacto axisimétrico .....</b>	<b>107</b>
<b>6.1.2. Impacto oblicuo.....</b>	<b>109</b>
<b>6.2. Recomendaciones .....</b>	<b>110</b>
<b>APÉNDICES .....</b>	<b>111</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>116</b>

## ABREVIATURAS

AGP	Almacenamiento Geologico Profundo
cm	Centimetro
E.T.S.I	Escuela Técnica Superior de Ingenieros
ENRESA	Empresa Nacional de Residuos Radiactivos <b>S.A.</b>
Fig.	Figura
GPa	Giga Pascal
HKS	Hibbit Karlsson & Sorensen
kg	Kilogramo
kJ	Kilo Joule
l	Longitud
m	Metro
m/s	Metro por segundo
m <sup>3</sup>	Metro cubico
MN	Mega Newton
MPa	Mega Pascal
ms	Milisegundos
N	Newton
Pa	Pascal
<b>RAA</b>	Residuos de <b>Alta</b> Actividad
<b>RBM</b>	Residuos de Baja <b>y</b> Media Actividad
s	Segundo
SI	Sistema Internacional

## SIMBOLOGÍA

$\ddot{a}_{n+1}$	=	Aceleración en n+1
A	=	Area de impacto
$q_i^c$	=	Conjunto de cantidades de cada elemento
v	=	Conjunto de funciones arbitrarias
$w_l$	=	Conjunto de funciones independientes
$C_{n+1}$	=	Continuidad
$E_p$	=	Deformación permanente
$E_c$	=	Deformación Recuperada
$\Delta t$	=	Delta Tiempo
$\rho$	=	Densidad
$a_{n+1}$	=	Desplazamiento en n+1
$\delta$	=	Diferencial
$\Omega$	=	Dominio de la función
$\Gamma$	=	Dominio de las condiciones de contorno
e	=	Elemento
$T_s$	=	Esfuerzo de fluencia
$\sigma_{m\acute{a}x}$	=	Esfuerzo máximo de compresión
e	=	Espesor del cuerpo percusor
F	=	Fuerza de impacto
u	=	Función desconocida
P(a)	=	Función incognita no lineal
$G_l$	=	Funciones conocidas del dominio de la función
$g_l$	=	Funciones conocidas del dominio de las condiciones de contorno

$N$	=	Funciones de forma
$\int$	=	Integrales
$T_e$	=	Límite elástico
$m$	=	Masa del cuerpo que choca
$M$	=	Matriz de masa
$k$	=	Matriz de rigidez
$\nu$	=	Módulo de Poisson
$E$	=	Módulo de Young
$a_i$	=	Parámetros discretos del sistema
$A(u)$	=	Sistema de ecuaciones de la función desconocida en el dominio de la función
$B(u)$	=	Sistema de ecuaciones de la función desconocida en el dominio de las condiciones de contorno.
$\Psi$	=	Sistema de ecuaciones no lineal
$r$	=	<b>Suma</b> de fuerzas de <b>reacción</b>
$\Sigma$	=	Sumatoria
$t$	=	Tiempo que dura el impacto
$\hat{u}$	=	<b>Vector</b> columna de la función
$v$	=	Velocidad de impacto
$c$	=	Velocidad de propagación de ondas
$v_i$	=	Velocidad de rebote
$a_{n+1}$	=	Velocidad en $n+1$

## ÍNDICE DE FIGURAS

		<b>Pág.</b>
Figura 1.1	Curva esfuerzos-deformaciones idealizada. típica de un metal .....	12
Figura 1.2	Curva esfuerzos-deformaciones de un cuerpo ideal que se comporta primero elástica y después plásticamente .....	14
Figura 1.3	<b>Modo</b> de vibracion No 4 de la tapa .....	18
Figura 1.4	Modo de vibracion No 5 de la tapa .....	18
Figura 1.5	<b>Modo</b> de vibracion No 6 de la tapa .....	19
Figura 1.6	<b>Modo</b> de vibracion No 7 de la tapa .....	19
Figura 1.7	Modo de vibracion No 8 de la tapa .....	20
Figura 1.8	<b>Modo</b> de vibracion No 9 de la tapa .....	20
Figura 1.9	<b>Modo</b> de vibración No 10 de la tapa .....	21
Figura 1.10	Impacto longitudinal .....	23
Figura 2.1	Cápsula de almacenamiento .....	28
Figura 2.2	Comportamiento elasto-plástico del material .....	33
Figura 3.1	Diagrama del proceso para la resolución de un problema por ABAQUS .....	53
Figura 4.1	Mallado de la capsula para el impacto axisimétrico .....	68
Figura 4.2	Mallado de la capsula para el impacto oblicuo .....	69
Figura 4.3	Detalle del impacto oblicuo .....	70
Figura 5.1	Evolución de energías durante el evento (10 cm espesor) .....	76
Figura 5.2	Historia de velocidades en 3 puntos de la periferia (10 cm espesor) ..	78
Figura 5.3	Fuerza desarrollada entre tapa y pared (10 cm de espesor) .....	79

Figura 5.4	Fuerza desarrollada en la base de la chpsula ( $e=10$ cm).....	82
Figura 5.5	Evolución de energías durante el evento (8 cm espesor).....	84
Figura 5.6	Historia de velocidades en 3 puntos de la periferia (8 cm espesor)...	85
Figura 5.7	Fuerza desarrollada entre tapa y pared (8 cm de espesor).....	87
Figura 5.8	Fuerza desarrollada en la base de la chpsula ( $e=8$ cm).....	89
Figura 5.9	Evolución de energías durante el evento (12 cm espesor).....	91
Figura 5.10	Historia de velocidades en 3 puntos de la periferia (12 cm espesor)..	92
Figura 5.11	Fuerza desarrollada entre tapa y pared (12 cm de espesor).....	94
Figura 5.12	Fuerza desarrollada en la base de la chpsula ( $e=12$ cm).....	96
Figura 5.13	Evolución de energía desarrolladas durante el impacto oblicuo.....	99
Figura 5.14	Distribución de la energía de deformación .....	100
Figura 5.15	Deformación plástica de la tapa .....	101
Figura 5.16	Deformación plástica de la cápsula .....	102
Figura 5.17	Historia de velocidades en 3 puntos de la periferia .....	104
Figura 5.18	Fuerza desarrollada entre la tapa y pared ( $e=10$ cm).....	105
Figura 5.19	Fuerza desarrollada en la base de la cápsula ( $e=10$ cm).....	106

## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla # I	Modos y frecuencias de vibración de la tapa de la cápsula de almacenamiento.....17
Tabla # II	Medidas de la capsula vacía.....29
Tabla # III	Medidas de la tapa de la capsula.....29
Tabla # IV	Variaciones paramétricas consideradas.....30
Tabla # V	Parámetros necesarios para la caracterización dinámica de la cápsula.....32

## INTRODUCCIÓN

La presente tesis se ha desarrollado gracias a la colaboración del Departamento de Ingeniería de Materiales de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas de la Universidad Politécnica de Madrid, España. El contenido de este proyecto se basa en la problemática general del almacenamiento de residuos radiactivos.

Hoy en día los principales temas en que se centra la investigación están dirigidos al almacenamiento definitivo de residuos radiactivos de alta actividad. Esta es la opción científica y tecnológica más segura para garantizar el confinamiento de dichos residuos, durante el tiempo necesario para que su eventual retorno a la biósfera no suponga un riesgo indebido a las personas y al medio ambiente. Esta opción consiste en el almacenamiento de los residuos en formaciones geológicas profundas con adición de un sistema de barreras múltiples.

En la actualidad aún no está funcionando en el mundo ninguna instalación industrial de almacenamiento definitivo de residuos radiactivos de alta actividad.

En España, ENRESA (Empresa Nacional de Residuos Radiactivos S.A.) y la colaboración de centros de investigación entre ellos la E.T.S.I. Minas de la UPM, están procediendo a estudiar las características y el comportamiento de los diversos elementos que en su día se verían involucrados en la construcción y operación de un almacenamiento geológico profundo para los residuos radiactivos de alta actividad.



Entre los múltiples elementos a considerar se encuentra la cápsula o contenedor en la que se ubicarían los residuos radiactivos.

Esta tesis se refiere específicamente al estudio del comportamiento de dicha cápsula, el cual se centra en un primer concepto genérico de la misma ya que su diseño aún está por especificarse. Dicho estudio se basa en accidentes postulados cuyo objetivo es descubrir los posibles problemas a tomarse en cuenta en la búsqueda de soluciones y criterios sobre los que se basará el diseño racional de la misma.

El presente proyecto analiza uno de estos accidentes, el que se produce con la caída de la tapa de la capsula sobre el cuerpo de la misma.

# I. ANTECEDENTES

## 1.1. Almacenamiento Geológico Profundo

Se considera Residuo Radiactivo a cualquier material o producto de desecho que contiene o está contaminado con radionucleidos en concentraciones o niveles de actividad superiores a los establecidos por las autoridades competentes, para el cual **no** está previsto ningún uso.

Estos se generan principalmente en la producción de energía eléctrica de origen termonuclear y en la utilización de radioisótopos en actividades como la industria, medicina, agricultura, investigación, etc. (1).

Muchos países del mundo, entre los cuales está España, realizan desde hace algunos años la Gestión de los Residuos Radiactivos.

La Gestión de Residuos Radiactivos es toda actividad administrativa, económica y técnica necesaria para la manipulación, tratamiento, acondicionamiento, transporte y almacenamiento de residuos radiactivos, cuyo objetivo es proteger a las personas y al medio ambiente de las radiaciones que emiten los radionucleidos contenidos en los residuos (2). Los residuos radiactivos desde el punto de vista de la Gestión se dividen en dos grupos:

- Residuos radiactivos de baja y media actividad (**RBM**): son los que tienen una intensidad de desintegración baja, radionucleidos emisores beta-gamma con periodos de semidesintegración inferiores a 30 años y contenido limitado en emisores alfa de vida larga.
- Residuos de alta actividad (RAA): son aquellos que tienen una alta intensidad de desintegración, contienen radionucleidos emisores alfa de vida larga en concentraciones apreciables con un periodo de semidesintegración superior a los 30 años; se caracterizan por la generación de calor.

Una solución natural para proteger a las personas y al medio ambiente de las radiaciones que emiten los radionucleidos contenidos en los residuos radiactivos

consiste en aislarlos, durante los períodos en que permanezcan activos, que pueden ser desde semanas hasta miles de años. De esta manera se logra que no salgan a la biosfera y que no puedan llegar al ser humano.

El aislamiento se basa en interponer una serie de barreras artificiales (matrices de inmovilización, paredes de hormigón, arcillas especiales, etc.) y naturales (formaciones geológicas) entre los residuos y la biosfera. Estas barreras impiden la llegada de los radionucleidos al ser humano o la retardan hasta que los residuos hayan perdido su actividad.

Para mantener aislados los residuos radiactivos del medio ambiente durante el período que dura su peligrosidad potencial se han propuesto varias opciones, que dependen del tipo de residuo. La más razonable, hacia la que apuntan los países avanzados es el almacenamiento subterráneo, que puede tener lugar cerca de la superficie para los residuos de baja y media actividad y en formaciones geológicas más profundas para los de alta actividad.

El almacenamiento de los residuos de baja y media actividad está resuelto en el ámbito industrial, ya que existen instalaciones con amplia capacidad que están operando satisfactoriamente.

Hoy en día los principales temas en que se centra la investigación están dirigidos al almacenamiento definitivo de los residuos radiactivos de alta actividad. Esta

opción consiste en el almacenamiento de los residuos en formaciones geológicas profundas con adición de un sistema de barreras múltiples.

En la actualidad, aún no está funcionando en el mundo, es decir no hay en operación, ninguna instalación industrial de almacenamiento definitivo de residuos de alta actividad.

Para hacer frente a este reto tecnológico, **ENRESA** comenzó desde 1990 una serie de actividades y estudios encaminados a la definición de un sistema de almacenamiento adecuado.

Estas actividades forman parte del llamado Proyecto AGP, y como resultado de dichos estudios se dispone de un concepto preliminar de este tipo de almacenamiento que define a un Almacenamiento Geológico Profundo como el aislamiento de los residuos mediante un conjunto de barreras múltiples dispuestas en serie colocadas en un lugar adecuado o repositorio (Ver apéndice **A**).

El repositorio se localizará a **500** metros de profundidad para proteger a los residuos almacenados contra acontecimientos y procesos externos, en una formación alojante (granito, arcilla y sal) cuyas propiedades restrinjan el deterioro de las barreras y el transporte de radionucleidos desde el repositorio al medio ambiente.

El sistema de barreras múltiples para un Almacenamiento Geológico Profundo se compone de los residuos mismos en su matriz, la cápsula que los alberga, el material de relleno y sellado, las construcciones de sellado del campo próximo a los residuos, la formación alojante, el material o terreno de recubrimiento y los estratos circundantes.

El AGP constará de una serie de instalaciones a construir tanto en superficie como a profundidad, así tenemos:

- Las Instalaciones de Superficie que incluyen centros de recepción, tratamiento y manejo de residuos radiactivos de alta actividad (Ver apéndice B).
- Las Instalaciones Subterráneas que constituyen la infraestructura del repositorio, que incluye las galerías para el almacenamiento definitivo de RAA donde serán emplazadas las cápsulas (Ver apéndice C).

## 1.2. Operaciones de Manejo en Instalaciones de Superficie y Subterráneas

La cápsula de almacenamiento final será sometida en las instalaciones de superficie del repositorio a distintas operaciones de manejo, que comenzarán en el área de almacenamiento de cápsulas vacías y terminarán cuando la cápsula esté colocada sobre el vehículo de transporte que la conducirá a las instalaciones subterráneas de almacenamiento(3).



El combustible gastado llegará al emplazamiento en contenedores de transporte desde la central nuclear por ferrocarril o carretera. Los contenedores de transporte se descargan del vehículo en la *sala de recepción*, la recepción se inicia con una serie de controles administrativos y de descontaminación externa a vehículos y contenedores a su entrada. Luego el contenedor de transporte es trasladado a la *sección de almacenamiento* por medio de un puente grúa. En esta sección los contenedores de transporte se disponen verticalmente y espaciados con el fin de mantener una temperatura de trabajo dentro de los límites operacionales y así facilitar las operaciones de inspección.

~~Posteriormente~~ los contenedores de transporte son llevados a una zona de *preparación*, que consiste en quitar los pernos de la tapa exterior, quitar la tapa exterior y montar un adaptador necesario para poder retirar la tapa interior del contenedor de transporte en la celda de encapsulado.

Una vez preparado el contenedor de transporte, se lo lleva a un área funcional llamada celda caliente o *celda de encapsulado* cuyo propósito es transferir el residuo desde el contenedor de transporte a la cápsula de almacenamiento definitivo donde son introducidos mediante un equipo de control remoto.

Una vez cargada la cápsula con los residuos, se procede a la colocación de la tapa por medio de un puente grúa, para luego ser llevada a otra celda caliente,

donde es sellada definitivamente a la tapa mediante soldadura por haz electrónico.

La soldadura es inspeccionada y, de ser necesario, se somete a la cápsula sellada a un proceso de descontaminación.

Tras la inspección y el proceso de descontaminación se traslada la cápsula a una *zona de almacenamiento temporal* dentro de un sobreenvase blindado cerrado con pernos. Las cápsulas se almacenan en posición vertical a una distancia que garantice el mantenimiento de la temperatura dentro de los límites operacionales, **sin recurrir a sistemas de ventilación forzada**. Desde aquí la cápsula es llevada al repositorio por una rampa de acceso en el vehículo de transporte subterráneo (Ver apéndice D).

En las Instalaciones Subterráneas, se han preparado galerías de almacenamiento mediante la colocación de bloques de bentonita compactada. Estos bloques llenarán completamente la galería, a excepción de un espacio cilíndrico en el centro, con diámetro ligeramente superior al de la cápsula.

Los bloques se mantienen en posición mediante un **tubo** de acero perforado, en el cual se insertará la cápsula. En la parte frontal del sobreenvase hay una compuerta que se abre en contacto con otra compuerta de igual características en el frente de la bentonita.

La cápsula se introduce en el espacio cilíndrico rodeado por el **tubo** de acero perforado mediante un pistón hidráulico. Una vez emplazada la cápsula, se introduce un tapón de bentonita compactada en el citado **tubo** de acero para así separar las cápsulas entre sí.

Finalizada esta operación, se puede iniciar el emplazamiento de la siguiente cápsula. Una vez colocadas todas las cápsulas en la galería, la entrada a la misma se rellena con bloques de bentonita compactada y se coloca un tapón de hormigón (Ver apéndice C).

### 1.3. Comportamiento de los Metales

La respuesta de un metal a un incremento continuo de cargas a temperatura constante, es por lo general del tipo representado en la fig. 1.1 (4). La curva de esfuerzos-deformaciones, después de un tramo rectilíneo **OA** que revela un comportamiento *elástico*, se encorva en un **ramo** AB de comportamiento mecánico irregular (inelástico). El siguiente tramo BR se caracteriza por ser también curvilíneo, pero mucho más tendido que el anterior, lo que significa que, con incrementos muy pequeños de los esfuerzos, se obtienen grandes deformaciones (comportamiento plástico).

Este tramo termina donde el material, debido al exceso de carga, sufre una fractura (punto R), que puede, eventualmente, consistir sólo en la aparición de un sistema de grietas microscópicas, **pero** que destruye la continuidad del medio.

El esfuerzo  $T_e$ , correspondiente al punto **A**, se llama límite elástico; el esfuerzo  $T_s$ , que corresponde al punto B, se llama esfuerzo de fluencia (plastificación). La determinación rigurosa de estos límites es prácticamente imposible. La dificultad para el primero se deba a que la ley hookeana de proporcionalidad esfuerzos-deformaciones en el rango elástico es cierta **para** mediciones ordinarias, pero es discutible con mediciones sumamente precisas; así que resulta ilusorio querer encontrar “exactamente” el **punto** en que la proporcionalidad deja de subsistir.

El punto de fluencia B, por su parte, sería fácil de localizar si la fluencia fuera completa, **es** decir, si después de B la curva se volviera paralela al eje de las deformaciones; pero en los metales aparece un fenómeno, llamado de endurecimiento por deformación (trabajo), debido al cual la curva BR sigue subiendo, lo que significa que hay que seguir aumentando, aunque sea poco, los esfuerzos, para lograr mayores deformaciones.

En la práctica el punto B se fija sobre la base de una convención trazada por B, corte al eje de las deformaciones en una abscisa  $E_0$  conveniente que por lo general, se toma igual a 0.002. La verdadera diferencia entre la condición elástica y la plástica **esta** en que en la condición plástica aparecen efectos de histéresis, por los cuales el esfuerzo es una función hereditaria de la deformación, mientras no lo es en la primera. Para explicar mejor, siempre con referencia a la figura 1.1, si aumentando paulatinamente las cargas llegamos de

O a M dentro del tramo elástico, y después reducimos las cargas hasta cero, primero crecen y después se reducen hasta desaparecer, siguiendo la misma ley lineal; es decir, que el mismo camino OM se sigue durante el ascenso y el descenso. Pero si llegados a C en el tramo plástico, descargamos rápidamente, la línea de descarga será CD, con buena aproximación paralela a OM.

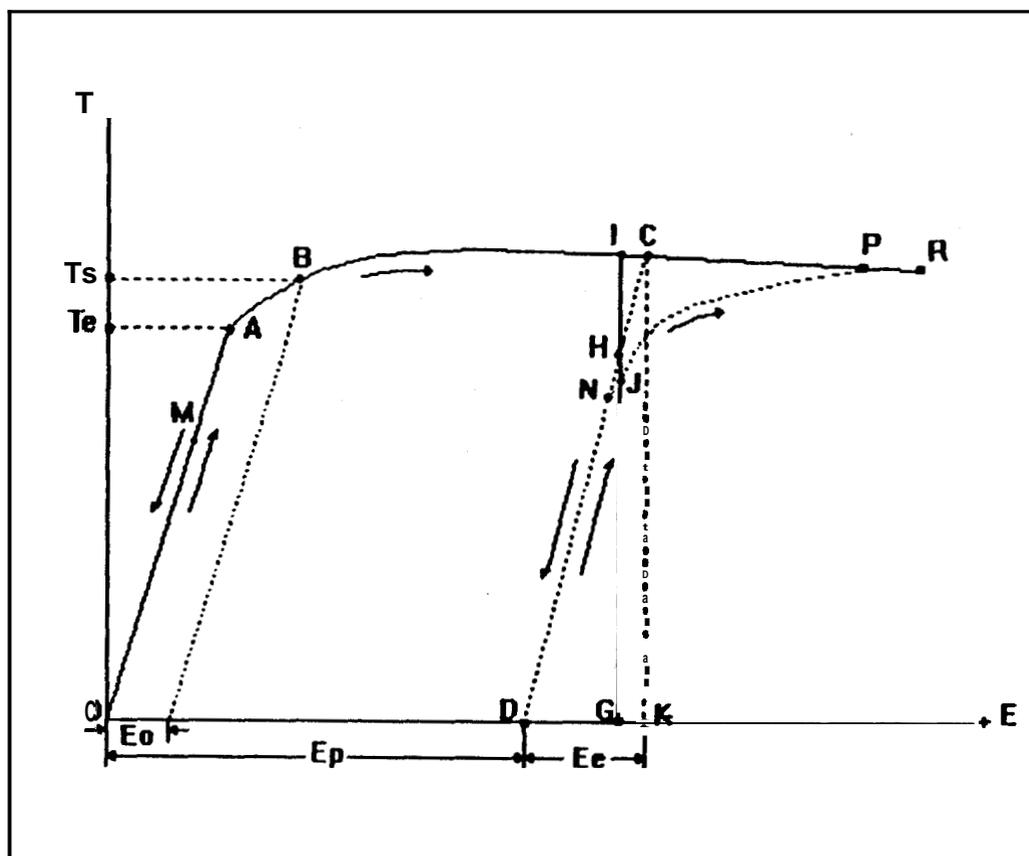


Figura 1.1

Curva esfuerzos-deformaciones idealizada, típica de un metal

Así cuando **ya** no hay carga (punto D), queda una deformación permanente  $E_p = OD$ , mientras **que** la deformación recuperada es  $E_e = DK$ . Si a partir de D **se**

vuelve a cargar, se llega elásticamente a N, pero después la curva se desvía por NP, para alcanzar en P la curva original.

Así, a una misma deformación OG pueden corresponder tres esfuerzos diferentes GH, GI y GJ, según la historia previa de las cargas y descargas a la cual se sujetó el material.

Esto se debe a que la deformación plástica produce un trabajo en frío que cambia las propiedades del material mismo. Si una nueva carga encuentra una respuesta diferente, es porque, de hecho, ya no es el mismo material el que responde, sino un material cuyas características han sido modificadas por la cantidad y la naturaleza del trabajo en frío realizado (5).

#### 14. Fluencia Plástica

Si el comportamiento de un material metálico interesa o bien cuando en alguna forma se limitan sus deformaciones, dejándolas variar solo en el rango elástico, o cuando se desea obtener grandes deformaciones trabajando en frío (procesos de moldeo, extrusión, laminación, etc.), es a menudo aceptable acudir a un modelo idealizado muy sencillo. Este modelo consiste en suponer el diagrama esfuerzos-deformaciones compuesto de dos segmentos rectilíneos: uno OA, que es la fase elástica y el otro OB, que es la plástica (6). Si se puede despreciar por deformación, el segundo segmento resulta horizontal (Ver fig. 1.2).

Lo anterior implica que en la fase plástica idealizada:

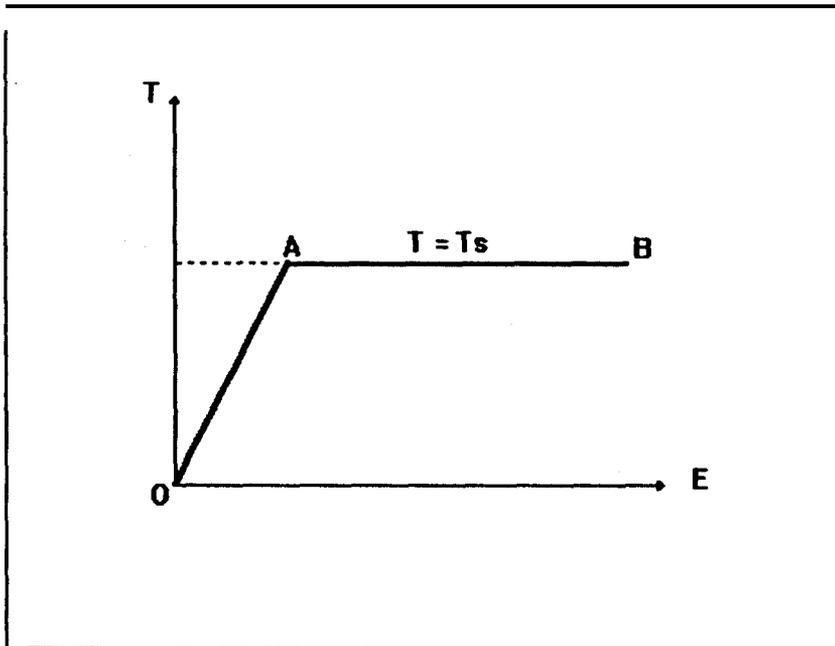


Figura 1.2

**Curva esfuerzos-deformaciones de un cuerpo ideal que se comporta primero elástica y después plásticamente.**

- a) En cada punto del medio el esfuerzo distorsional máximo se mantendrá constante igual al límite de fluencia  $T_s$ .
- b) No hay esfuerzos isotrópicos, de modo que el material no cambia su volumen (incompresibilidad).

Cuando las fuerzas aplicadas a un medio son tan grandes que en alguna parte de él se alcanza el límite de fluencia, allí se produce la plástificación. Es decir se produce cuando al alcanzarse el valor límite y mientras dure el estado plástico, la

energía de deformación se conserva constante a este valor, lo que hace que el cortante octaédrico sea constante durante todo el proceso. Esta condición se conoce como Criterio de Von Misses (7)

## 1.5. Vibraciones de cuerpos elásticos

### 1.5.1. Introducción

Al tratar de las vibraciones de un cuerpo elástico, se supondrá que el material del cuerpo es homogéneo, isotropico y que sigue la ley de Hooke, en los cuerpos elásticos en lugar de tener varias masas concentradas, se tiene un sistema consistente de un numero infinitamente grande de particulas entre las cuales actúan fuerzas elásticas(8).

Este sistema requiere un numero infinitamente grande de coordenadas para determinar su posición y tiene en consecuencia un numero infiriito de grados de libertad, por lo que cualquier pequeño desplazamiento, puede ser tomndo como un desplazamiento virtual o posible. Sobre esta base se ve que un cuerpo elástico puede tener un numero infinito de modos de vibración.

### 1.5.2. Modos y frecuencias naturales de vibración de los cuerpos elásticos

Todo cuerpo posee un espectro propio de vibracion, con modos de vibración y frecuencias de vibracion naturales. Esíós modos y frecuencias

no dependen de la carga a la que sea sometido el material y representan de que manera la energía que se aplica al cuerpo se descompone en varios movimientos vibratorios propios de este (9).

Puede afirmarse, que los **modos** de vibración son la base de vectores linealmente independientes en los **que** se descompone la función movimiento vibratorio del material.

Los **modos** y frecuencias de vibración de un cuerpo se conocen al resolver el problema de valores y vectores propios que representan físicamente que las cargas elásticas están en equilibrio con las cargas de inercia. La mayoría de la energía es absorbida por los modos de vibración cuyas frecuencias son más bajas, por lo que no se toman en cuenta aquellas que tienen las frecuencias más altas; la frecuencia de vibración de menor valor se la llama Frecuencia Fundamental.

Un cuerpo se mueve cuando se le aplica una carga, si esta carga que se aplica a un cuerpo es cíclica, pero su frecuencia es menor que un tercio de la frecuencia natural de vibración menor, se dice que es un problema estático, pero si la frecuencia es mayor o varía aleatoriamente, o se aplica a un corto intervalo de tiempo, entonces es un problema dinámico.

Una pequeña parte de esta tesis ha centrado sus estudios en la tapa de cápsula de almacenamiento de residuos radiactivos de **alta** actividad. En

estudios anteriores ENRESA, logra la caracterización dinámica de la tapa a través de la determinación de los modos y frecuencias de vibración más importantes de la tapa.

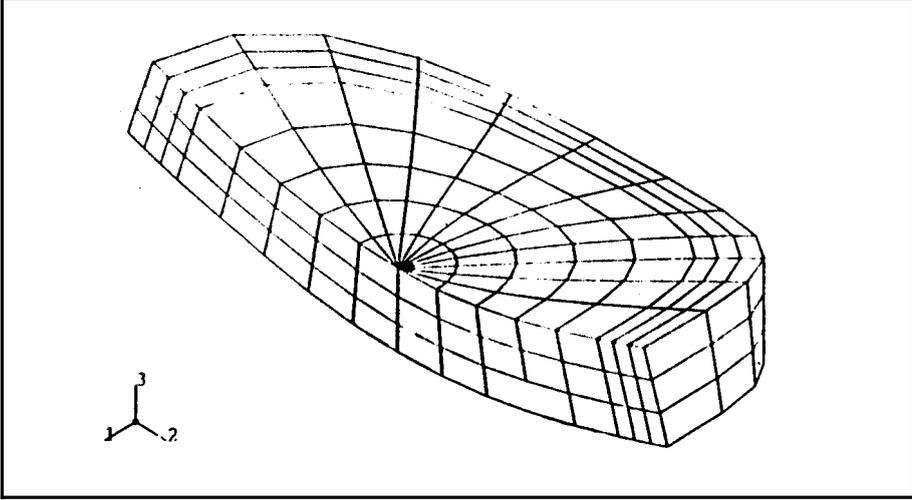
La determinación de estos modos y frecuencias naturales de vibración se realizó utilizando el programa ABAQUS / Standard que emplea un método implícito de elementos finitos. Los resultados son los que aparecen en la tabla 1-1 y en las figuras 1-3 a 1-9, podemos ver claramente los modos de vibración representados.

Modo No.	FRECUENCIAS DE VIBRACION DE LA TAPA (ciclos/ms)		
	8 cm espesor	10 cm espesor	12 cm espesor
1	961.57	1113.76	1190.77
2	1336.76	1558.67	1696.50
3	1685.74	1943.86	2108.70
4	2396.16	2760.47	2926.62
5	2605.29	2940.22	3002.58
6	2932.18	2964.20	3160.25
7	3331.63	3364.27	3416.58
8	3666.29	4069.80	4095.70
9	3670.18	4138.47	4244.92
10	3895.30	4282.65	4329.14

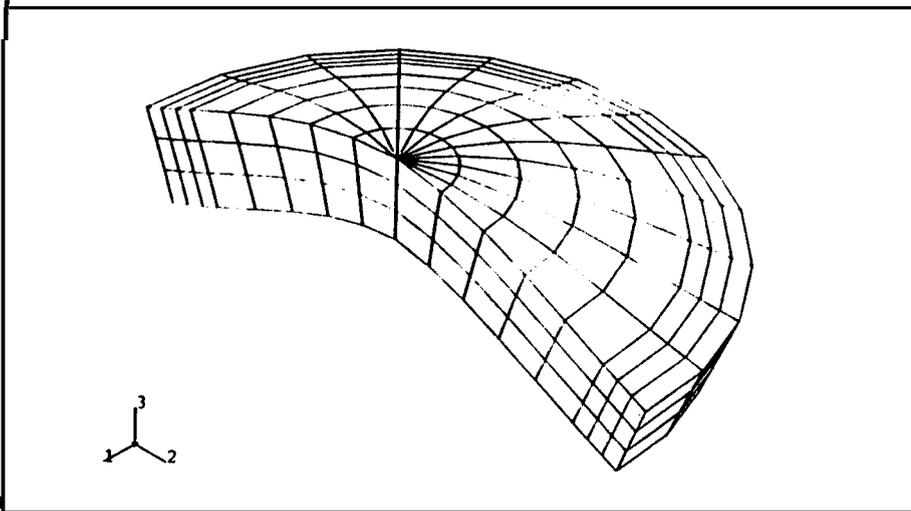
Tabla I

**Modos y frecuencias de vibración de la tapa de la cápsula de almacenamiento.**

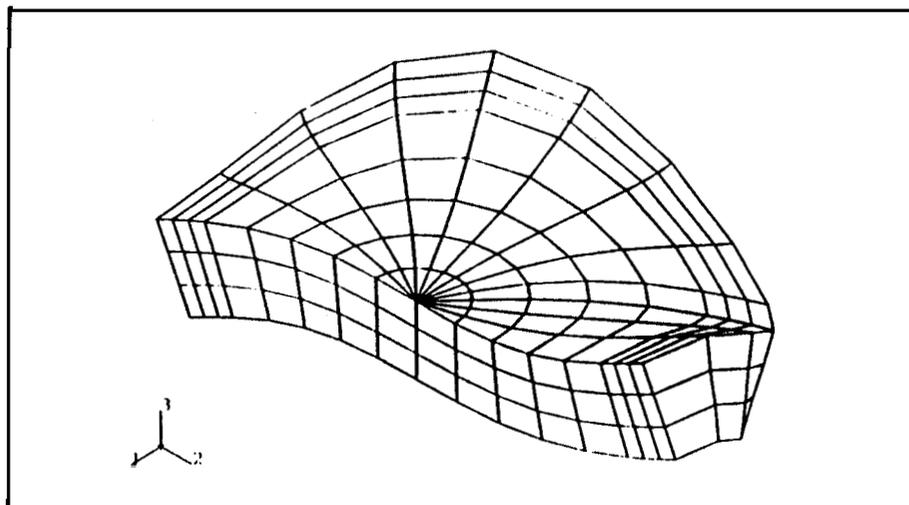




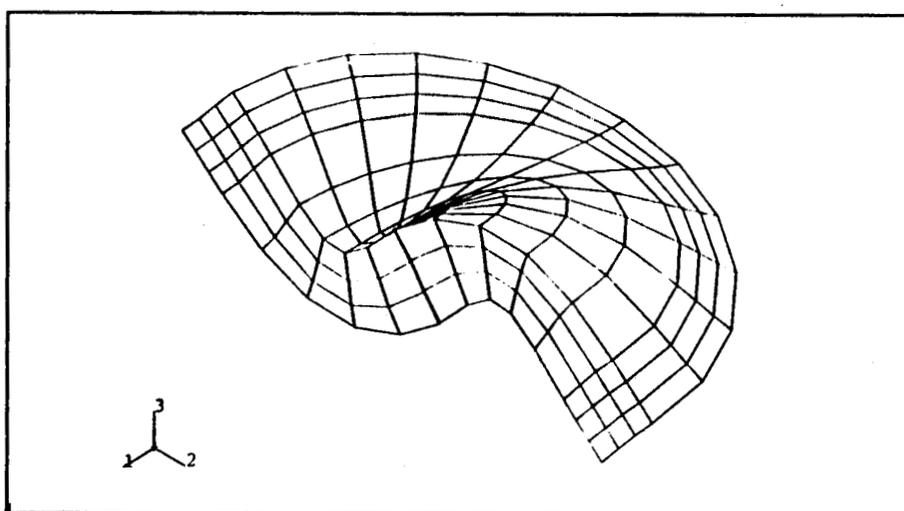
**Fig. 13**  
**Modo de Vibración No. 4 de la tapa**



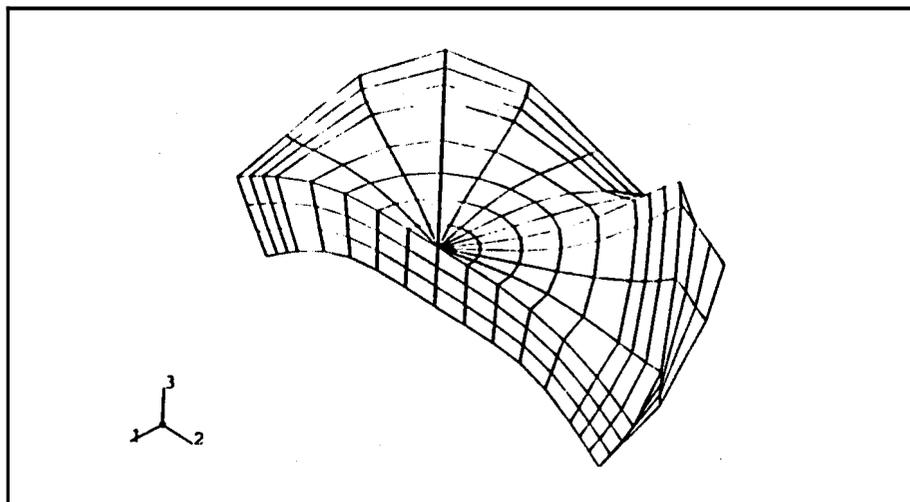
**Fig. 14**  
**Mode de vibración No. 5 de la tapa**



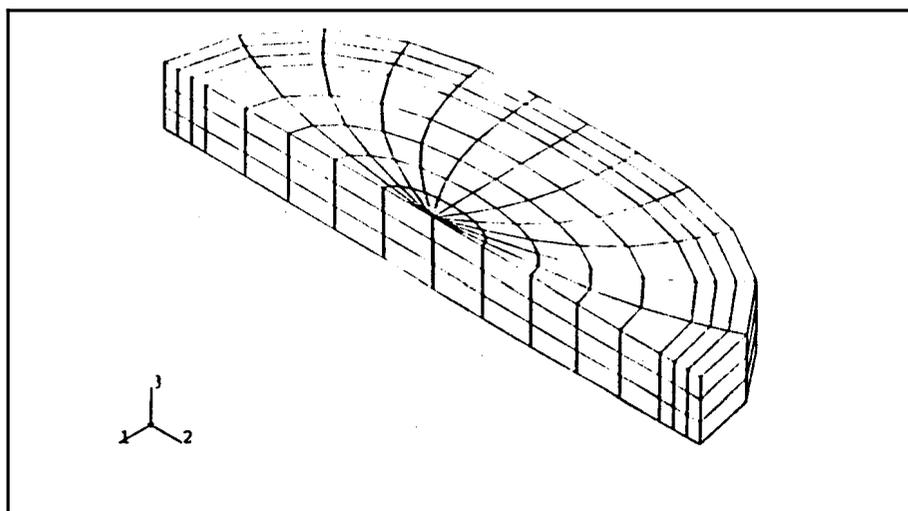
**Fig. 1.5**  
**Modo de Vibración No. 6 de la tapa**



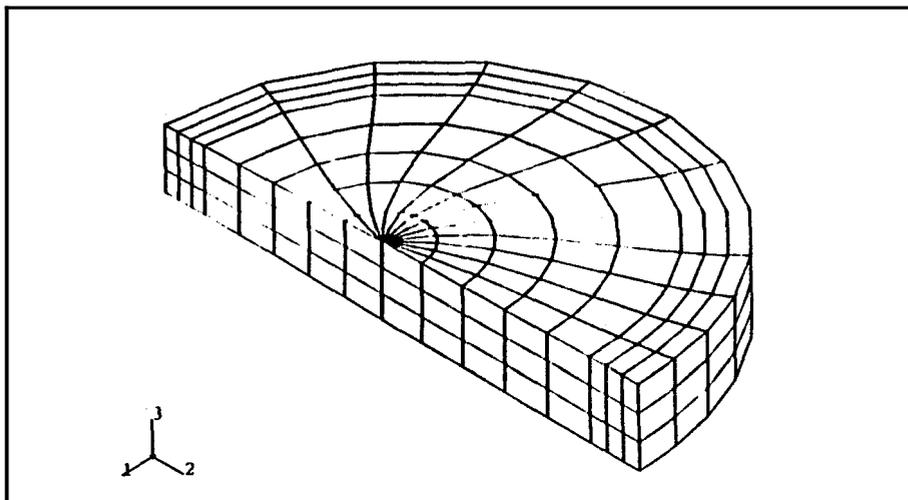
**Fig. 1.6**  
**Modo de vibración No. 7 de la tapa**



**Fig. 1.7**  
**Modo de Vibración No. 8 de la tapa**



**Fig. 1.8**  
**Modo de vibración No. 9 de la tapa**



**Fig. 1.9**

**Modo de Vibración No. 10 de la tapa**

Se han incluido los modos de vibración con **sus** respectivas frecuencias de vibración, menores a **4500** ciclos/ms ya que la energía se distribuye entre dichos modos, despreciándose la energía que se descompone casi por completo según frecuencias mayores

**1.5.3. Impacto Longitudinal**

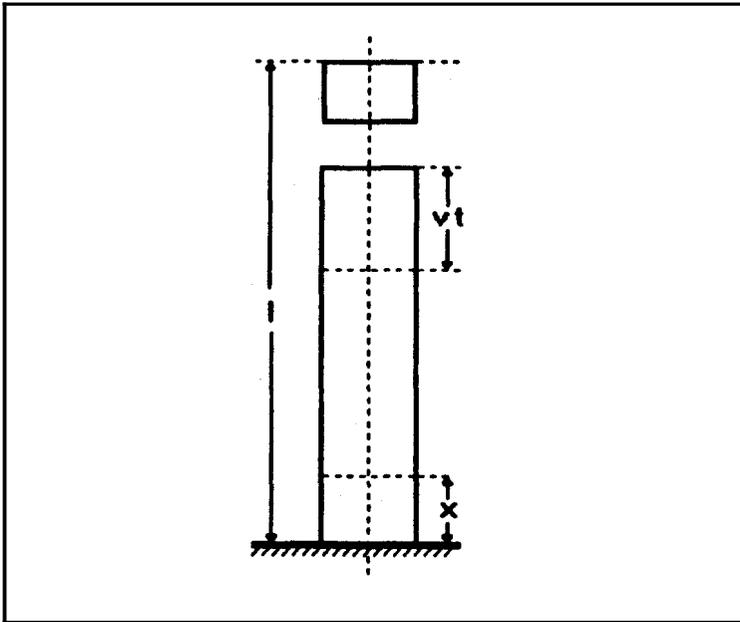
Para el cálculo aproximado de los **esfuerzos** producidos en la cápsula **al** ser golpeada longitudinalmente por la tapa en movimiento, es necesario tomar en cuenta las vibraciones longitudinales de ambas.

Para esto hemos hecho una semejanza de este problema con los impactos longitudinales de barra.

Thomas Young (10), durante el estudio de impactos longitudinales de barras, hizo notar la necesidad de dar mayor atención al efecto de la masa de la barra sobre el impacto longitudinal, demostrando que cualquier cuerpo pequeño, perfectamente rígido, producirá un cambio de forma permanente en la barra durante el impacto, siempre que la razón de la velocidad  $v$  de movimiento del cuerpo percusor a la velocidad  $c$  de propagación de las ondas en la barra, sea mayor que la deformación correspondiente al límite elástico, a la compresión, del material.

A fin de probar esto, asumí que en el momento del impacto (fig. 1-10), se producía una compresión local en la superficie de contacto del cuerpo móvil y la barra, compresión que se propaga a lo largo de la barra con la velocidad de las ondas. Tomando un intervalo de tiempo muy pequeño, igual a  $t$ , tal que durante ese intervalo, la velocidad del cuerpo percusor pueda considerarse como invariable.

Así el desplazamiento del cuerpo será  $vt$  y la longitud de la parte comprimida de la barra será  $ct$ . Consecuentemente la unidad de compresión se hace igual a  $v/c$ . Las vibraciones longitudinales de una barra durante un impacto fueron consideradas por C. Navier, asumiendo en su análisis que después del impacto, el cuerpo en movimiento sigue adherido a la barra por lo menos durante un medio período del modo fundamental de vibración.



**Figura 1-10**  
**Impacto longitudinal**

Logrando determinar que el máximo esfuerzo de compresión durante un impacto se desarrolla en la zona de contacto de los cuerpos. Este esfuerzo de compresión se calcula con suficiente seguridad con la fórmula determinada a partir de la conservación de movimiento. Así, tenemos que al chocar un cuerpo contra otro debe seguir el principio de conservación de movimiento, que expresa como se sabe, que la rapidez de variación respecto al tiempo de la cantidad de movimiento de un sistema mecánico es igual a las fuerzas actuantes.

Dicho principio se aplica tanto a los sistemas<sup>2</sup> rígidos como a los deformables. Para medios deformables teniendo en cuenta tanto a las

fuerzas de cuerpo (cargas intrínsecas) como a las de superficie (cargas de contacto).

$$F = \frac{mv}{t} \quad (1.1)$$

donde:  $F$  = Fuerza del impacto  
 $t$  = tiempo que dura el impacto  
 $m$  = masa del cuerpo que choca  
 $v$  = velocidad de impacto

Sabemos que la **masa** es igual al producto de la densidad del material por el volumen que se ve afectado por el impacto. La longitud que recorren las ondas durante el impacto se calcula multiplicando la velocidad de propagación de las ondas por el tiempo que dura el impacto, de aquí que el volumen es igual a la longitud que recorren las ondas por el área donde se desarrolla el impacto. Quedando nuestra ecuación de la siguiente manera:

$$F = \rho c v A \quad (1.2)$$

donde:  $A$  = superficie de impacto  
 $c$  = velocidad de propagación de las ondas

Gracias a esto podemos determinar el esfuerzo máximo de compresión que se desarrolla durante el impacto, quedando la ecuación:

$$\sigma_{\text{máx}} = \rho c v \quad (1.3)$$

donde:  $\rho$  = densidad del material



$c$  = velocidad de propagación de las ondas

$v$  = velocidad de impacto

El tiempo que duran estas compresiones elevadas es el mismo que tardan las ondas en recorrer (ida y vuelta) el espesor del cuerpo percusor. Así:

$$t = \frac{2e}{a} \quad (1.4)$$

donde:  $e$  = espesor del cuerpo percusor

$a$  = velocidad de propagación

Para conocer las fuerzas que se desarrollan durante el impacto, partimos de la ley de la conservación de movimiento:

$$F = \frac{m(v - v_1)}{t} \quad (1.5)$$

donde :  $m$  = **masa** del cuerpo percusor

$v$  = velocidad de impacto

$v_1$  = velocidad de rebote (en sentido contrario)

$t$  = tiempo que dura el impacto (semiperíodo de oscilación)

## II. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

### 21. Introducción

La Ingeniería de Proyectos **AGP**, en estudios anteriores, identificó como uno de los accidentes potenciales la caída de la **tapa** de la cápsula desde una altura de **1,5 m** sobre el cuerpo de la misma durante las operaciones que se realizan en las instalaciones de superficie.

La tapa puede caer con distintas orientaciones sobre la cápsula. Las de mayor interés para este proyecto son:



- a) Cuando la tapa cae sin girar, manteniendo una orientación horizontal. En este caso la energía es máxima, ya que el espacio de caída se extiende sobre la totalidad de los 1,5 m de altura. Al establecerse el contacto entre la tapa y el borde superior de la cápsula, las fuerzas de contacto se reparten a lo largo del perímetro, minimizando las concentraciones de tensiones y el desarrollo de deformaciones plásticas. El impacto que se produce es axisimétrico. La tapa cae con una velocidad de 5,42 m/s.
- b) Caída de la tapa con orientación oblicua, es decir que el centro de gravedad de la misma, se encuentre en el mismo plano vertical de los puntos de impacto.

La orientación oblicua lleva a una disminución de la altura de caída, debido a que el impacto de la tapa sobre la arista interna de la pared de la cápsula se producirá cuando el centro de gravedad de la tapa se encuentre en el mismo plano vertical que los dos puntos de contacto inicial.

En esta situación se minimiza la transferencia de energía cinética de traslación a la de rotación, con lo que, por otra parte, deberá disiparse en las zonas en que se localiza el impacto.

La tapa tendrá un recorrido de 1.207 m, desplazándose a una velocidad de 4.86 m/s.

## 2.2. Geometría

La chpsula de almacenamiento propuesta representada en la fig. 2.1, tiene una forma cilíndrica, con fondo plano. Las medidas de la cápsula están especificadas en la tabla II.

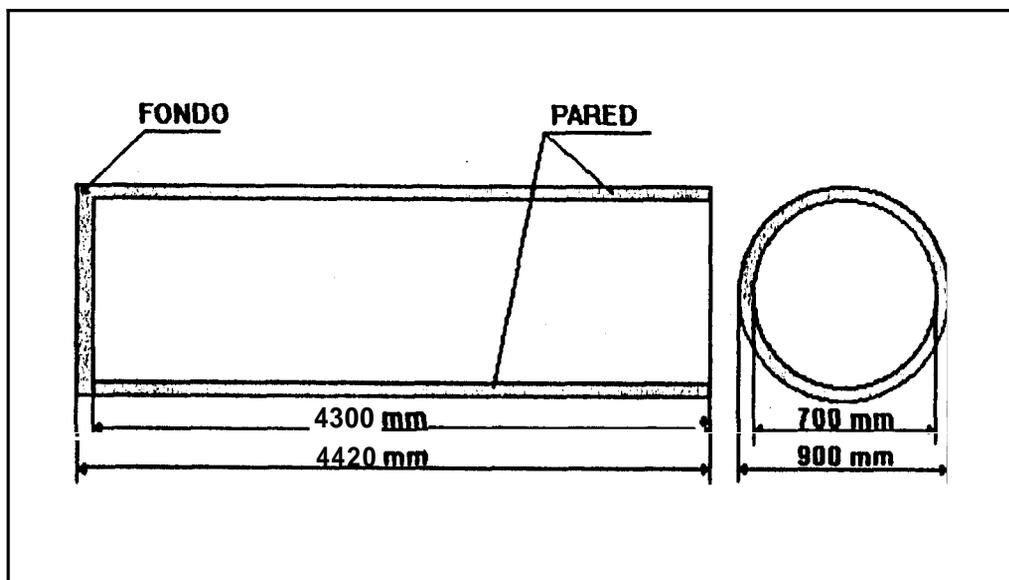


Fig. 2.1

### Cápsula de almaceamiento

La tapa es independiente en el momento del impacto; su geometría es idéntica a la del fondo de la chpsula, sus medidas las podemos apreciar en la tabla III.

## 23. Estudios de sensibilidad

Dado que no existe por el momento un diseño definitivo de la cápsula, se ha considerado de interés el realizar un análisis paramétrico de los efectos del

impacto. Para ello se ha tomado un caso central de análisis, caso que corresponde a las dimensiones más probables de la cápsula, que son las que se presentaron en la sección anterior.

<b>Diámetro externo cápsula</b>	<b>900 mm</b>
<b>Diámetro interno cápsula</b>	<b>700 mm</b>
<b>Longitud externa cápsula</b>	<b>4300 mm</b>
<b>Longitud interna cápsula</b>	<b>4420 mm</b>
<b>Masa de la cápsula vacía y sin tapa</b>	<b>9090 kg</b>

**Tabla II**  
Medidas de la cápsula vacía

<b>Diámetro externo de la tapa</b>	<b>900 mm</b>
<b>Espesor de la tapa</b>	<b>120 mm</b>
<b>Masa de la tapa</b>	<b>600 kg</b>

**Tabla III**  
Medidas de la tapa de la cápsula

La longitud prevista de la capsula es un dato bastante fiable, ya que está lógicamente ligada a la longitud de los elementos combustibles que alojará, dimension que es perfectamente conocida. **No** así los espesores, que están principalmente relacionados con el comportamiento mecánico y estructural **que se** espera de la cápsula.

Estas dimensiones son por tanto más opinables. Con el fin de guiar la adopción de un **espesor** definitivo en el futuro, se ha considerado util analizar el impacto axisimétrico, no sólo el caso central, sino también dos en los que los espesores se han variado un 20%, tanto hacia arriba como hacia abajo.

En esta situación, las características de las tres cápsulas analizadas en el primer caso, son las que se presentan en la tabla IV.

	Espesor de Pared (mm)	Espesor de fondo (mm)	Masa de cápsula sin Tapa (Kg)	Masa de tapa (Kg)
Menor espesor	<b>80</b>	<b>96</b>	<b>7054</b>	<b>438</b>
<b>Caso</b> central	<b>100</b>	<b>120</b>	<b>9090</b>	<b>600</b>
Mayor espesor	<b>120</b>	<b>144</b>	<b>11220</b>	<b>785</b>

**Tabla IV**  
**Variaciones paramétricas consideradas**

## 24. Material—

La cápsula de almacenamiento constituye una de las principales barreras de aislamiento de los residuos radiactivos de alta actividad durante su período de almacenamiento en un yacimiento geológico. El material con que se fabrique condiciona su comportamiento y con ello su eficacia como tal barrera.

Para la selección del material, como en toda aplicación ingenieril, **ENRESA** tomó en cuenta los siguientes factores:

- \* Propiedades mecánicas (resistencia, dureza, tenacidad,...)
- \* Fabricabilidad (conformabilidad, soldabilidad, maquinabilidad,...)
- \* Comportamiento en condiciones de servicios (resistencia a la corrosión, temperatura,...)
- \* Densidad
- \* Aspectos económicos
- \* Reciclabilidad
- \* Aspectos estéticos

La importancia de estos factores depende de cada aplicación. Así los aspectos estéticos y la reciclabilidad son poco importantes en este caso y no se consideraron al momento de la selección del material. Mientras **que** las propiedades mecánicas, fabricabilidad, comportamiento en condiciones de servicio y los aspectos económicos fueron los factores realmente definitivos,

tomando en cuenta que los fenómenos de corrosión van a ser el modo de fallo más probable de una cápsula durante su servicio, es decir que el factor resistencia a la corrosión fue el más relevante a la hora de seleccionar el material. Los materiales contemplados como candidatos fueron el acero al carbón sin dear, acero inoxidable, aleaciones basadas en titanio y aleaciones a base de cobre.

Como resultado de los estudios realizados por **ENRESA** se escogió el acero al carbono sin alear laminado en caliente para la construcción de la cápsula y su tapa, tomando en consideración todos los factores y prediciendo su comportamiento en condiciones de servicio.

Los parámetros necesarios para una caracterización dinámica de la cápsula, son simplemente las propiedades elásticas y la densidad del material, estos valores se presentan en la tabla V.

<b>PARÁMETRO</b>	<b>SIMBOLO</b>	<b>CANTIDAD</b>
Módulo de Young	E	200 GPa
Módulo de Poisson	$\nu$	0.29
Densidad	$\rho$	<b>7850 kg/m<sup>3</sup></b>

Tabla V

4  
5

Parámetros necesarios para la caracterización dinámica de la cápsula

Para el estudio del impacto, sin embargo, resulta necesario describir el comportamiento del acero a mayores niveles de deformación.

El comportamiento mecánico del acero de la cápsula y su tapa, al ir aumentando las deformaciones, se ha considerado elasto-plástico. La parte elástica está regida por los módulos de Young y Poisson ya mencionados, mientras que la parte plástica comienza cuando se cumple con el criterio de Von Mises y presenta una fluencia con endurecimiento isotropico. En la figura 2.2 se encuentra representado gráficamente el comportamiento elasto-plástico del material.

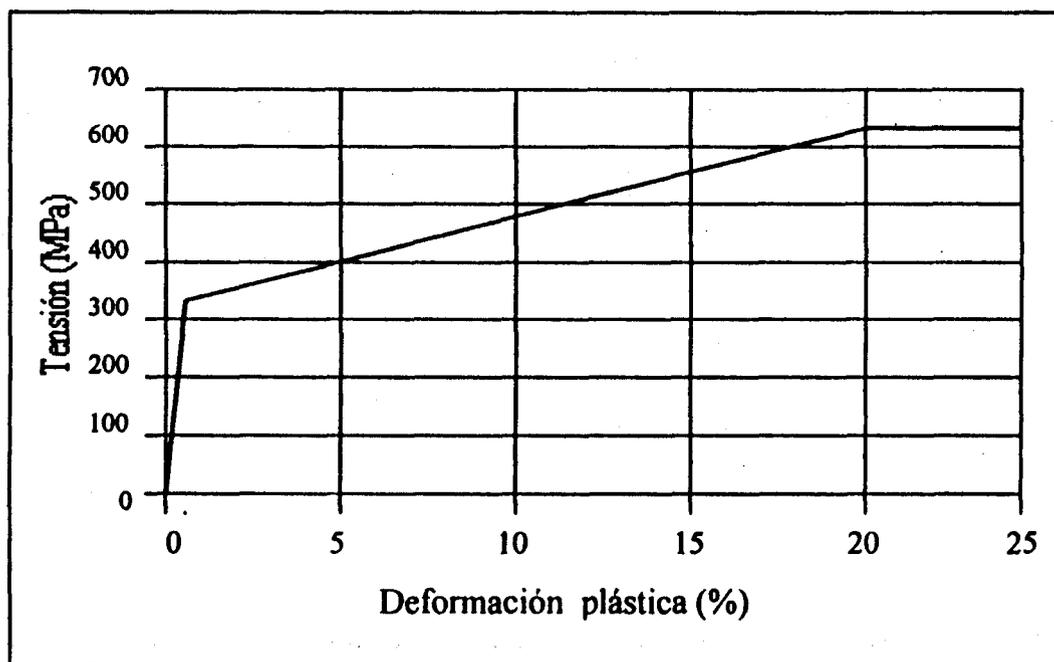


Fig. 2.2

Comportamiento elasto-plástico del material

Puede verse, para un esfuerzo de 320 MPa el material empieza a plastificar; desde este instante, los esfuerzos crecen linealmente con las deformaciones hasta que alcanzan los 620 MPa y las deformaciones son del 20%. A partir de este punto, se asigna al material una plasticidad ideal y no hay más endurecimiento.

## 2.5. Criterios de Aceptabilidad

Tratándose de capsulas vacias, el proyecto está dirigido a estudiar el comportamiento de la cápsula durante los impactos accidentales postulados con el fin de conocer si es posible reutilizarla tras el accidente.

En el caso de capsulas cargadas con residuos radiactivos, habría lógicamente problemas adicionales; Cstos escapan al alcance de la presente tesis pero es claro que el estudio de cápsulas vacias da una primera aproximacion a los fenomenos esperables con capsulas llenas.

A efectos de esta tesis, se considerara que la capsula quede en un estado aceptable tras el impacto si se satisfacen las siguientes condiciones:

- a) No menos del 50% de su espesor quede con deformaciones plásticas nunca mayores del 2%, con lo que se mantiene una buena garantía de estanqueidad.
- b) Las distorsiones de dimensiones son inferiores a 0,5 cm en la cara externa y a 1,0 cm en la interna, lo que permitira realizar sin problemas el resto de sus operaciones previas hasta su emplazamiento AGP.

Debe subrayarse que los criterios anteriores son sólo un ejemplo de criterios ingenieriles preparados a efectos de esta tesis académica y no reflejan necesariamente los criterios industriales que pudiera adoptar ENRESA en su día.

## **III. METODOLOGÍA**

### **3.1, El método de los elementos finitos**

#### **3.1.1. Introducción**

Para poder estudiar problemas ingenieriles muy complejos, resulta conveniente descomponerlos en componentes elementales cuyo comportamiento se conoce, es decir, estudiar el sistema global a través de elementos individuales. La aplicación de esta metodología difiere en los dos tipos de problemas que se presentan: Discretos y Continuos. Los problemas Discretos son aquellos en los que el modelo tiene un número

finito de componentes; estos problemas se resuelven sin dificultad con el computador a pesar de tener muchos elementos.

Los problemas Continuos son los que tienen un número infinito de componentes; este **tipo** de problemas se resuelve mediante operaciones matemáticas basadas en técnicas o métodos de discretización, que se aplican directamente a las ecuaciones diferenciales que rigen el problema. La capacidad finita del computador permite resolver estos problemas únicamente de forma aproximada (1 1).

Hoy en día existen muchos métodos **de discretización**, **que** convierten en discretos los sistemas continuos; la idea **es** que la aproximación a la solución verdadera continua mejora a medida que crece el detalle de la discretización.

El Método de los Elementos Finitos es una técnica de discretización por expresiones matemáticas que comprende la división del continuo (dominio) de definición del problema, en un número finito de elementos (subdominios) **y cuyo** comportamiento se conoce por ecuaciones diferenciales especificadas con un número finito de parámetros.

Las funciones incógnitas se aproximan sobre los elementos finitos (subdominios del continuo) llegando a un sistema de ecuaciones, lineales

o no, cuyas incógnitas y sus derivadas son valores de la función en ciertos puntos llamados **NODOS** .

La solución del sistema completo como ensamblaje de los elementos sigue las mismas reglas que se aplican a los sistemas discretos generales.

El Método de Elementos Finitos es una técnica general que nos permite construir soluciones aproximadas a los problemas de contorno expresados en forma de ecuaciones en derivadas parciales. Se trata de un procedimiento sistemático a través del cual se aproxima una función continua por medio de un modelo discreto; dicho modelo está constituido por valores de la función en un número finito de puntos de su dominio y por la aproximación a trozos de la función sobre un número finito de subdominios.

Se requiere llegar a una forma integral, partiendo de métodos de discretización tales como aproximaciones por diferencias finitas o método de los residuos ponderados, aproximando la función incógnita por elementos finitos. Esta aproximación conlleva una discretización del dominio de la función y del espacio funcional al que pertenece.

Los pasos para la construcción de un modelo de elementos finitos son esencialmente los siguientes:



- a) Identificar un número finito de puntos (nodos), en el dominio de la función en donde se conocen valores de la función.
- b) Discretizar el dominio de la función, es decir representarlo por un dominio aproximador formado por un conjunto finito de subdominios llamados elementos, los cuales se encuentran conectados entre sí.
- c) Discretizar el espacio de la función, es decir sustituirlo por otro de dimensión finita, de esta manera se aproxima la función sobre cada elemento finito por funciones continuas y algunas veces sus derivadas definidas en sus nodos.

La manera como se abordan los problemas discretos nos lleva a otra definición del Método de los Elementos Finitos:

- \* el continuo se divide en un número finito de partes (elementos), cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros y
- \* la solución del sistema completo como ensamblaje de los elementos sigue precisamente las mismas reglas que se aplican a los problemas discretos.

### 3.1.2. Sistema Discreto General

En un sistema *discreto* general, ya sea estructural o de cualquier otra clase, encontramos que:

a) Se define un conjunto de parámetros discretos tales como  $\mathbf{a}_i$  de manera que describan el comportamiento de cada elemento  $\mathbf{e}$  y del sistema conjunto, los cuales se conocen como *parámetros del sistema*.

b) Se expresa para cada elemento, un conjunto de cantidades  $q_i^e$  en función de los parámetros del sistema  $\mathbf{a}_i$ . La relación general puede ser no lineal

$$q_i^e = q_i^e(\mathbf{a}) \quad (3.1)$$

pero en muchos casos será lineal:

$$q_i^e = k_{i1}^e a_1 + k_{i2}^e a_2 + \dots + f_i^e \quad (3.2)$$

c) Las ecuaciones del sistema se obtienen mediante simple adición

$$r_i = \sum_{e=1}^m q_i^e \quad (3.3)$$

donde  $r_i$  son cantidades del sistema que a menudo se les asigna el valor cero. Si el problema es lineal, el resultado será un sistema de ecuaciones:

$$\mathbf{ka} + \mathbf{f} = \mathbf{r} \quad (3.4)$$

tal que:

$$\mathbf{k}_{ij} = \sum_{e=1}^m \mathbf{k}_{ij}^e \quad \mathbf{f}_i = \sum_{e=1}^m \mathbf{f}_{ij}^e \quad (3.5)$$

de donde pueden determinarse las variables  $\mathbf{a}$  del sistema.

Se ha presentado el concepto bbico de aproximación, en donde conjuntos infinitos de cantidades se reducirán a conjuntos finitos.

### 3.1.3. Generalización de los Conceptos de Elementos Finitos

En ingeniería surgen muchos problemas de medios continuos, que generalmente vienen expresados por las correspondientes ecuaciones diferenciales y por condiciones de contorno que se imponen a la función o a las funciones incognitas (12). A continuación se demuestra que este tipo de problemas pueden estudiarse por el método de elementos finitos.

Como primer problema, se trata de determinar una función desconocida  $\mathbf{u}$ , que satisfaga un determinado sistema de ecuaciones diferenciales, expresadas en forma general:

$$\mathbf{A}(\mathbf{u}) = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1(\mathbf{u}) \\ \mathbf{A}_2(\mathbf{u}) \\ \cdot \\ \cdot \end{vmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.6)$$

en un dominio cualquiera  $\Omega$  junto con las condiciones de contorno:

$$\mathbf{B}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1(\mathbf{u}) \\ \mathbf{B}_2(\mathbf{u}) \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

en los contornos  $\Gamma$  del dominio.

La función que se busca puede ser un escalar o un vector de muchas variables, así mismo la ecuación diferencial puede ser una o un sistema de ecuaciones simultáneas.

Siendo el método de elementos finitos un método aproximado, se busca una expresión aproximada a la solución de la forma:

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} = \sum_I \mathbf{N}_I \mathbf{a}_I = \mathbf{N} \mathbf{a} \quad (3.8)$$

donde :  $\hat{\mathbf{u}}$  = vector columna de la función.

$\mathbf{N}_I$  = funciones de forma expresadas en función de variables ( $\mathbf{x}$ ,  
y, etc.).

$\mathbf{a}_I$  = parámetros que pueden ser en su totalidad incógnitas.

**Las** funciones de forma siempre se definen localmente para cada subdominio o elemento y las propiedades de los sistemas discretos se recuperan si las ecuaciones de aproximación se expresan en forma integral. Con esto presente se trata ahora de expresar la ecuación de la

cual hay que obtener los parámetros desconocidos  $\mathbf{a}_j$ , en la siguiente forma integral:

$$\int_{\Omega} \mathbf{G}_j(\mathbf{0}) \delta \Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{g}_j(\mathbf{0}) \delta \Gamma = \mathbf{0} \quad \text{donde } (j = 1-n) \quad (3.9)$$

donde  $\mathbf{G}_j$  y  $\mathbf{g}_j$  representan funciones u operadores conocidos

Estas formas integrales nos ayudan a obtener la aproximación elemento por elemento. Si las funciones  $\mathbf{G}_j$  y  $\mathbf{g}_j$  son integrables tendremos que:

$$\int_{\Omega} \mathbf{G}_j \delta \Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{g}_j \delta \Gamma = \sum_{e=1}^n \left( \int_{\Omega^e} \mathbf{G}_j \delta \Omega + \int_{\Gamma^e} \mathbf{g}_j \delta \Gamma \right) \quad (3.10)$$

donde  $\Omega^e$  es el dominio ocupado por el elemento por elemento y  $\Gamma^e$  la parte correspondiente al contorno del mismo.

Si las ecuaciones diferenciales son lineales, o sea, si podemos escribir (3.6) y (3.7) como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{u}) \equiv \mathbf{L}\mathbf{u} + \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad \text{en } \Omega \quad (3.11)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{u}) \equiv \mathbf{M}\mathbf{u} + \mathbf{t} = \mathbf{0} \quad \text{en } \Gamma \quad (3.12)$$

entonces el sistema de ecuaciones de la aproximación (3.9) dará un sistema de ecuaciones lineales de la forma:

$$\mathbf{K}\mathbf{a} + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (3.13)$$

tal que:

$$\mathbf{k}_{ij} = \sum_{e=1}^n \mathbf{k}_{ij}^e ; \quad \mathbf{f}_i = \sum_{e=1}^n \mathbf{f}_i^e \quad (3.14)$$

### 3.1.4. Equivalencia entre ecuaciones diferenciales y formas integrales débiles

Como el sistema de ecuaciones 3.6 tiene que **ser** cero en todos los puntos del **dom**  $\Omega$  se deduce que:

$$\int v^T A(u) \delta\Omega = \int (v_1 A_1(u) + v_2 A_2(u) + \dots) \delta\Omega = 0 \quad (3.15)$$

donde:

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

es **un** conjunto de funciones arbitrarias con igual número de ecuaciones o componentes de  $u$  del problema.

Si la ecuación 3.15 se cumple **para** cualquier  $v$ , las ecuaciones 3.6 deberán satisfacerse en todos los puntos del dominio. Esto es cierto, si asumimos que  $A(u) \neq 0$  en un punto o porción del dominio, entonces encontramos una función  $v$  que haga la integral diferente de cero.

Las condiciones de contorno deben satisfacerse simultáneamente, por lo que:

$$\int v^T B(u) \delta\Gamma = \int (v_1 B_1(u) + v_2 B_2(u) + \dots) \delta\Gamma = 0 \quad (3.17)$$

**para** cualquier conjunto de funciones  $v$ .

**Que** la expresión integral:

$$\int_{\Omega} \mathbf{v}^T \mathbf{A}(\mathbf{u}) \delta \Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{v}^T \mathbf{B}(\mathbf{u}) \delta \Gamma = 0 \quad (3.18)$$

se satisfaga para todo los  $\mathbf{v}$  y  $\bar{\mathbf{v}}$  equivale a que satisfagan las ecuaciones diferenciales  $\mathbf{A}(\mathbf{u})$  y las condiciones de contorno  $\mathbf{B}(\mathbf{u})$ .

Las restricciones que se impongan a las funciones  $u_1, u_2, \text{etc.}$ , dependen del orden de las derivadas que aparecen en las ecuaciones  $\mathbf{A}(\mathbf{u})$  y  $\mathbf{B}(\mathbf{u})$ , es decir que si en algún término de  $\mathbf{A}$  o  $\mathbf{B}$  aparecen derivadas de orden  $n$ , las funciones deberán tener derivadas continuas hasta la de orden  $n-1$  (Continuidad  $C_{n-1}$ ).

Efectuando una integración por partes de la ecuación (3.18) sustituyendo por una expresión alternativa de la forma:

$$\int_{\Omega} \mathbf{C}(\mathbf{v}^T) \mathbf{D}(\mathbf{u}) \delta \Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{E}(\bar{\mathbf{v}}^T) \mathbf{F}(\mathbf{u}) \delta \Gamma = 0 \quad (3.19)$$

Las derivadas que aparecen en los operadores  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{F}$  son de menor orden que las que aparecen en los operadores  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ . Por lo que se necesita de una continuidad de menor orden al elegir las funciones  $u$  y aumentar el orden de las funciones  $\mathbf{v}$  y  $\bar{\mathbf{v}}$ .

La expresión 3.19 es ahora más permisiva que las originales por ello se la llama *forma débil* de dicha ecuación; las expresiones 3.18 y 3.19 son la base de la solución aproximada por elementos finitos.

### 3.1.5. Aproximación a formulaciones integrales: Método de los Residuos

#### ponderados

Si para expresar la función incógnita  $u$  tomamos una expresión aproximada como (3.8) es decir, hacemos:

$$u \approx \hat{u} = \sum_I N_I a_I = N a \quad (3.20)$$

por lo que es totalmente posible que en el caso más general se satisfagan a la vez la ecuación diferencial y las condiciones de contorno. Gracias a las expresiones 3.18 y 3.19 podemos efectuar una aproximación, si en lugar de cualquier función  $v$  pone un conjunto finito de funciones preestablecidas:

$$v = w_j ; \quad \bar{v} = \bar{w}_j \quad (j = I-n) \quad (3.21)$$

donde:  $n$  = numero de parámetros incógnita  $a_I$ .

De esta manera de las ecuaciones 3.18 y 3.19 nos proporcionan un sistema de ecuaciones ordinarias con las que puedan calcularse los parámetros  $a$ , así tenemos que:

$$\int_{\Omega} v^T A(N a) \delta \Omega + \int_{\Gamma} \bar{v}^T B(N a) \delta \Gamma = 0 \quad (3.22)$$

$$\int_{\Omega} C(v^T) D(N a) \delta \Omega + \int_{\Gamma} E(\bar{v}^T) F(N a) \delta \Gamma = 0 \quad (3.23)$$

Teniendo en cuenta que  $\mathbf{A}(\mathbf{N}_a)$  es el residuo o error que se obtiene al sustituir la solución aproximada en la ecuación diferencial y  $B(\mathbf{N}_a)$  es el residuo o error que se obtiene al hacer la sustitución en las condiciones de contorno. Por esto la expresión 3.22 es la integral ponderada de tales residuos.

Por esta razón este procedimiento de aproximación recibe el nombre de “*Método de los Residuos Ponderados*”. A efectos de ponderación se puede usar cualquier conjunto de funciones independientes  $w_j$ .

La función común más usada es la del *Método de Galerkin*. Este método utiliza para la ponderación las funciones de las formas originales es decir:

$$w_j = \mathbf{N}_j \quad (3.24)$$

lo cual nos permitirá obtener matrices simétricas. Es por esta razón que se adopta este método para operar con Elementos Finitos.

La expresión de residuos ponderados antecede a la de método de elementos finitos, este último utiliza funciones definidas en el elemento, en la aproximación definida por  $u = \mathbf{N}_a$  pero los esquemas son idénticos; ya que el proceso conduce siempre a ecuaciones que, debido a su forma integral permiten ser obtenidas como suma de las contribuciones de distintos subdominios, agruparemos todas las Soluciones aproximadas mediante residuos ponderados bajo el nombre de Elementos Finitos.

### 3.1.6. Problemas no lineales

Existen muchos problemas de importancia en los que no se preserva la linealidad tal es el caso de muchos problemas de mecánica de sólidos en los que fenómenos como plasticidad, fluencia o cualquier otra relación de comportamiento complicada, sustituyen a las hipótesis sencillas de la elasticidad lineal.

Se presentan 3 tipos de no linealidades:

- \* No-linealidad del **tipo** constitutivo.- cuando la relación entre tensiones y deformaciones entra en régimen plástico.
- \* No-linealidad del tipo geométrico.- cuando las deformaciones o giros son grandes con respecto a los desplazamientos.
- \* Cuando las condiciones de contorno cambian.- Como es el caso del problema que se ha planteado en esta tesis, que al producirse el impacto se presentarán nuevas condiciones de contorno.

Cuando pueda llegarse a una solución del problema lineal, por medio de un proceso iterativo cualquiera, y de manera que al final del mismo se ajusten las constantes del material para satisfacer la nueva ley del comportamiento, entonces se habrá obtenido la solución del problema no lineal.

### 3.1.7. Solución a los Problemas No Lineales

Una vez discretizado un problema no lineal se puede escribir generalmente como un sistema de ecuaciones que puede presentar la forma siguiente:

$$\Psi(\mathbf{a}) = \mathbf{P}(\mathbf{a}) + \mathbf{f} \equiv \mathbf{K}(\mathbf{a})\mathbf{a} + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (3.25)$$

donde:  $\mathbf{P}(\mathbf{a}) =$  la función incógnita no lineal

La expresión explícita más adecuada depende del tipo de problema en cuestión y del método de discretización (residuos ponderados).

En la expresión anterior, los parámetros  $\mathbf{a}$  describen las aproximaciones de la función o funciones incógnitas. Mientras que en un sistema de ecuaciones lineales tal como:

$$\mathbf{K}\mathbf{a} + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (3.26)$$

la solución puede obtenerse sin dificultad mediante un procedimiento directo, no ocurre lo mismo en los sistemas no lineales, ya que conviene estudiarlos poco a poco, es decir, interesa toda la historia del problema y para llegar a la solución se requiere avanzar en el tiempo con pasos sucesivos, hasta que las constantes se ajusten; esto se consigue gracias a técnicas como el método de Newton-Raphson, Newton Raphson Modificado, métodos incrementales, etc., que alcanzan la convergencia a la solución correcta.

### 3.1.8. Métodos Incrementales

Es el método de iteración que más garantiza la convergencia para todos los casos que puedan presentarse. Este método hace uso del hecho que a veces se conoce la matriz de incógnitas  $\mathbf{a}$  cuando el término  $f$  que afecta a las cargas en la ecuación 3.25 es cero. Así si  $f$  son fuerzas reales y  $\mathbf{a}$  son los desplazamientos ambos serán nulos al comienzo del problema. Por tal motivo es importante estudiar el comportamiento de  $\mathbf{a}$  al incrementar la matriz  $f$ . Si los incrementos que se escogen para  $f$  son suficientemente pequeños, se garantiza la convergencia y se obtendrán resultados razonables.

## 3.2. Código Abaqus

### 3.2.1. Introducción

Para el desarrollo de esta tesis, se ha utilizado como herramienta informática el código **ABAQUS**, que es un programa de Elementos Finitos de propósito general, desarrollado por Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc (HKS, 1995).

Los diversos tipos de análisis que este programa puede realizar se describen en los manuales correspondientes HKS, 1995.

La herramienta informática de hardware utilizada para ejecutar este código, fue una estación de trabajo, Silicon Graphics modelo O<sub>2</sub>, cuya descripción se puede consultar en los manuales del suministrador, Silicon Graphics Computer System (13).

### 3.2.2 Descripción

En su totalidad, el código ABAQUS, es un programa de simulación numérica de problemas físicos por el método de Elementos Finitos, que contiene varios módulos diseñados para resolver problemas específicos.

Estos módulos son descritos a continuación (14):

- ◆ **ABAQUS / PRE.**- es la herramienta de **ABAQUS** que se usa para la generación del mallado y geometría de los modelos.
- ◆ **ABAQUS / STANDARD.**- es un programa de Elementos Finitos que resuelve problemas estáticos y dinámicos, tanto lineales como no lineales por integración implícita.
- ◆ **ABAQUS / EXPLICIT.**- en este módulo, se utiliza un procedimiento de integración explícita, es decir, está dirigido a los problemas de tipo dinámico y no lineal, que requieren este tipo de integración.

- ◆ **ABAQUS / AQUA.-** es una extensión del **ABAQUS / STANDARD**, que incluye la capacidad de admitir cargas ondulatorias, cálculos de flotabilidad, etc. **Para** modelización de problemas en medios acuáticos.
- ◆ **ABAQUS / USA.-** es otra extensión del **ABAQUS / STANDARD**, que admite análisis de choques de estructuras bajo el agua, dentro del programa USA-LOCKHEED.
- ◆ **ABAQUS / POST.-** es la herramienta de **ABAQUS** que permite el tratamiento y visualización de los resultados producidos por el **código**, es decir, **no** es otra cosa que un editor de gráficos.

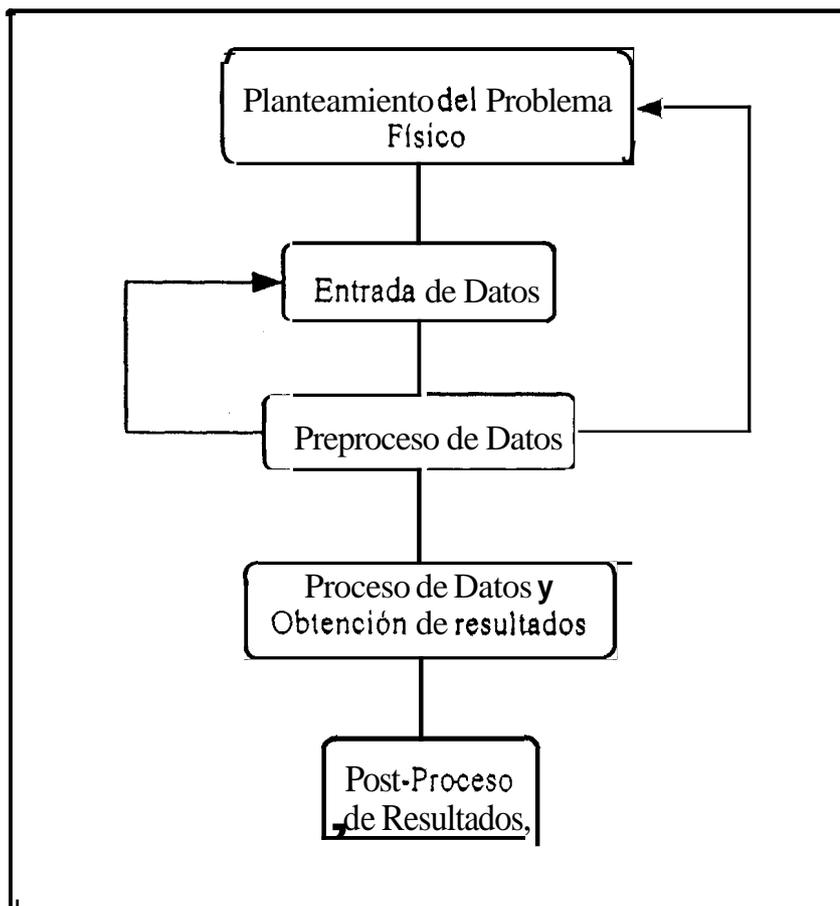
Los módulos **ABAQUS / EXPLICIT** y **ABAQUS / POST** son los que se han utilizado en los análisis de esta tesis.

### 3.2.3. Proceso para la resolución de un problema por **ABAQUS**

El manejo de **ABAQUS** sigue la misma secuencia que se seguirá para resolver el problema por **otros** medios.

Los pasos básicos que **nos** llevan a la obtención de los resultados, los podemos observar en la figura **3.1**, para luego proceder a la descripción de cada uno de ellos.





**Figura 3.1**

**Diagrama del proceso para la resolución de un problema por ABAQUS**

- a) **Planteamiento del problema real físico.**- Es la fase previa a la utilización del código **ABAQUS**. Evalúa el comportamiento del sistema que se trata de analizar, así como de desarrollar un modelo de comportamiento desde un punto de vista analítico, que más tarde será implementado en el código. El modelo analítico debe

lógicamente ser un fiel reflejo de la realidad física, **al** menos en cuanto **a** las características del comportamiento archivadas en el problema, si se espera que la solución finalmente obtenida **sea** fiable. Por tal motivo esta fase es una parte fundamental en la consecución de los resultados deseados, un mal planteamiento llevaría a resultados matemáticamente impecables, pero incompatibles con la realidad física.

El planteamiento consiste en determinar el comportamiento mecánico del material, sus propiedades **y** parámetros para la caracterización mecánica de los materiales, una vez conocido esto, se determinan los efectos **y** alcances que estos tendrán en el espacio **y** en el tiempo. Puesto que el análisis **y** el modelo geométrico tienen una duración finita. Un buen planteamiento, conducirá a la generación de un modelo que una vez implementado en el código nos llevará a la obtención de resultados coherentes.

**b) Entrada de Datos**.- es la implementación informática del problema físico, planteado de acuerdo con la sintaxis del programa. Abarca la definición del modelo de Elementos Finitos **y** la evolución del comportamiento del mismo, **es** decir, se genera un archivo de entrada de datos que **no es** otra cosa que el **INPUT** del código, el cual consta de una serie de comandos de ejecución de instrucciones

gracias a los cuales el código puede identificar la geometría, las propiedades de los materiales, las restricciones impuestas al modelo, las condiciones iniciales, el tipo de análisis, etc.. El **INPUT** del código se realiza por cualquier editor de textos en código **ASCII**, escribiendo de acuerdo a reglas de sintaxis establecidas por el código.

c) Preproceso de Datos.- Elaborado el archivo de datos e introducido en el programa, **ABAQUS** realiza los cálculos necesarios para verificar si los datos de entrada y tipo de análisis a realizar son consistentes en el algoritmo del programa. En este paso se comprueba y se verifica que:

- La geometría que se ha definido sea correcta.
- El tipo de elemento finito sea consistente con el tipo de análisis a realizar.
- Las propiedades de los materiales sean consistentes y definan el comportamiento del material de acuerdo con el análisis que se realizará.
- El modelo contenga todos los **parámetros** requeridos.
- Las condiciones iniciales y de contorno sean compatibles.

Posteriormente el código revisará internamente el comportamiento del modelo de manera que no se encuentran errores en:

- Los parámetros
- Condiciones de contorno
- Cargas del modelo
- Variables activas en el modelo
- Incrementos de integración
- Máximos incrementos de la variable que controla el análisis.
- Requerimientos de memoria que se ajustan a la capacidad de la estación de trabajo.

Durante la revisión del programa se genera un archivo cuya extensión es “dat”, el cual **nos** presenta los posibles errores y causas de los mismos. También se genera **una** serie de advertencias, que **muestran** al usuario las condiciones **o** propiedades que puedan **encontrarse** fuera **de** rango, aunque **no** se consideren como errores **para** el análisis. En este archivo se incluyen también datos con referencia a la malla **y al** tipo de análisis que se realiza, **o** sea

posición de los nodos, propiedades de los materiales, etc. Si hay un error en el planteamiento del problema, se debe regresar al punto **a**; y si el error es de sintaxis, **se** debe regresar al punto **b**.

**d) Proceso de datos v obtención de resultados.**- el proceso de datos o simulación del problema comienza después de que los errores y advertencias han sido corregidos y asumidos respectivamente en la fase anterior. **El** algoritmo se ejecuta y resuelve el sistema de ecuaciones según el tipo de análisis y restricciones impuestas mediante el Método de Elementos Finitos, dando paso a la obtención de varios archivos, de control y ejecución del análisis y de resultados. Estos archivos se generan automáticamente dentro del directorio de trabajo del usuario.

Los archivos tienen en común el nombre del archivo de entrada de datos, **pero** se los reconoce por las diferentes extensiones que tienen. Estos archivos se los describe a continuación:

- \* *Archivo de ejecución, cuya extensión es ".com".*- el sistema se encarga de generarlos, pero no presentan ninguna información respecto al análisis. El archivo ".com" no es visible en ASCII, por lo que indica que el análisis se está ejecutando.

- *Archivo de instrucciones, cuya extensión es “.log”*.- también lo genera el sistema, y tampoco presentan información al usuario, el archivo “.log” es visible en ASCII y contiene la información de la ejecución del programa, este nos indica si la revisión ha sido realizada o no y el tipo de módulo ABAQUS que se ejecuta.
- \* *Archivo que muestra el trabajo realizado por el análisis, su extensión es “.sta”*.- muestra lo que se ha realizado del proceso (status), genera una tabla en la que podemos leer el número de pasos (steps), incrementos realizados, intentos requeridos para hacer el incremento, tiempo de duración del incremento, tiempo total de duración del análisis y si el usuario incluyó alguna variable, muestra su valor para cada incremento.
- \* *Archivo de mensajes y evolución del análisis, extensión “.msg”*.- muestra **todas** las variables que afectan el control del análisis, como por ejemplo las tolerancias del código en el análisis; valores máximos, en nodos o elementos, de las variables en cada iteración que interesan en el análisis; advertencias sobre la convergencia del análisis, presentación del aumento o reducción del tiempo en cada iteración, informa sobre posibles cambios de las condiciones iniciales o de contorno, etc.

- \* *Archivo de resultados, con extensión “.res”*.- el programa escribe los resultados del análisis en este archivo en un lenguaje tal que sólo puede ser interpretado por el módulo ABAQUS / POST. En este archivo se encuentran los valores de las variables involucradas en el análisis, correspondientes a incrementos que fueron fijados en el archivo de entrada de datos. Con este archivo, se pueden obtener historias y contornos de variables (isolineas).
- \* *Archivo de resultados de variables, cuya extensión es “.fill”*.- semejante al archivo descrito anteriormente, con la diferencia de que en este, el usuario tiene la posibilidad de elegir las variables que necesite. Estas se registran para todos los incrementos que se ejecutan en el análisis. Este archivo sólo puede presentar historias de variables y no contornos.

Como se pudo observar los archivos de mayor importancia para el usuario son el “.res” y “.fill”, se deben cuidar los tiempos de duración de cada incremento, puesto que **ABAQUS** escribe los valores de las variables para cada incremento que se realiza. De cualquier modo, ABAQUS permite ejecutar el análisis con los resultados generados de un incremento cualquiera. Así, para obtener los resultados para un tiempo total del análisis, basta con ejecutar el

archivo de entrada de datos, introduciendo el ultimo incremento del resultado anterior valido y fijando el final del tiempo total que desee el usuario. Este procedimiento se puede aplicar cuando por cualquier motivo por el que la ejecución se haya parado antes del tiempo deseado.

e) **Postproceso de Resultados.**- a partir de los archivos de resultados se pueden obtener tablas, gráficos y figuras para una mejor visualización y evaluación de los resultados aportados por el análisis. Estos se consideran definitivos y, de no serlo, se **debe** volver al paso **a** para realizar las modificaciones necesarias. El postproceso de resultados empieza cuando se invoca el modulo **ABAQUS / POST**. La salida de resultados tiene todas las variables que se involucran durante el análisis (tensiones, presiones, desplazamientos, etc.). La salida se efectua mediante tablas así como contomos de desplazamientos, deformadas, historias de tiempo, etc. Durante la ejecución del programa cada incremento es almacenado en los archivos anteriores y visualizado en la pantalla por **ABAQUS / POST**.

Al ser un programa interactivo, el modulo realiza un tratatniento de los datos en pantalla, consiguiendo así p<sup>o</sup>ducir las imágenes y graficos deseados para control y evaluación del análisis, los

graficos tambien pueden ser impresos en papel. Como se dijo anteriormente, el modulo ABAQUS / POST es un editor de gráficos, y requiere del uso de comandos específicos, los archivos con los gráficos o contornos se generan en un lenguaje neutro (extension mpl); para imprimirlos es necesario usar un programa especial dentro del modulo llamado ABAQUS / PLOT.

En la ejecucion, el programa decide si los graficos pueden ser visualizados o convertidos a otro lenguaje apto para una impresora o programa de edición deseado. Para el desarrollo de esta tesis, se ha traducido al lenguaje HP-GL/2, pues el plotter usado para la generación de graficos es compatible con dicho lenguaje.

### **3.3. Método de integración explícito**

#### **3.3.1. Criterios de selección entre el método explícito y el método implícito**

**Ya se ha** comentado que la resolución del problema planteado procederá a base de descomponerlo en **sus** problemas más sencillos; así, se descompondrá el continuo en elementos pequeños y el tiempo en intervalos. Cuando se discretiza el espacio, el continuo puede dividirse utilizando un mayor numero de elementos de orden bajo, un numero mas reducido de elementos de orden superior.

Para obtener la solución de un problema a lo largo del tiempo, discretizamos así mismo el tiempo. Como al hablar de la discretización del espacio existen aquí también dos posibilidades básicas; la integración implícita y la explícita.

En una integración implícita se resuelven de manera acoplada las ecuaciones de movimiento de todos los nodos de la malla. Tiene como ventaja que se pueden hacer esquemas incondicionalmente estables, es decir, que su estabilidad es independiente del tamaño del paso de integración elegido y su desventaja es que cada vez que se avanza un paso en el tiempo, hay que resolver simultáneamente muchas ecuaciones acopladas.

En la integración explícita, se trata individualmente, desacoplado de los demás cada nodo. Esta integración es estable sólo si el intervalo de tiempo es tan pequeño que un nodo no tiene tiempo de comunicarse con sus vecinos (Condición de Courant). Tiene como ventaja que se integran las ecuaciones de cada nodo independientemente, con lo que no hay que resolver un sistema acoplado de ecuaciones.

La desventaja es que el intervalo de integración se limita a un valor muy pequeño, que es función del tamaño de los elementos y de la propagación de las ondas. La condición de COURANT, más formalmente, requiere

que el intervalo de integración adoptado sea menor que el período propio más pequeño del sistema.

En general, el método de integración implícito es más rápido para llegar a la solución de los problemas estáticos y de los de dinámica lenta. Sin embargo, cuando se tienen problemas que requieren observar la propagación de ondas, o con no linealidades fuertes, especialmente si son problemas de corta duración, es más conveniente aplicar el método explícito.

El que un problema sea dinámico puede entenderse como:

- \* Las condiciones de contorno evolucionan con el tiempo.
- \* Los materiales tienen un comportamiento dependiente del tiempo.
- \* Las fuerzas inerciales no son despreciables frente a las otras.

En el presente proyecto se estudia un problema de impacto, dinámico desde el tercer punto de vista anterior, pues las fuerzas inerciales **no son** despreciables con respecto a las fuerzas de rigidez. La energía cinética inicial se traspa a otras energías como de deformación elástica, plástica, etc. Se trata además de un problema de muy **corta** duración. En esta situación, el problema se resolverá mejor con el método explícito, aunque el análisis requiere intervalos de integración muy pequeños, la poca



duración del fenómeno a estudiar hace que esto no suponga una desventaja importante.

### 3.3.2. Descripción del Método Explícito

La integración explícita de las ecuaciones que rigen el problema se realiza de manera muy sencilla. Tras construir una malla que represente la geometría del cuerpo a estudiar, se concentra la masa en los nodos de la malla. El cuerpo queda así idealizado como una serie de puntos de masa interconectados por elementos. La fuerza que actúa sobre cada nodo viene dada por la suma de las fuerzas que se obtienen al integrar las tensiones alrededor del nodo, las fuerzas de masa que puedan existir, las fuerzas generadas por los desplazamientos relativos entre contornos de cuerpos en contacto y las cargas externas aplicadas. Una vez determinada la fuerza resultante en cada nodo, se divide para la masa concentrada correspondiente y se obtiene la aceleración.

Conocida la situación en el instante  $n$  de tiempo, la aceleración en  $n + 1$  se evalúa como:

$$\ddot{\mathbf{a}}_{n+1} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{a}_{n+1}, \dot{\mathbf{a}}_{n+1/2}) \quad (3.27)$$

donde la matriz de masas  $\mathbf{M}$  es diagonal, con lo que su inversa es trivial y las fuerzas son en principio función de los movimientos a través de las

ecuaciones constitutivas. La integración de la aceleración suministra velocidades y nuevas posiciones. El carácter centrado de estas diferencias finitas proporciona una buena estabilidad del proceso:

$$\dot{a}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{a}_{n-\frac{1}{2}} + \ddot{a}_n \Delta t_n \quad (3.28)$$

$$a_{n+1} = a_n + \dot{a}_{n+\frac{1}{2}} \Delta t_n \quad (3.29)$$

con :

$$\Delta t_n = (\Delta t_n + \Delta t_{n-1}) \quad (3.30)$$

Una vez obtenidos estos valores nodales se utilizan las ecuaciones constitutivas del elemento para determinar los nuevos valores de las deformaciones y de las tensiones. Las nuevas tensiones permiten recomenzar el ciclo de integración, que se repite tantas veces como se requiera recorrer el tiempo de interés en el problema.

La condición de Courant limita el tamaño de  $\Delta t$  por estabilidad de la integración; ABAQUS / Explicit, se encarga de calcular este intervalo de integración para garantizar la estabilidad.

## **IV. MODELIZACIÓN**

### **4.1. Hipótesis**

Un modelo matemático está formado por varios componentes diferentes que unidos describen el problema a analizar y permiten hallar los resultados deseados.

El modelo consiste de la siguiente información: geometría, materiales y condiciones iniciales y de contorno.

El modelo de la cápsula está representado por una malla de elementos finitos la cual será analizada con el programa ABAQUS / Explicit.

La malla que se ha utilizado para estudiar el impacto axisimétrico de la tapa contra la cápsula con orientación horizontal (Ver fig. 4.1) es tridimensional con el fin de poder reutilizar el estudio del impacto oblicuo (Ver figs. 4.2 y 4.3).

Aunque en el primer caso, la tapa se presenta en contacto con el cuerpo de la cápsula ambos constituyen dos cuerpos distintos.

El tamaño de la malla utilizada ha sido reducido a la mitad con un corte paralelo al eje de la capsula, esto es permitido porque ambos impactos muestran simetria al momento de producirse.

## 4.2 Geometria

La geometria básica de un modelo esta definido por una malla, que es un conjunto de elementos finitos interconectados entre sí por puntos llamados nodos, cada elemento representa una porción discreta del modelo.

Dentro de ABAQUS existe una variedad de tipos de elementos en función al tipo de calculo, el espacio de representacion del modelo (1, 2 ó 3 dimensiones), el numero de nodos, la geometría en si del elemento y el tipo de integración numérica, cada uno de estos se representa por letras o numeros.

El tipo de elemento seleccionado para el análisis de este proyecto es **C3D8R**, es decir que es un elemento con tipo de cálculo continuo C, el espacio de representacion es en tres dimensiones 3D, con **8** nodos que dan lugar a que el

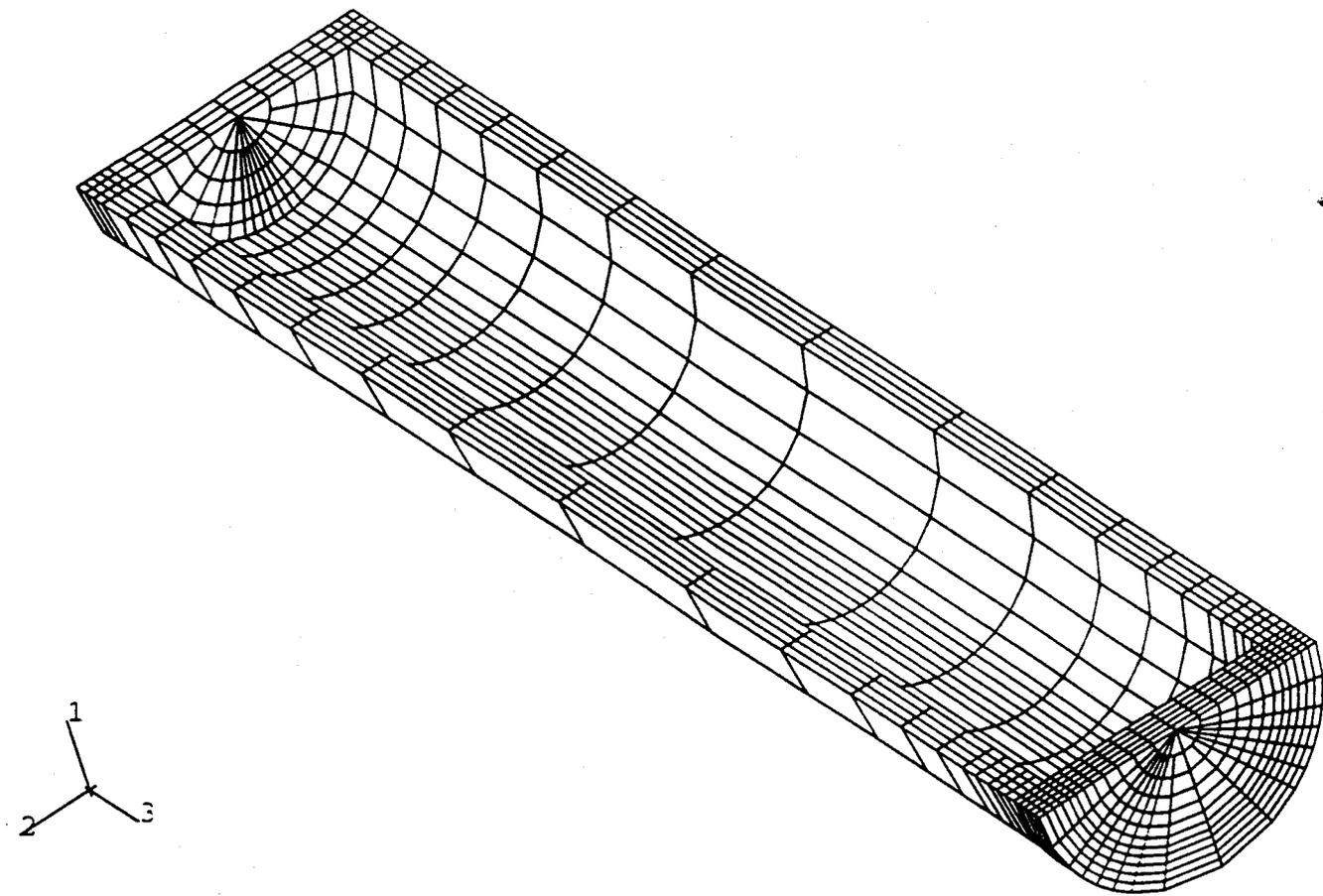


Fig. 4.1

Mallado de la cápsula para el impacto axisimétrico

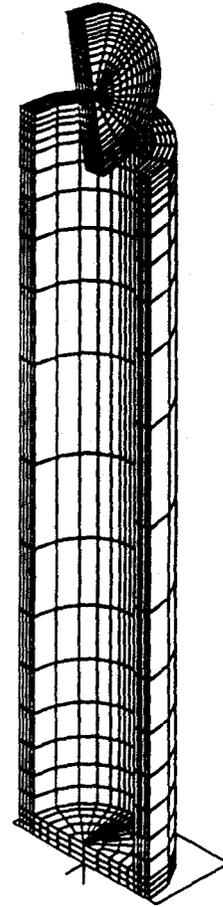
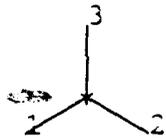
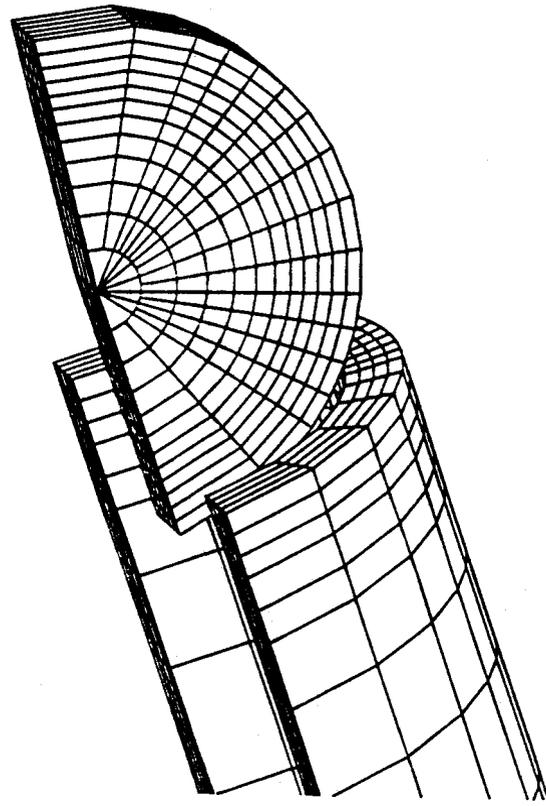
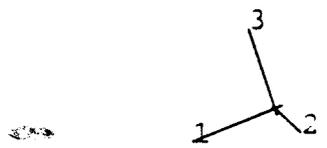


Fig. 4.2

Mallado de la cápsula para el impacto oblicuo



**Fig. 4.3**  
**Detalle del impacto oblicuo**

elemento tenga una forma hexaédrica y con integración lineal reducida R, es decir que tiene muy pocos puntos de integración y conviene para un análisis en el explícito. Se ha fijado como sistema de coordenadas el cartesiano y como sistema de unidades el internacional (SI), manteniendo las mismas medidas descritas anteriormente.

El cuerpo de la cápsula, incluido el fondo, se ha representado con **1624** elementos, mientras que en la tapa 920; lo que se hace un total de **2544** elementos usados en la malla. Se ha hecho un refine en el borde superior del cuerpo de la capsula, que es donde se prevén las deformaciones al igual que en el **espesor** de la tapa al igual que en la tapa y paralelo al eje del cuerpo **de** la cápsula en la posición correspondiente al impacto.

Al realizar un refine, se hace un aumento del número de elementos en ciertas zonas de la malla, con esto se logra obtener resultados más exactos que al ser **analizados** convergen hacia una única solución, pero el tiempo requerido para el análisis incrementa.

### **4.3. Materiales**

ABAQUS tiene la posibilidad de asignar propiedades de los materiales a cada elemento o grupo de elementos para la simulación, para lo cual requiere que el material sea lo suficientemente definido. Todos los aspectos del comportamiento

necesitan ser totalmente bien definidos, cualquier comportamiento omitido se asume que no existe en la parte del modelo.

Conocemos que el comportamiento del material de la cápsula es elasto-plástico, dentro de ABAQUS existe un modelo de plasticidad donde los cambios de deformación mecánica son descompuestos en una parte elástica y una plástica.

La definición del comportamiento elasto-plástico del material del modelo comienza con el nombre del metal, luego se ingresan los valores de los módulos de Young y Poisson para definir la parte elástica, después se dan los esfuerzos y deformaciones que rigen la parte plástica del material. Así a un esfuerzo de 320 MPa, el material empieza a plastificar; desde aquí los esfuerzos crecen linealmente con las deformaciones hasta que alcanzan los 620 MPa y las deformaciones son del 20%, en este punto se asigna al material una plasticidad ideal y no hay más endurecimiento. El código también necesita los datos de densidad del material para calcular las cargas gravitacionales, con lo que se completa la descripción del material.

#### 4.4. Condiciones Iniciales y de Contorno

Las condiciones iniciales son aquellas que corresponden al modelo en el instante previo a la realización del análisis y que luego varían con el tiempo, es decir son las que corresponden al tiempo cero.

Se ha propuesto que en el instante inicial tanto la capsula como la tapa están libres de tensiones y deformaciones y los efectos de la gravedad sobre el cuerpo de la cápsula se han despreciado.

Las condiciones iniciales para este proyecto son las de velocidad y dentro de ABAQUS son especificadas para conjuntos de elementos, en este caso los que forman la tapa. Es decir que mientras la capsula se encuentra en reposo la tapa con orientación horizontal se desplaza hacia abajo con una velocidad de **5.42 m/s**, y en el otro caso la tapa cae con velocidad de **4.86 m/s**.

Las condiciones de contorno son aquellas que se establecen en las fronteras del modelo ya sean constantes o variables en el tiempo, es decir estas condiciones se usan para restringir porciones del modelo para mantenerlas fijas (cero desplazamiento) o moverlas con una cantidad prescrita (desplazamiento diferente de cero).

Las condiciones de Contorno dentro de ABAQUS se especifican para un conjunto de nodos. El fondo de la capsula esta fijo sobre un plano rigido por lo que la condición de contorno se especifica para el conjunto de nodos que constituyen el fondo de la capsula. Los nodos sobre el plano de simetría se fijan en la dirección perpendicular a este plano.

## **V. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

### **5.1. Impacto Axisimétrico**

#### **S.1.1. Evolución del Fenómeno**

El impacto axisimétrico ocurrido a baja velocidad, descrito en esta tesis, muestra una serie de acontecimientos presentados a continuación:

- a) Al chocar la tapa con el borde superior de la cápsula, se desarrollan compresiones elevadas en la corona circular de contacto entre tapa-capsula. Estas compresiones elevadas duran el mismo tiempo que las ondas tardan en recorrer ida y vuelta el espesor de la tapa.

- b) Mientras la zona de contacto de la tapa con la capsula se detiene al momento del impacto, la zona central de la tapa sigue avanzando, excitando así el primer **modo** de vibracion de la tapa. En ésta, la zona de contacto se mantiene fija, mientras la central oscila de arriba a abajo.
- c) Tras medio período de vibracion, cuando empezarian a desarrollarse tracciones en la zona de contacto, la tapa rebota.
- d) Las compresiones desarrolladas en la zona de contacto viajan en forma de ondas hacia abajo por el cuerpo de la cápsula. Al llegar a la base, se reflejan y vuelven hacia arriba. Pero, cuando las ondas han recorrido la **altura** de la pared, la tapa ya ha rebotado y perdido el contacto con la capsula.

La secuencia de estos acontecimientos se puede ver claramente en cada caso analizado. Los tiempos, las fuerzas, etc., varían con el valor exacto de las dimensiones, **pero** el fenómeno es el mismo en todos los casos.

### 5.1.2. Cápsula con **10 cm** de espesor

En la figura 5.1 se muestra la evolución de las diversas energías durante el evento. Puede verse que la energía de **deformación** y la energía cinética son complementarias, **lo** que quiere decir que existe una conservación

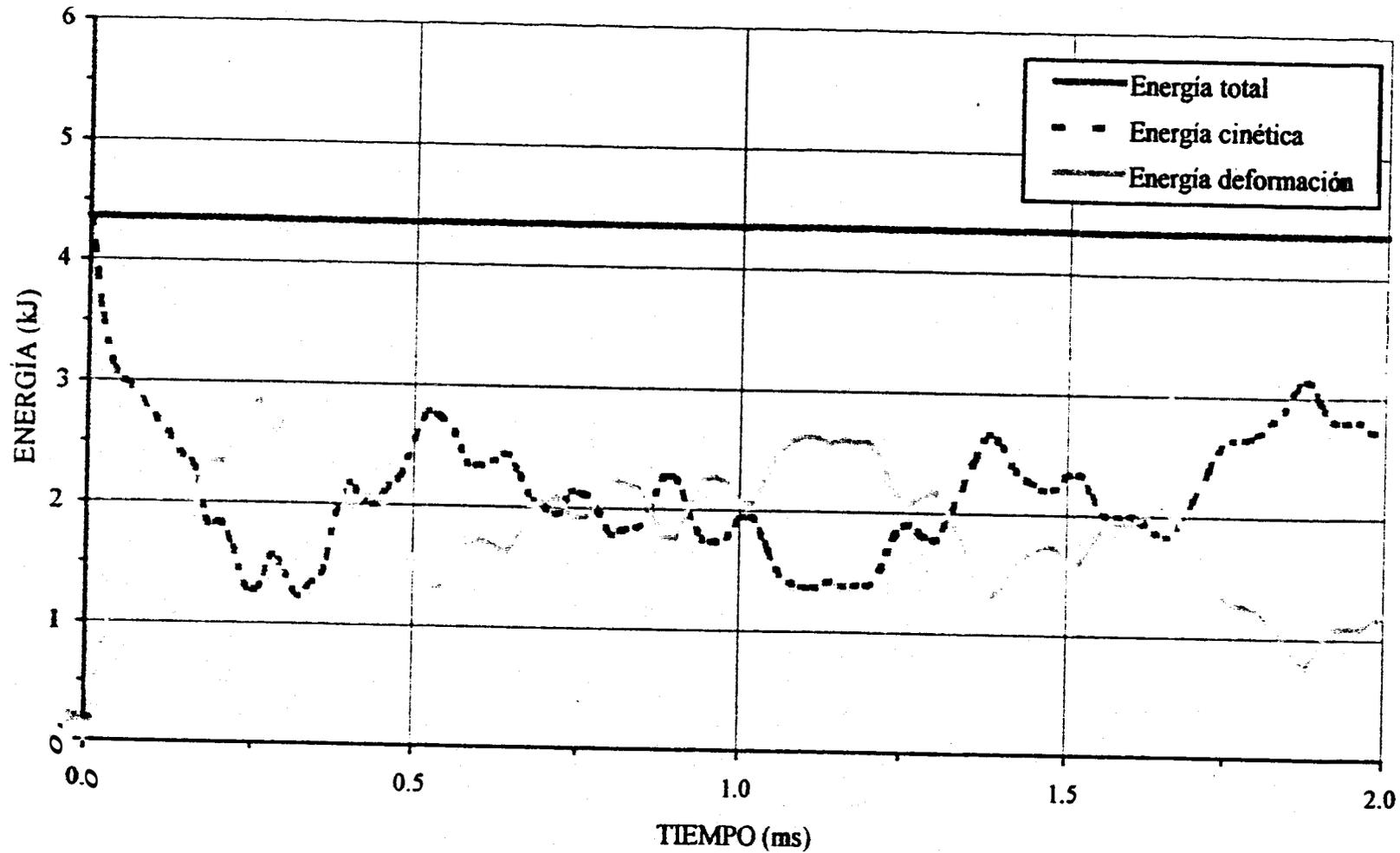


Fig. 5.1

Evolución de energías durante el evento (10 cm espesor)

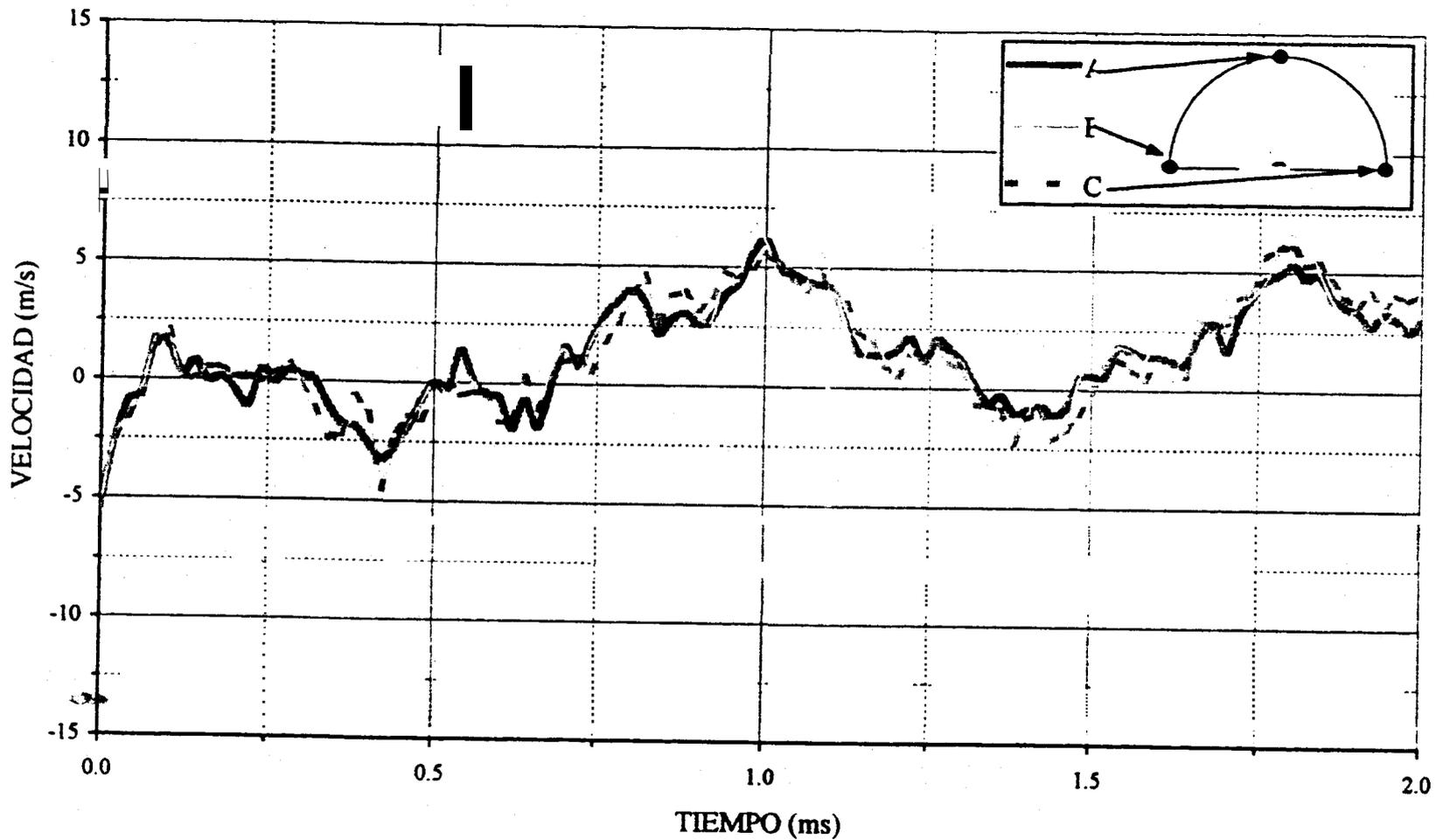
perfecta de la energía total del problema.

Cabe mencionar que la energía disipada plásticamente no se ha representado en la gráfica ya que es ‘despreciable comparada con las otras energías mencionadas. De hecho, el valor máximo de la deformación plástica desarrollada durante el impacto, que se obtiene gracias al ABAQUS/Explicit, es de solo  $3.31E10^{-4}$ .

La figura 5.2 presenta las velocidades de tres puntos situados en la periferia de la tapa, donde se observa el buen comportamiento axisimétrico del cálculo a pesar de que el refinamiento de la malla utilizado es fuertemente asimétrico. Podemos observar que el borde de la tapa queda detenido durante un tiempo, baja ligeramente al extenderse las compresiones en la capsula, para luego comenzar a oscilar en el primer periodo de resonancia de la tapa. De esta gráfica tenemos que el periodo de resonancia es del orden de 0.94 ms y la velocidad media de rebote aproximada es de  $1.84 \text{ m/s}$ .

La evolución de las fuerzas desarrolladas entre la tapa y la pared se muestra en la figura 5.3, donde el primer pico de fuerza corresponde a lo mencionado en el apartado a) de la sección anterior. Esta fuerza puede estimarse utilizando la ecuación 1.2; para media tapa chocando con media cápsula, así:





**Fig. 5.2**

**Historia de velocidades en 3 puntos de periferia (10 cm espesor)**

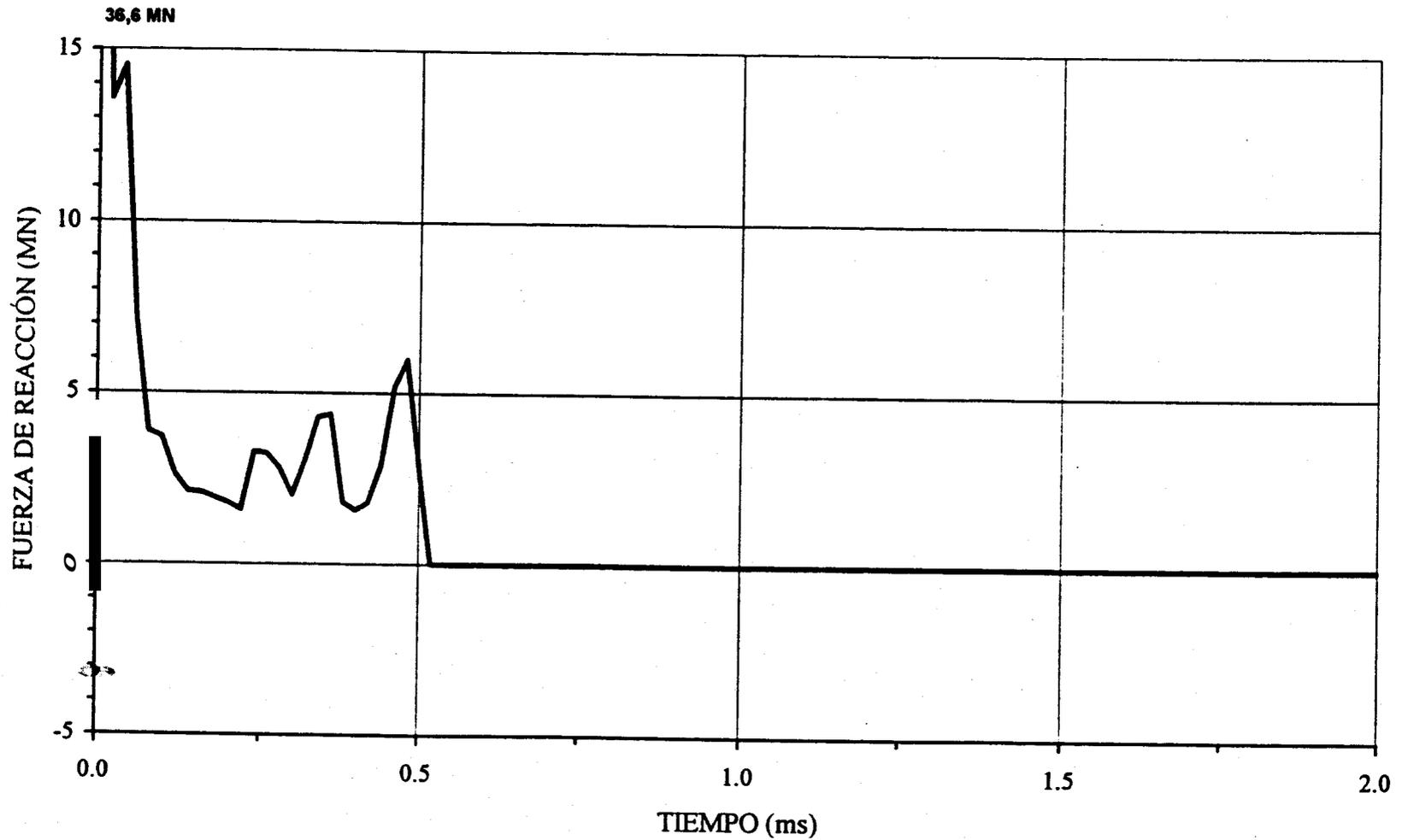


Fig. 5.3

Fuerza desarrollada entre tapa y pared ( $e = 10 \text{ cm}$ )

$$F_1 = \rho c v A$$

$$F_1 = (7850 \text{ kg/m}^3) (5047 \text{ m/s}) (5.42 \text{ m/s}) (0.125 \text{ m}^2)$$

$$F_1 = 27 \text{ MN}$$

para la cual podemos conocer su tiempo de duración con la ecuación 1.4, entonces:

$$t_1 = \frac{2e}{c}$$

$$t_1 = \frac{2(0.12\text{m})}{5047\text{m/s}}$$

$$t_1 = 0.0047 \text{ ms}$$

Gráficamente el pico tiene un valor de 36.6 MN con un tiempo de duración de 0.0066 ms. Puede verse claramente que hay una buena compatibilidad entre los resultados obtenidos mediante las ecuaciones aproximadas y la simulación.

La segunda parte de la historia del impacto, representa las fuerzas que se desarrollan durante un tiempo de 0,475 ms (semiperíodo de resonancia) y cuyo valor calculado aproximadamente con los datos de la tabla I, tabla IV y la ecuación 1.5 es:

$$F_2 = \frac{m(v - v_1)}{t}$$

$$F_2 = \frac{600\text{kg}(5.42 \text{ m/s} - 1.84 \text{ m/s})}{0.00044\text{s}}$$

$$F_2 = 4.79 \text{ MN}$$

De la gráfica se obtiene que el valor de la fuerza media es igual a **4.85 MN**, con lo que una vez mas se puede apreciar la consistencia entre las estimaciones **manuales y** el resultado de la simulación.

Por ultimo, la figura **5.4** presenta la evolución de las fuerzas desarrolladas entre la cápsula **y** el suelo. Puesto que **no se han** incorporado las fuerzas de **gravedad (peso de la cápsula)**, las fuerzas son nulas al principio hasta la llegada de las compresiones resultantes del impacto de la tapa.

La llegada deberá ocurrir a un tiempo igual a:

$$t = \frac{l}{c} \quad (5.1)$$

donde:  $l$  = longitud de la cápsula

$c$  = velocidad de propagación de las ondas

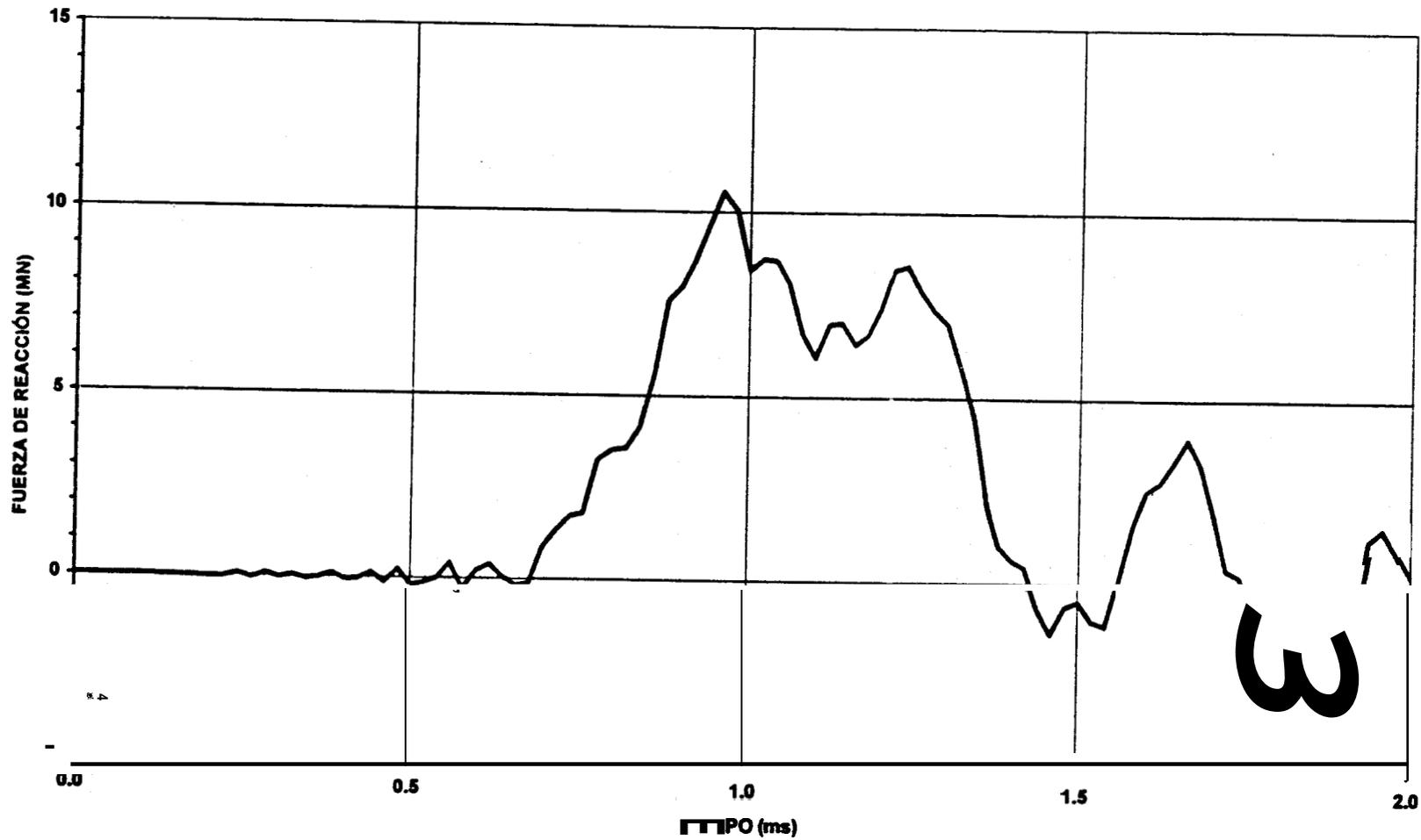
así tenemos entonces que el tiempo calculado con la ecuacion **5.1 y** los datos de la tabla **II y** la tabla **IV**, es:

$$t_2 = \frac{l}{c}$$

$$t_2 = \frac{4.42 \text{ m}}{5047 \text{ m/s}}$$

$$t_2 = 0.875 \text{ ms}$$

lo que es claramente compatible con la historia de fuerzas presentada, que



**Fig. 5.4**  
**Fuerza desarrollada en la base de la cápsula (e = 10 cm)**

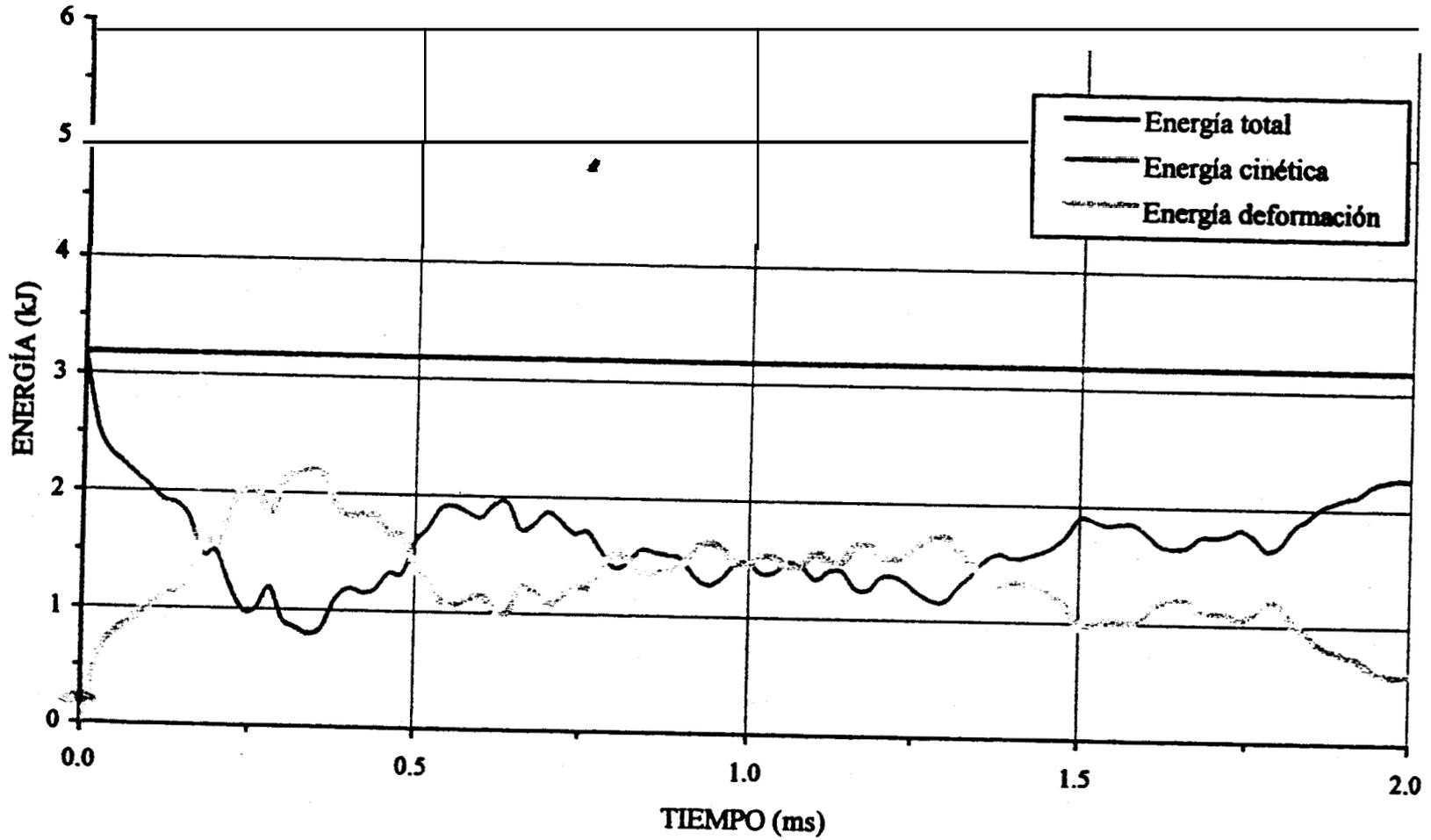
nos da un valor aproximado de **0.70** ms. Además puede verse la aparición de fuerzas negativas, la cuales se explican porque se ha considerado a la cápsula **soldada** al suelo que **no** ocurre en la realidad, por lo que **no** interfiere con la solución del problema.

### **5.1.3. Cápsula con 8 cm de pared**

Las figuras **5.5** a **5.8** presentan respectivamente la misma información ya anteriormente examinada para la capsula de **10** cm de espesor de pared y **12** cm de tapa, excepto que las nuevas figuras corresponden a espesores un **20%** inferiores: **8** cm de pared y **9,6** cm de tapa. La nueva cápsula mantiene las mismas dimensiones internas, con lo que son las dimensiones externas las que se ven afectadas por el adelgazamiento de espesores. Puede verse que las figuras indican un comportamiento cualitativamente idéntico y cuantitativamente muy similar.

Desde el punto de vista de la figura **5.5**, es claro que la energía sigue conservándose y las deformaciones plásticas máximas producidas por el impacto siguen siendo muy pequeñas, del orden de  $4,37 \cdot 10^{-4}$ .

En la figura **5.6** hay un alargamiento aparente mayor debido a una coincidencia, que consiste en que el aleteo de la tapa en su primer modo lleva a un impacto perimetral adicional justo en el momento en que la tapa está ya separándose de la capsula. De esta **gráfica** tenemos que el



**Fig 5.5**  
**Evolución de energías durante el evento (8 cm espesor)**

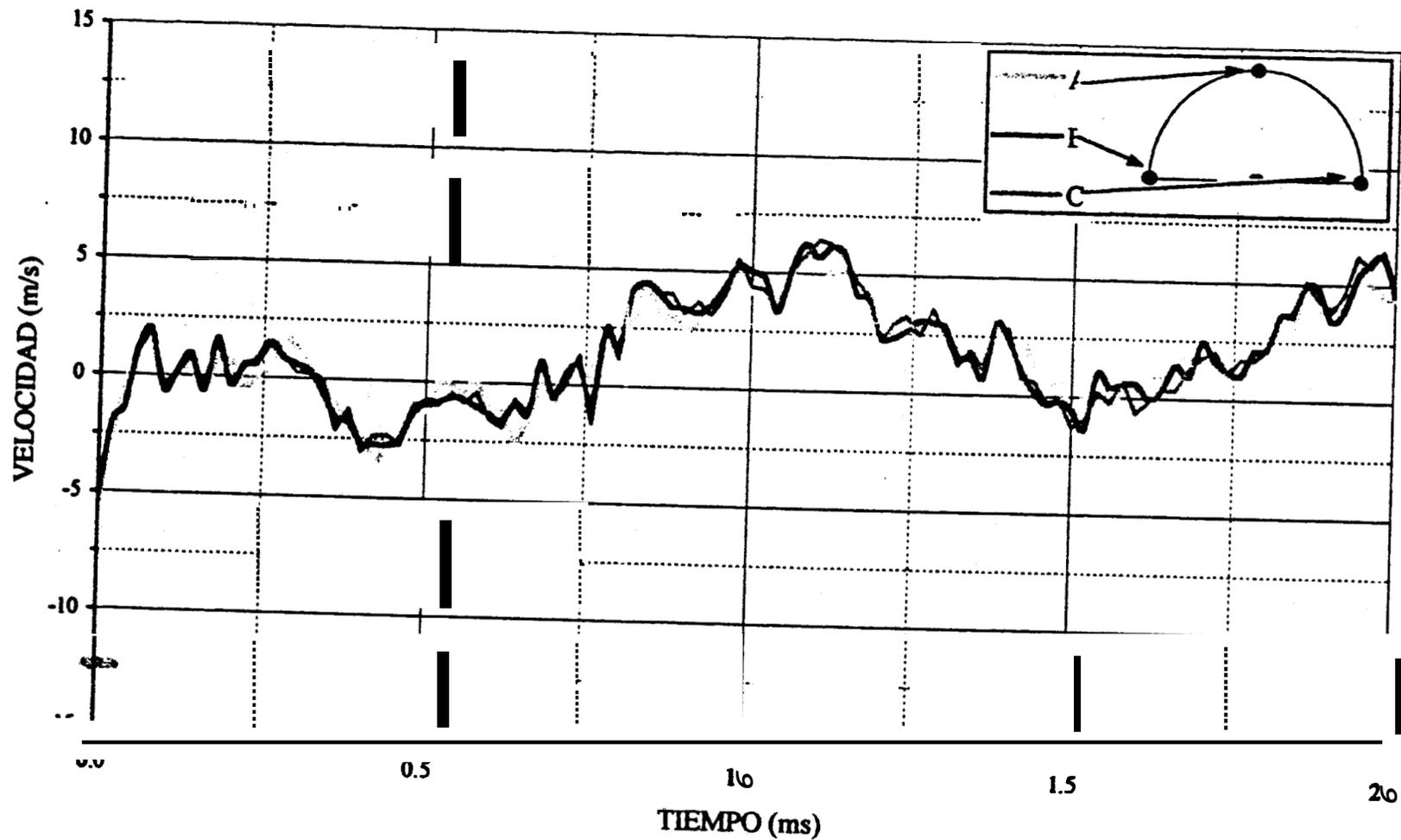


Fig. 5.6

Historia de velocidades en 3 puntos de la periferia ( $r=8\text{cm}$ )

período de resonancia es del orden de **1.04 ms** y la velocidad media de rebote aproximada es de **1.97 m/s**.

Más interesante es la figura 5.7, en la que debería esperarse una disminución del **20%** tanto en la amplitud  $F_1$  como en la duración  $t_1$  del primer pico de la fuerza, lo que en efecto es compatible con la historia calculada en la modelización. Analíticamente calculamos este pico de fuerza como anteriormente se lo ha efectuado:

$$F_1 = \rho c v A$$

$$F_1 = (7850 \text{ kg/m}^3)(5047 \text{ m/s})(5.42 \text{ m/s})(0.098 \text{ m}^2)$$

$$F_1 = 21.05 \text{ MN}$$

su tiempo de duración es entonces:

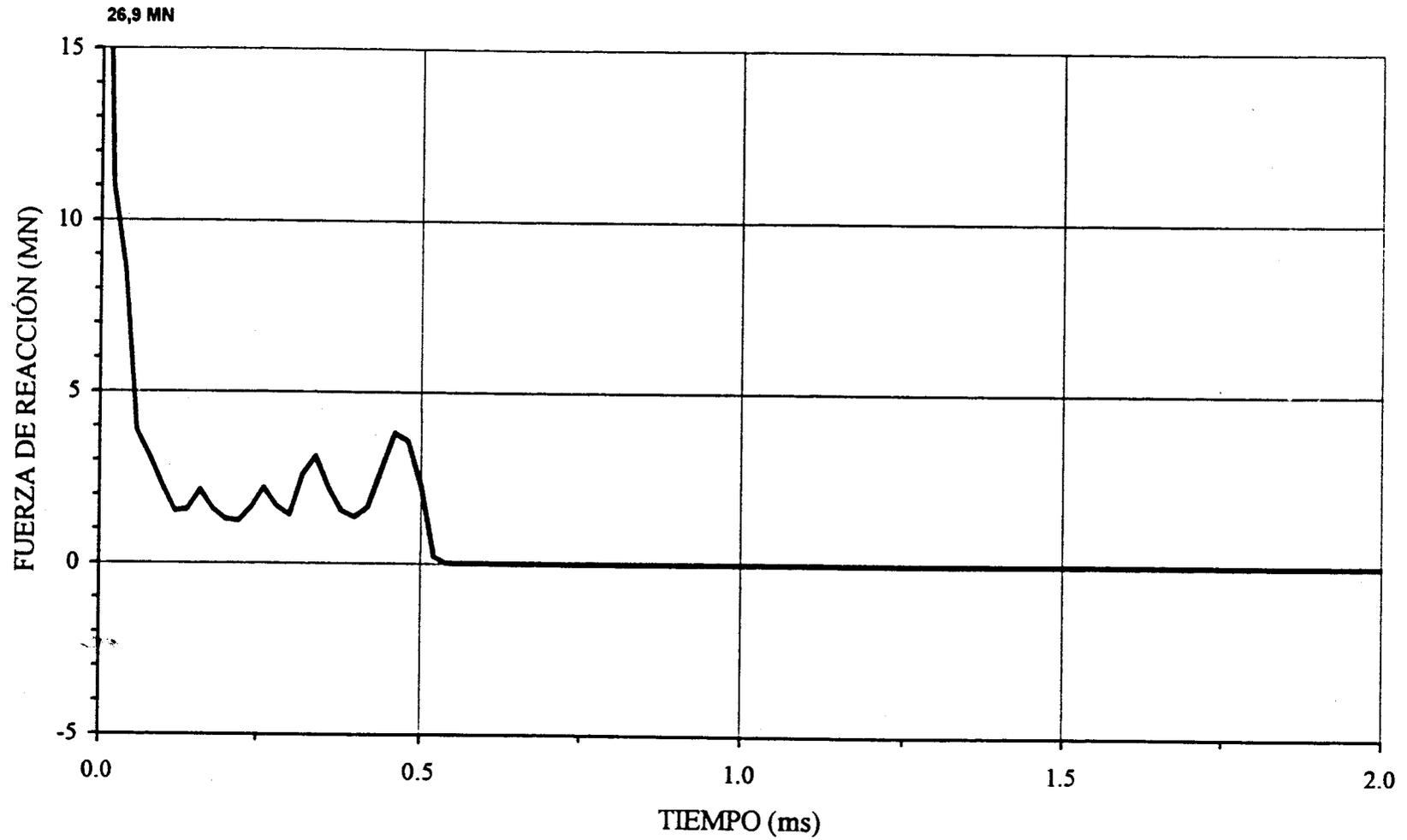
$$t_1 = \frac{2e}{c}$$

$$t_1 = \frac{2(0.096 \text{ m})}{5047 \text{ m/s}}$$

$$t_1 = 0.0038 \text{ ms}$$

El valor del pico en la gráfica es **26.9 MN** con un tiempo de duración de **0.0053 ms**. Vemos claramente que existe compatibilidad entre la simulación y los resultados obtenidos analíticamente.

La segunda parte, es decir las fuerzas que se desarrollan durante el impacto, tienen una duración de **0.52 ms** (semiperíodo de resonancia) y



**Fig. 5.7**  
**Fuerza desarrollada entre tapa y pared ( $e = 8$  cm)**

cuyo valor calculado aproximadamente con los datos de la tabla I y la ecuación 1.5 es:

$$F_2 = \frac{m(v - v_1)}{t}$$

$$F_2 = \frac{438\text{kg}(5.42\text{ m/s} - 2.56\text{m/s})}{0.0052\text{s}}$$

$$F_2 = 2.38\text{ MN}$$

~~Esta~~ parte es ligeramente ~~mas~~ larga, ya que el adelgazamiento de la tapa lleva a un alargamiento de su semiperíodo de oscilación. El valor promedio de la fuerza resultante en la segunda parte de la historia de fuerzas de la **figura 5.7** es de 3.48 MN.

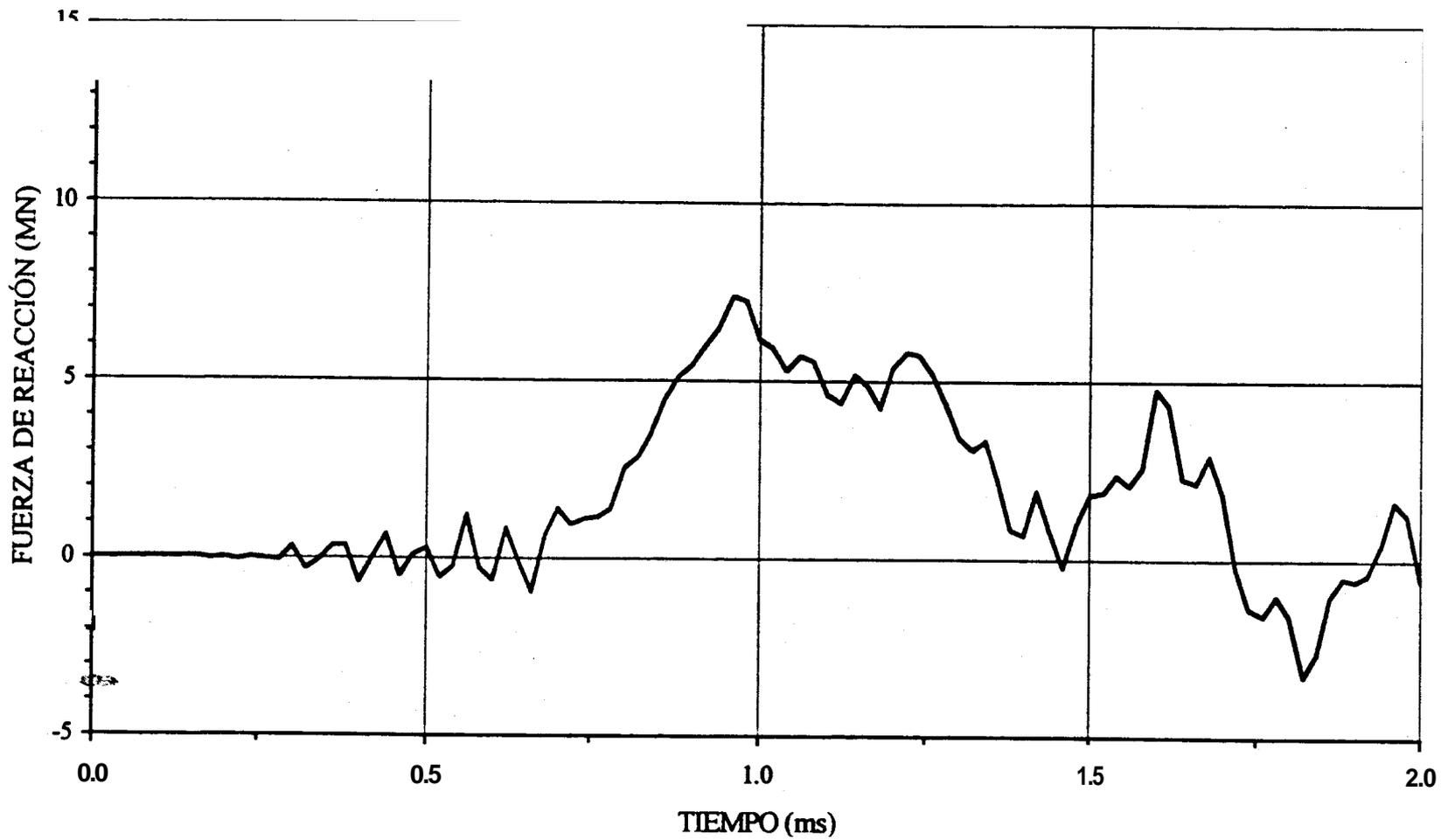
La **figura 5.8** es también consistente con la Fig. 5.4, en la disminución de la cantidad de movimiento a absorber (proporcional a la masa) y el mayor tiempo sobre el **cual** dicha absorción debe llevarse a **cabo** (proporcional al periodo de oscilación de la tapa). El tiempo que tardan las compresiones resultantes en llegar **al** suelo calculado analíticamente es:

$$t_2 = \frac{L}{c}$$

$$t_2 = \frac{4.320\text{m}}{5047\text{m/s}}$$

$$t_2 = 0.85\text{ ms}$$

pudiéndose notar que en la **figura 5.8** tiene un valor de 0.70 ms



**Fig. 5.8**  
**Fuerza desarrollada en la base de la cápsula ( $\epsilon = 8$  cm)**

#### 5.1.4. Cápsula con 12 cm de pared

Por último, se ha analizado el impacto en el caso de que los espesores de paredes y tapa fueran un 20% superiores a los del caso central. Dichos espesores son ahora por tanto 12 cm y 14,4 cm, respectivamente.

Una vez más, las Figs. 5.9 a 5.12 presentan la información correspondiente a la que mostraban las figuras 5.1 a 5.4 para el caso central.

La energía sigue conservándose, como indica la figura 5.9, la energía disipada plásticamente no se ha incluido nuevamente pues las deformaciones plásticas máximas siguen siendo pequeñas en este impacto axisimétrico alcanzando un valor de  $8,55 \cdot 10^{-5}$ .

El período de oscilación de la tapa es ligeramente más corto (ver fig. 5.10), puede observarse que se incluye una historia adicional de velocidades, que es la del nodo central de la tapa. Prescindiendo del ruido (que representa ondas de compresión viajando a través del espesor de la tapa), es claro que el centro de la tapa está moviéndose con el mismo período que la periferia pero en oposición de fase. Lo cual comprueba que las oscilaciones son realmente las asociadas al primer modo de vibración de la tapa. De esta gráfica tenemos que el período de resonancia es del orden de 0.85 ms. y la velocidad media de rebote aproximada es de

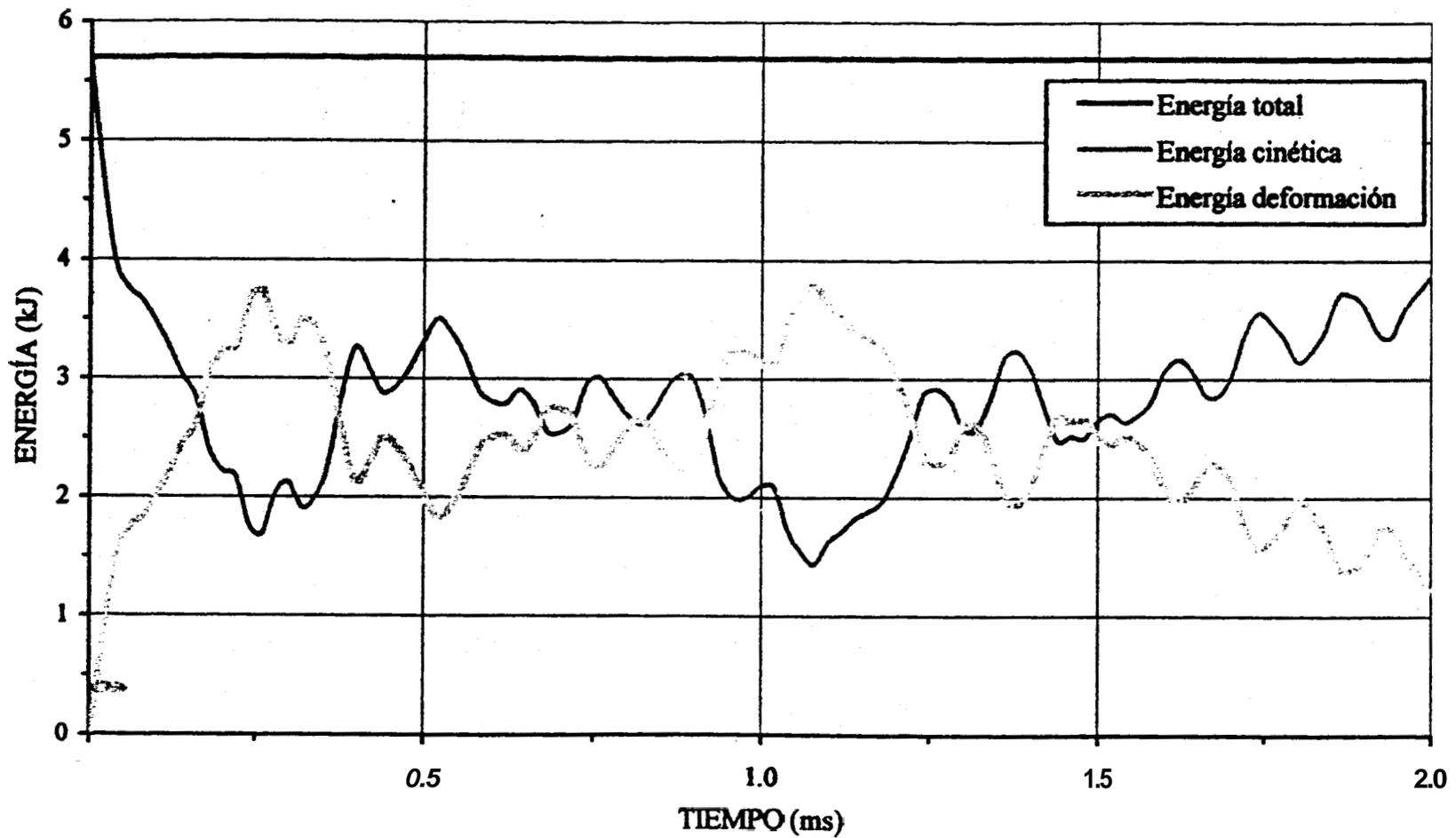
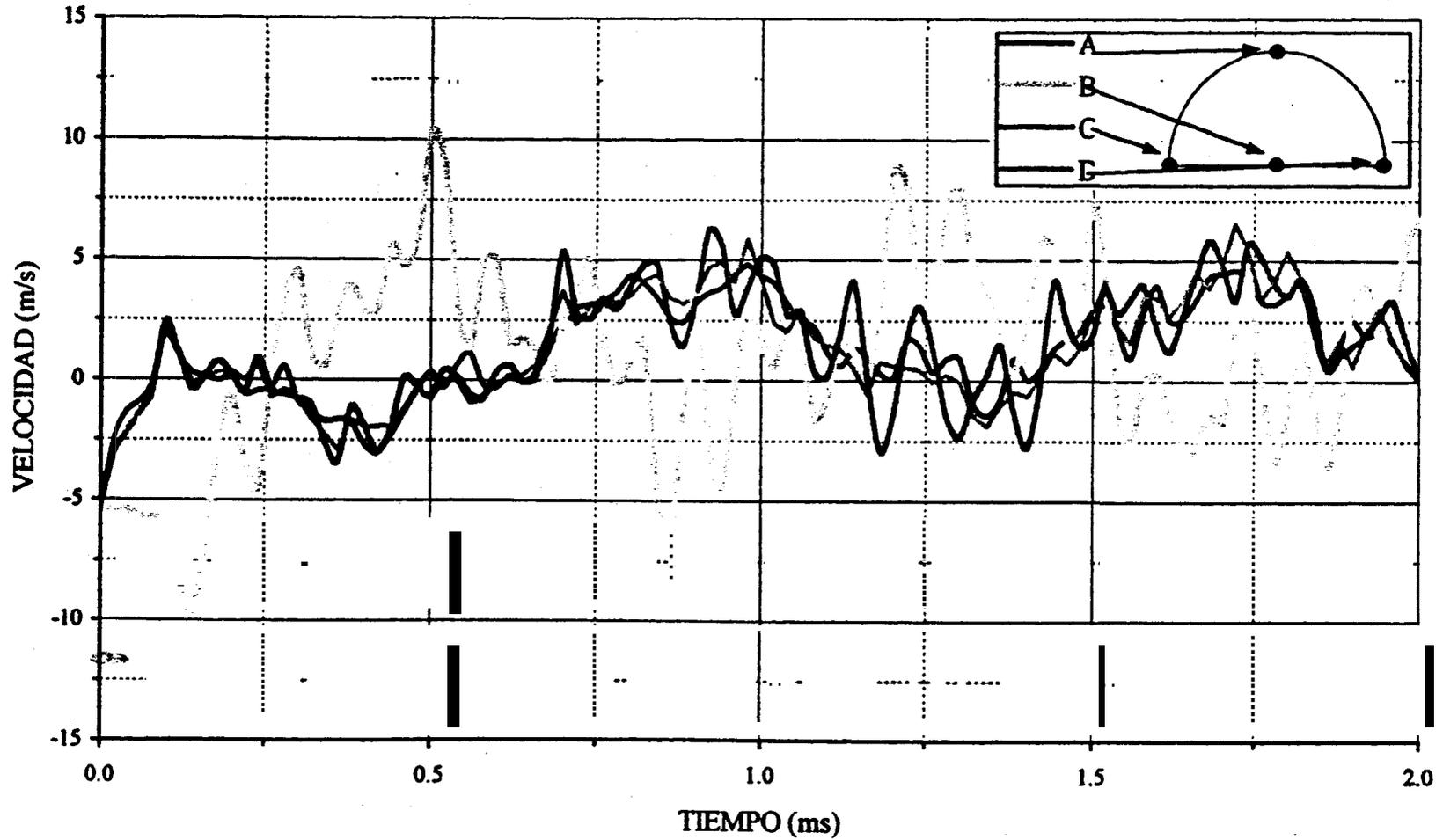


Fig. 53

Evolución de energías durante el evento (12 cm espesor)



**Fig. 5.10**

**Historia de velocidades en 3 puntos de la periferia y 1 central (12 cm espesor)**

**1.71 m/s.**

La amplitud y duración del primer pico de fuerzas aumenta un **20%** como lo podemos ver en la **figura 5.11** y la amplitud media de la fuerza transmitida en la segunda parte de la historia de fuerzas es un **20%** superior a la correspondiente en la **figura 5.3**.

El primer pico de fuerza se lo estima utilizando el procedimiento anterior:

$$F_1 = \rho c v A$$

$$F_1 = (7850 \text{ kg/m}^3) (5047 \text{ m/s}) (5.42 \text{ m/s}) (0.154 \text{ m}^2)$$

$$F_1 = 33.2 \text{ MN}$$

su tiempo de duración entonces es:

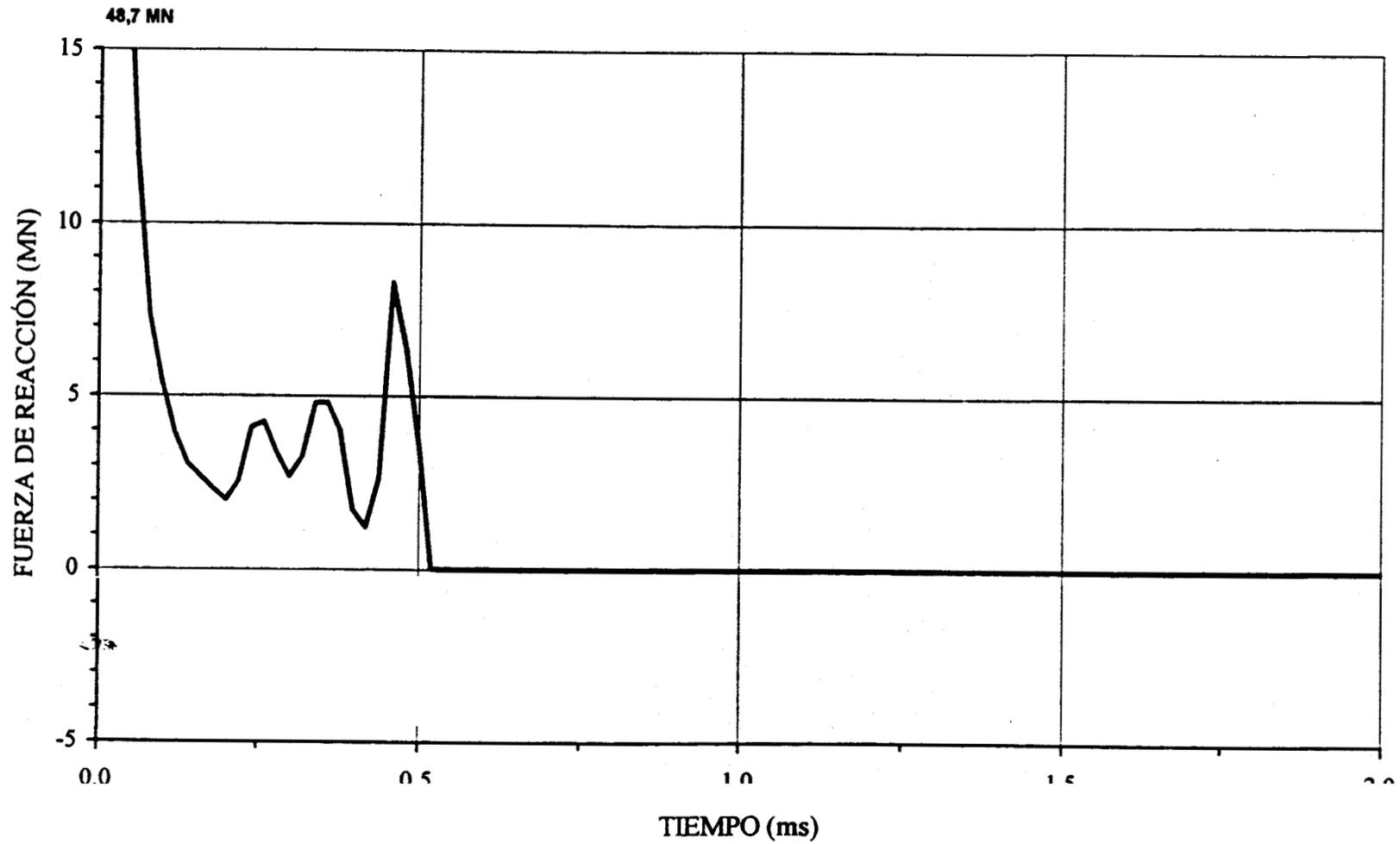
$$t_1 = \frac{2e}{c}$$

$$t_1 = \frac{2(0.144 \text{ m})}{5047 \text{ m/s}}$$

$$t_1 = 0.0057 \text{ ms}$$

La **figura 5.11**, nos da un valor del pico de **48.7 MN** con un tiempo de duración de **0.0075 ms**. En la **segunda** parte de la historia de fuerzas el valor de la **fuerza** resultante es de

El valor de la fuerza resultante en la **figura 5.11** es de **7.65 MN**, y mediante el procedimiento de cálculo:



**Fig. 5.11**

**Fuerza desarrollada entre tapa y pared (e = 12 cm)**

$$F_2 = \frac{m(v - v_1)}{t}$$

$$F_2 = \frac{785\text{kg}(5.42\text{ m/s} - 1.57\text{ m/s})}{0.00042\text{s}}$$

$$F_2 = 7.19 \text{ MN}$$

Otra vez existe compatibilidad en los resultados por simulación y analíticamente.

Ahora vemos que la figura 5.12 es claramente similar a las figuras 5.4 y 5.8, notándose que hay un aumento de la cantidad de movimiento a absorber y un menor tiempo de dicha absorción. El tiempo determinado gráficamente es de 0.8 ms mientras que utilizando el procedimiento anterior tenemos:

$$t_2 = \frac{I}{C}$$

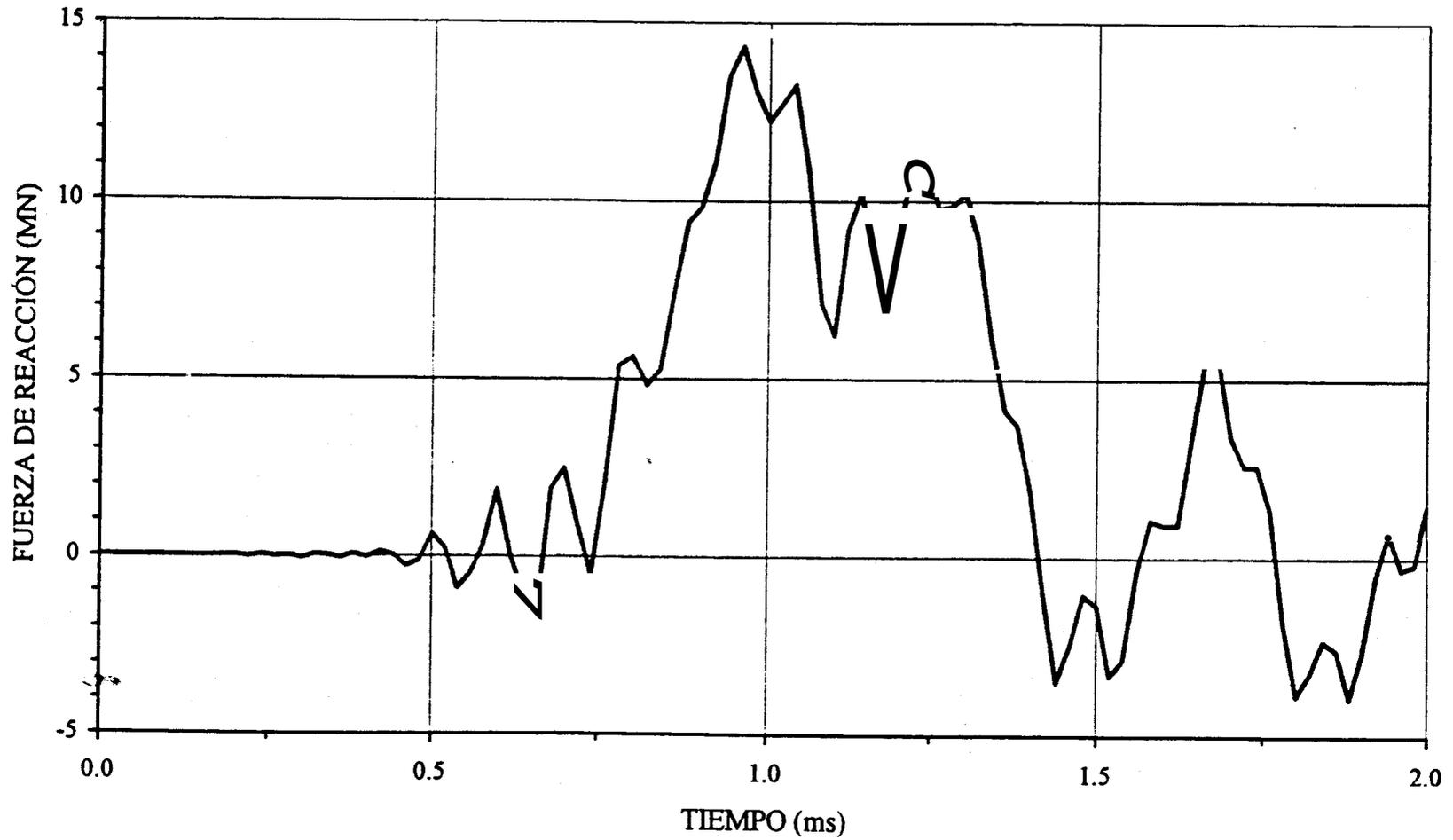
$$t_2 = \frac{4.564\text{ m}}{5047\text{ m/s}}$$

$$t_2 = 0.90 \text{ ms}$$

## 5.2. Impacto Oblicuo

A continuación se muestra los acontecimientos producidos durante el impacto oblicuo de la **tapa** sobre la capsula:

a) Al chocar la tapa con la cápsula, el contacto comienza con un área



**Fig. 5.12**  
**Fuerza desarrollada en la base de la cápsula (e = 12 cm)**

infinitesimal, que va creciendo a medida que se deforma plásticamente los cuerpos. Esto produce un incremento progresivo de la fuerza **hasta** que la tapa rebota.

- b) Después del impacto, la tapa rebota y puede oscilar en sus modos naturales de vibración.
- c) Al desarrollarse deformaciones plásticas, es difícil predecir a priori con exactitud el tiempo que durará el impacto, ya que dependerá del tiempo que tardan las fuerzas del impacto en agotar la cantidad de movimiento de la **tapa**.

Esto se debe a que la evolución de estas fuerzas es difícil de predecir sin antes realizar el cálculo detallado.

**En** el **caso** anterior, esto no ocurría, ya que el impacto era esencialmente elástico y el tiempo de contacto está relacionado con el período de vibración de la **tapa**.

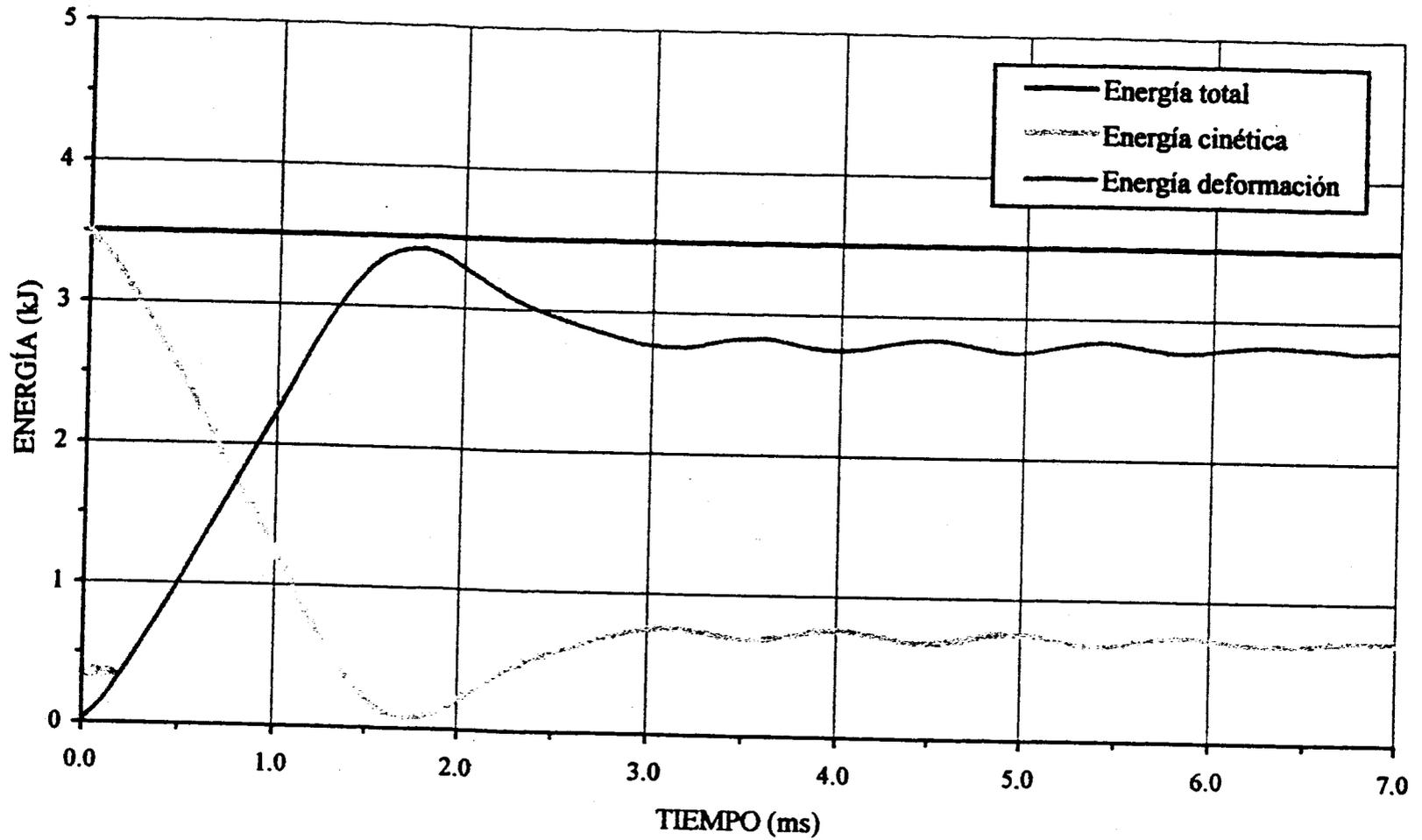
- d) La presencia de la plasticidad del material actúa como un amortiguador de las ondas vibracionales de la **tapa**, lo que limita su amplitud.
- e) La fuerza producida entre la cápsula y el suelo será el doble de la producida entre la tapa y cápsula, debido a la reflexión de las ondas de compresión en este contorno fijo.

### 5.21. Cápsula de 10 cm de espesor

**En** la figura 5.13, se muestra la evolución de las energías presentes durante el impacto. Se ve claramente que las energías de deformación y cinética son complementarias, mostrando una conservación perfecta de la energía total de problema. Podemos notar que al comienzo del impacto toda la energía es cinética, la cual disminuye debido al impacto llegando a su valor mínimo a los **1.88 ms**. Luego parte de la energía de deformación almacenada elásticamente, invierte a la cinética produciendo el rebote de la tapa con **una** velocidad residual de traslación y ciertas vibraciones internas. **En** los **0.75 kJ** que restan a partir de los **2.9 ms** se presenta la energía cinética correspondientes a estos movimiento.

**La** figura 5.14, presenta la distribución de la energía total de deformación, y sus componentes elástica y plástica. Solo una parte de la deformación es recuperable (elástica), ya que el resto se disipa plásticamente. Las deformaciones plásticas son de **suma** importancia, ya que en base a estas se conoce si la cápsula **podrá** ser reutilizable o no. Estas deformaciones terminan a los **2.25 ms**.

**En** la figura 5.15 se presenta la deformación plástica de la tapa y en la figura 5.16 se **muestra** el detalle de la cápsula donde se ha producido el impacto y su deformación plástica, pudiendo notarse que en la zona de



**Fig 5.13**

**Evolución de las energías desarrolladas durante el impacto oblicuo**

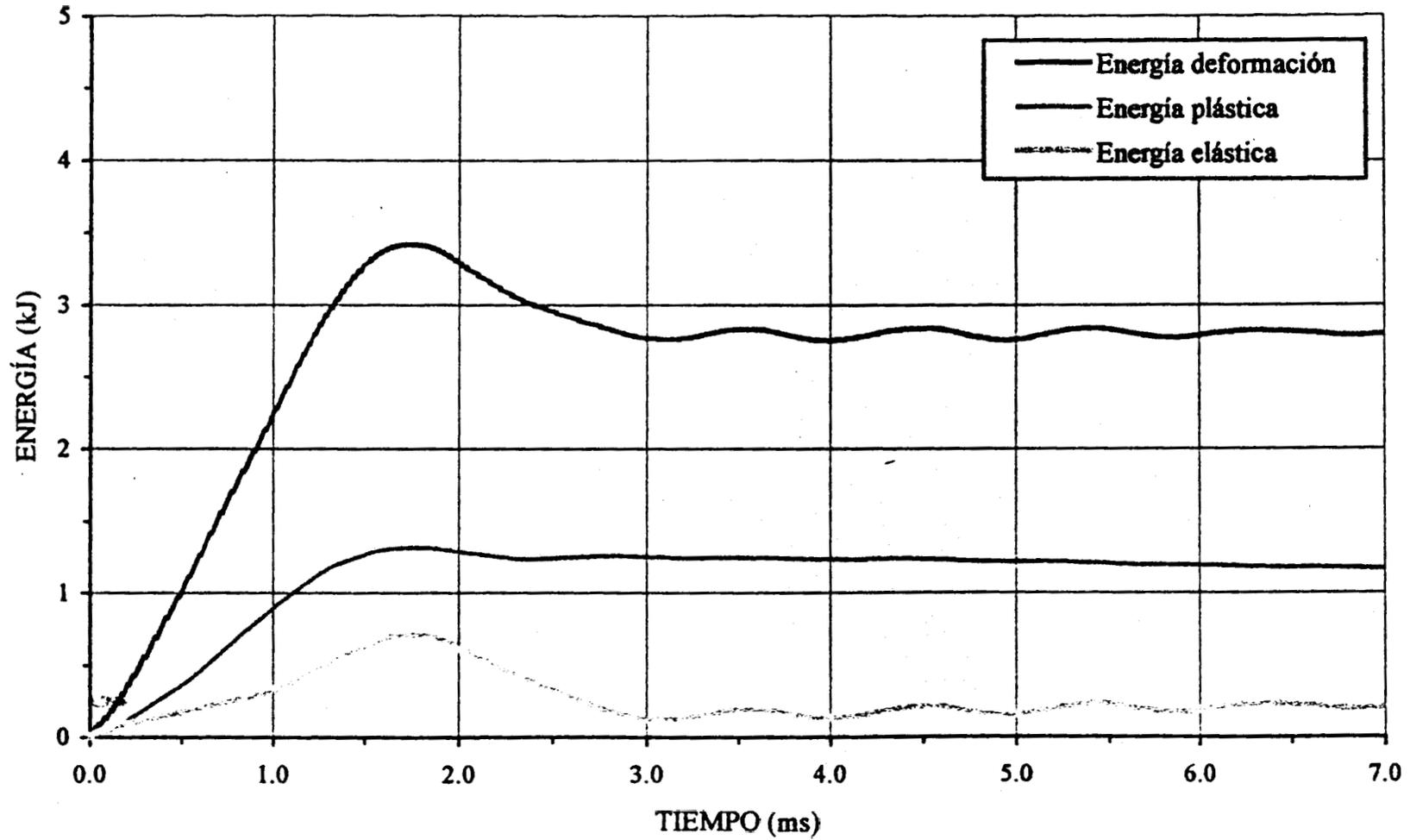


Fig. 5.14  
 Distribución de la energía de deformación, **impacto** oblicuo.

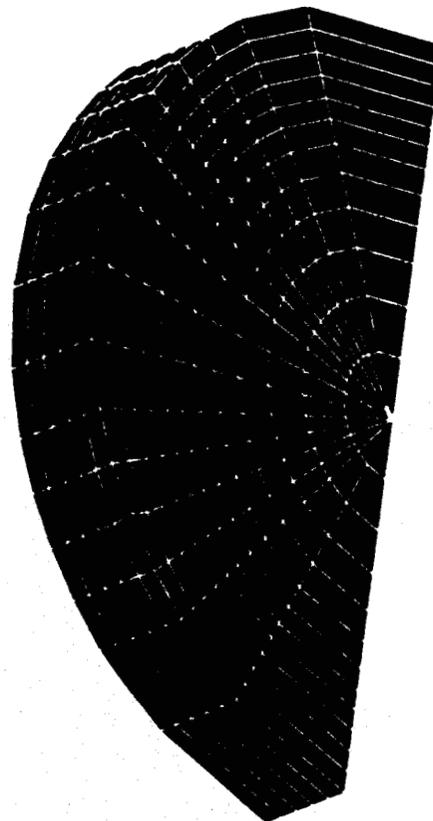
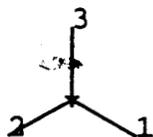
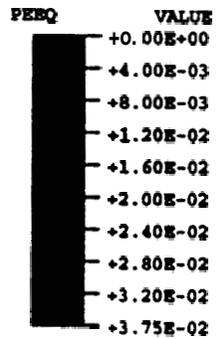
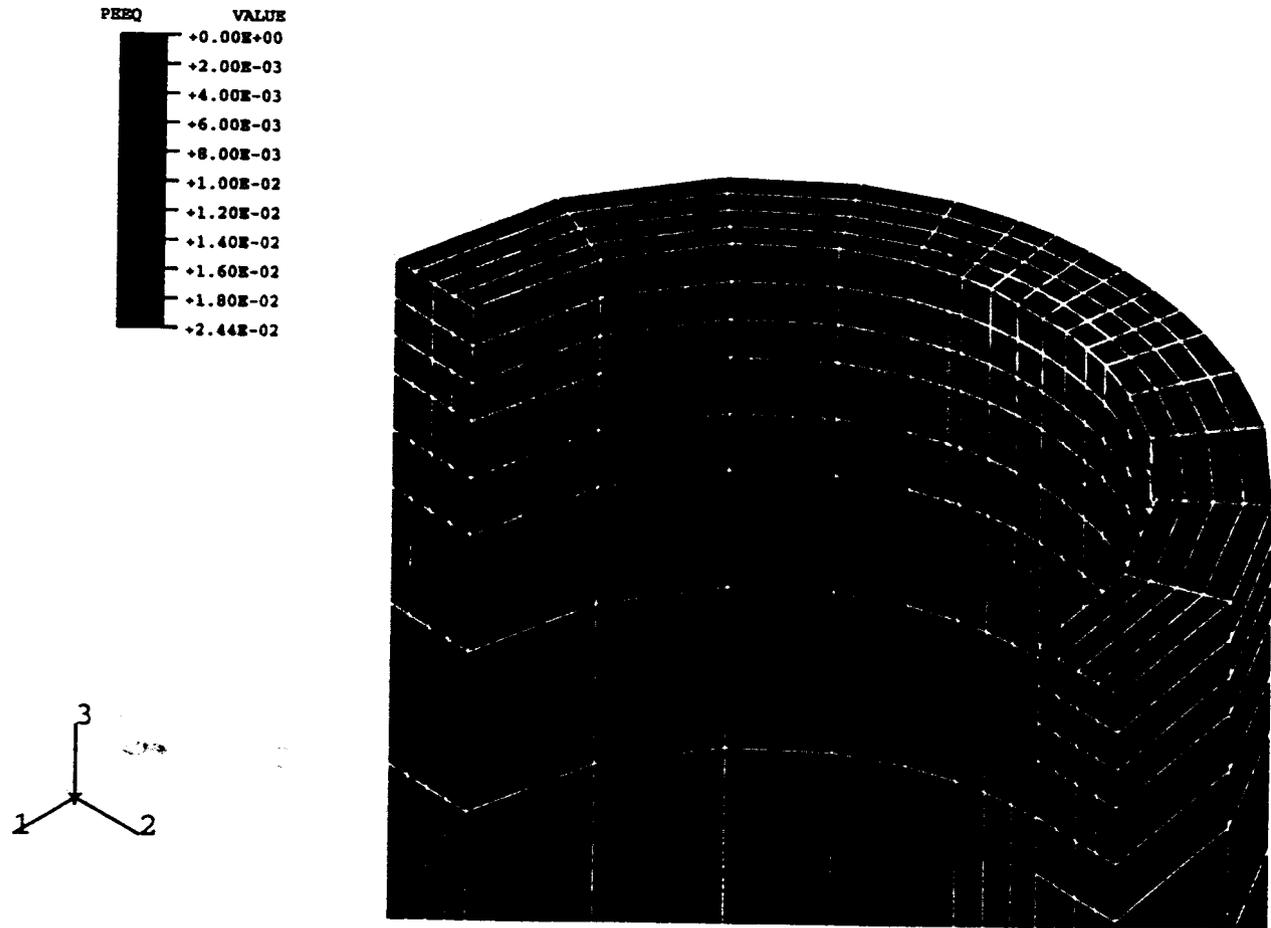


Fig. 5.15  
Deformación plástica de la tapa



**Fig. 5.16**  
**Deformación plástica de la cápsula**

contacto es donde se han producido las mayores deformaciones, cuyos valores máximos son **0.037** y **0.024** respectivamente.

La historia de velocidades de tres puntos de la tapa se presentan en la **figura 5.17**. En esta **figura** vemos que el tiempo que dura el impacto es de **2.8 ms**, la velocidad media de rebote es de **0.8 m/s** y el período de oscilación es de **0.3 ms**.

En la **figura 5.18** se ve la evolución de las fuerzas desarrolladas entre la tapa y la cápsula, cuyo valor máximo es de **1.3 MN**. Mediante la ecuación **1.5** podemos aproximar analíticamente este valor, el cual es igual a **1.21 MN**, notándose una vez más la consistencia entre la simulación y el cálculo analítico.

Por último la **figura 5.19** presenta la evolución de las fuerzas desarrolladas entre la cápsula y el suelo, es claro que la llegada de las compresiones resultantes del impacto ocurre a **0.85 ms** debido a la longitud de la capsula y la velocidad de propagación de las ondas como se explicó en el caso anterior. El valor de esta fuerza es de **2.6 MN**, lo cual comprueba que es el doble de la fuerza de impacto.

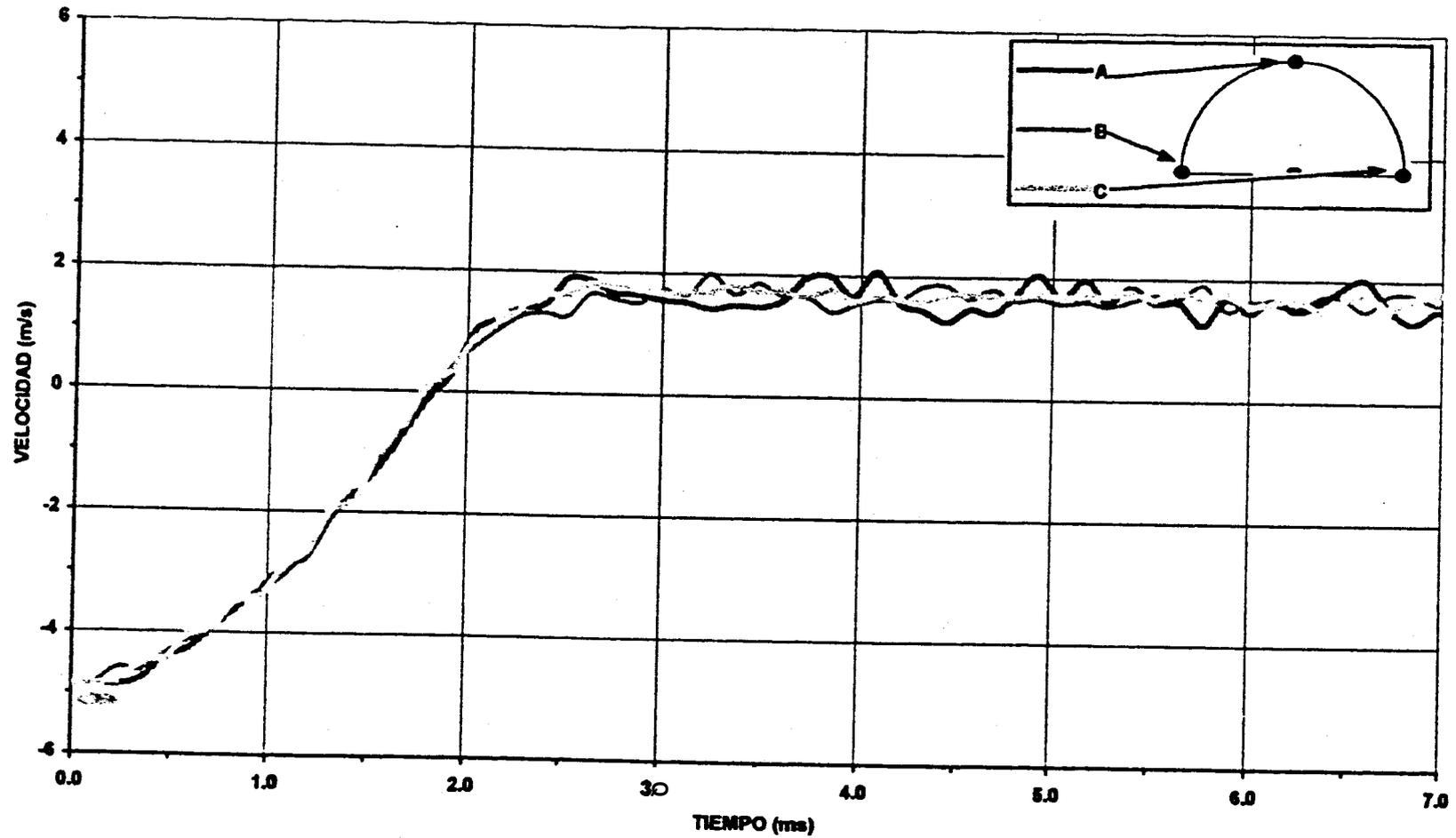


Fig 5.17

Historia de velocidades en 3 puntos de la tapa, impacto oblicuo

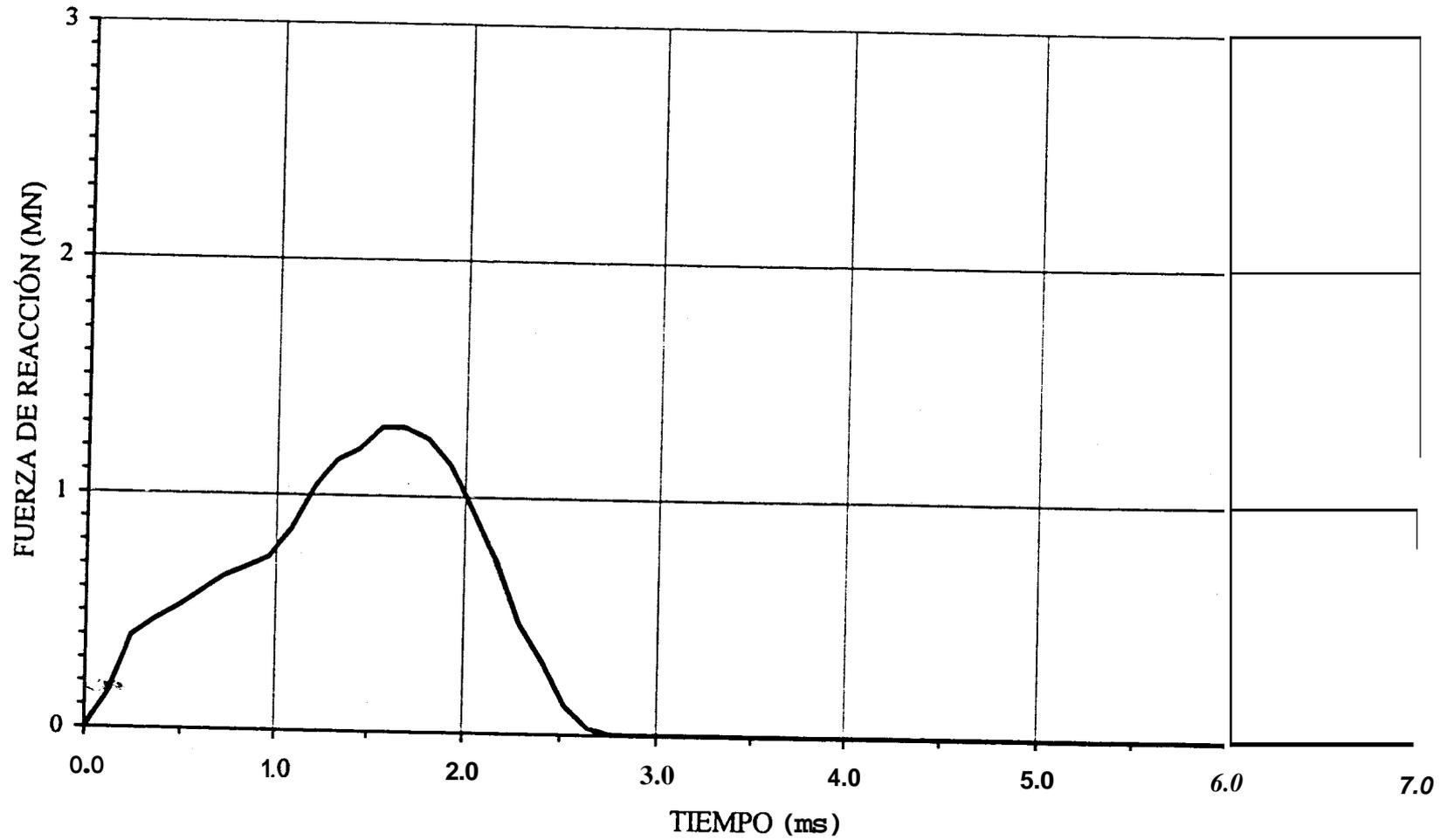


Fig. 5.18

Fuerza desarrollada entre tapa y cápsula, impacto oblicuo ( $e = 10$ )

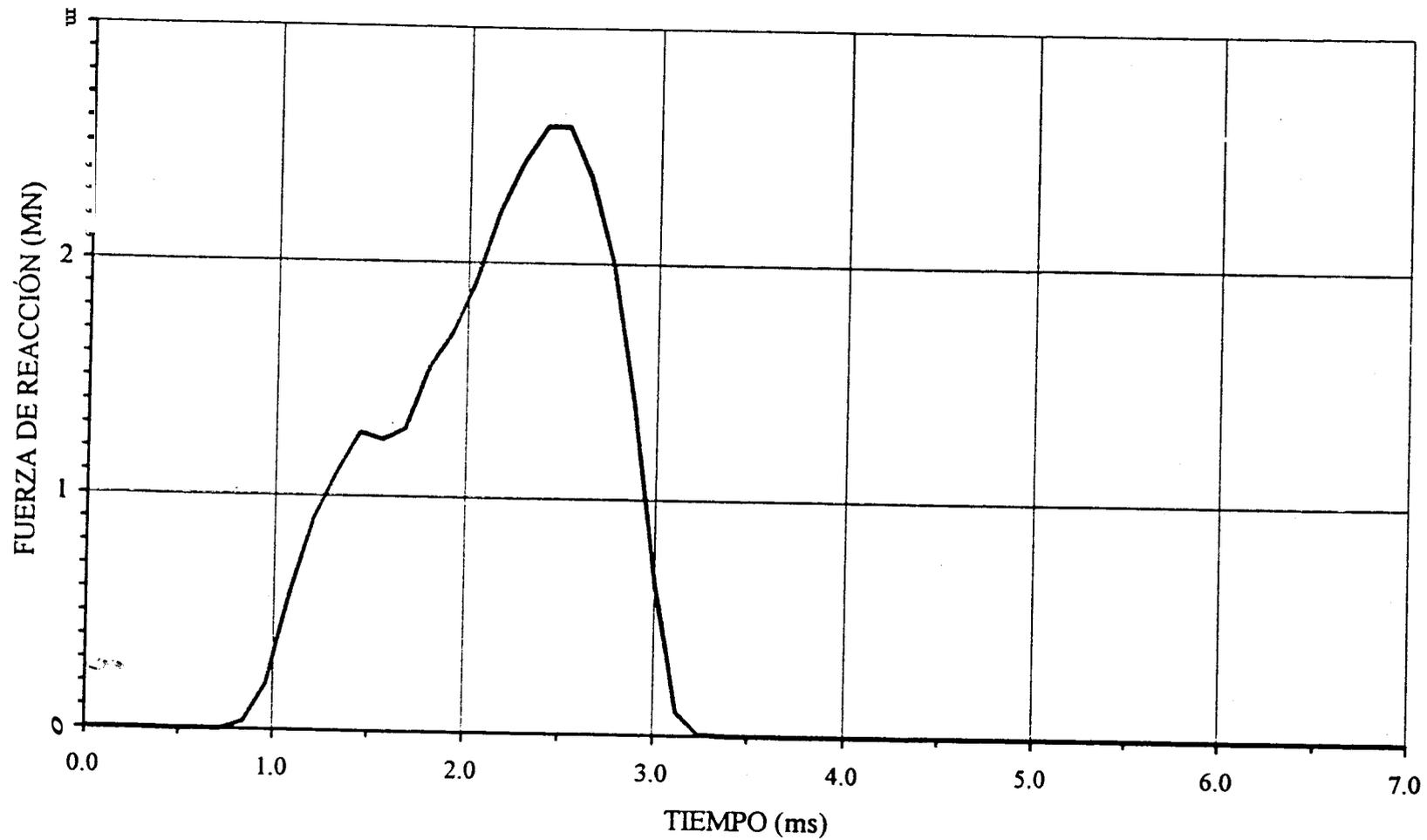


Fig. 5.19

Fuerza desarrollada en la base de la cápsula ( $e = 10$  cm)

## VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 6.1. Conclusiones

#### 6.1.1. Impacto Axisimétrico

Se ha analizado el impacto resultante al caer libremente la tapa de la cápsula sobre las paredes desde una altura de 1,5 m en el que la tapa choca con la capsula a la **vez** en todos los puntos de la parte superior de la pared. **En** el análisis se han estudiado cápsulas tanto con el espesor considerado más **probable para** paredes y tapa, como con espesores un **20%** inferiores y superiores a los valores<sup>4</sup>, considerados como más probables.

Los estudios realizados han permitido extraer las siguientes conclusiones:

1. El impacto plano de la tapa dura **0,475 ms**. Hay un pico de fuerza inicial, que dura del orden de **0,05 ms**. La intensidad del pico es proporcional al espesor de la pared; la duración es proporcional al espesor de la tapa.
2. Durante el tiempo que va desde **0,05** a **0,5 ms**, la fuerza transmitida es la correspondiente a la aniquilación de la cantidad de movimiento de la tapa y, por tanto, proporcional a su espesor.
3. Los resultados obtenidos por la simulación son perfectamente consistentes con los que, basándose en aproximaciones analíticas, podrían esperarse para el problema planteado.
4. Las deformaciones plásticas son siempre despreciables en un impacto plano a baja velocidad como el aquí considerado.
5. El comportamiento del programa ABAQUS/Explicit en particular y de la simulación realizada en general ha sido impecable, especialmente habida cuenta del mallado fuertemente asimétrico utilizado para obtener la solución de un problema axisimétrico.

6. Desde el punto de vista de la supervivencia de la cápsula, es evidente que **tsta** no se ve comprometida por las caídas planas postuladas, ya que el impacto producido es esencialmente elástico y las deformaciones remanentes **son despreciables**.

### 6.12 Impacto Oblicuo

Para la segunda parte del problema, se analizó el impacto oblicuo de la tapa al caer desde una altura de 1.5 m de altura, en el que el borde de la tapa choca con la arista interna de la cápsula. Para su análisis solo se estudio con un espesor de **10 cm**.

1. El impacto oblicuo de la **tapa** dura **2.8** ms. Pudiendo notar que este impacto dura más tiempo que el impacto axisimétrico.
2. Existe la presencia de deformación plástica en la tapa y en la cápsula iguales al 3.8% y **2.4%** respectivamente.
3. La presencia de defonnaciones plásticas en un cuerpo, disminuyen su amplitud de vibración.
4. **Se** ha podido apreciar, que los resultados obtenidos por la simulacion una vez más **han**<sup>4</sup> sido consistentes con las

aproximaciones analíticas que se esperaron para el problema planteado.

5. Mediante el programa ABAQUS/Explicit se ha podido obtener la información necesaria sobre lo que le ocurriría a la cápsula sometida a un impacto oblicuo de su tapa, gracias a lo cual ENRESA decidirá si esta cápsula es reutilizable o **no** basándose en otros estudios realizados.

## 7.2. Recomendaciones

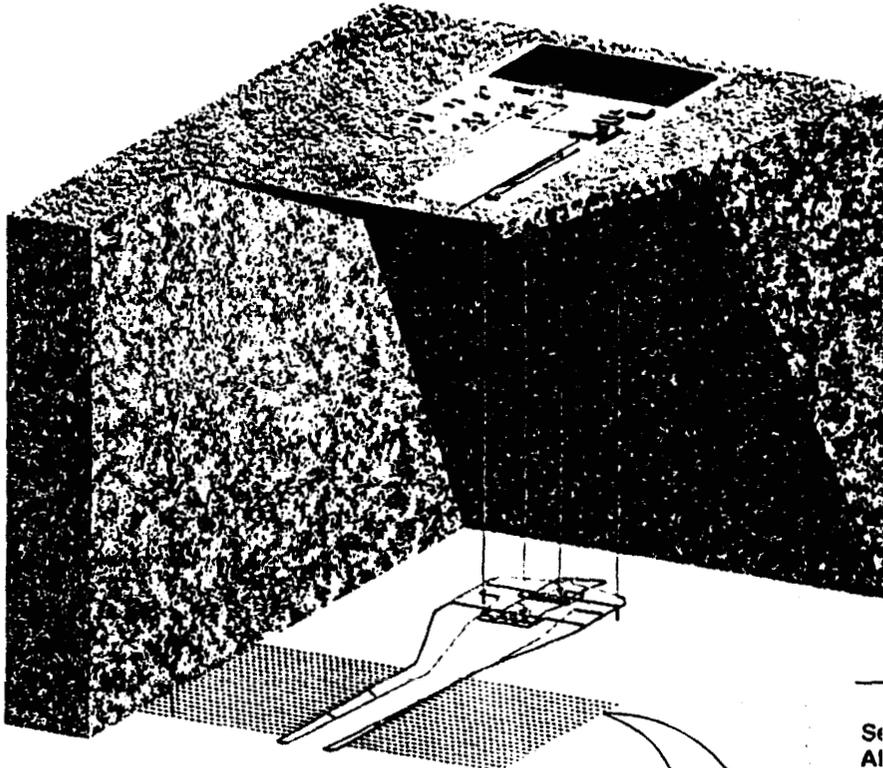
1. En vista que uno de los principales problemas en el ámbito mundial que existen en la actualidad, es la contaminación del medio ambiente debido a diferentes factores entre ellos los residuos radiactivos de alta actividad, se espera que en un futuro no muy lejano, se tenga en los países desarrollados la solución definitiva para el almacenamiento de estos residuos, lo cual se puede lograr gracias a la continuación de este tipo de estudios basándose en pruebas de investigación y la búsqueda de su desarrollo.
2. Además se recomienda que los países subdesarrollados busquen una asesoría por parte de países potenciales en cuanto a la búsqueda de medios de generación de energía que no contaminen el ambiente y no se dependa del

**uso** de la energía nuclear mientras no se encuentre una solución definitiva a este problema.

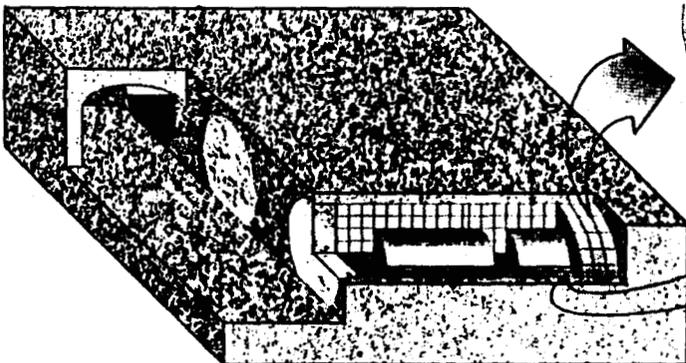
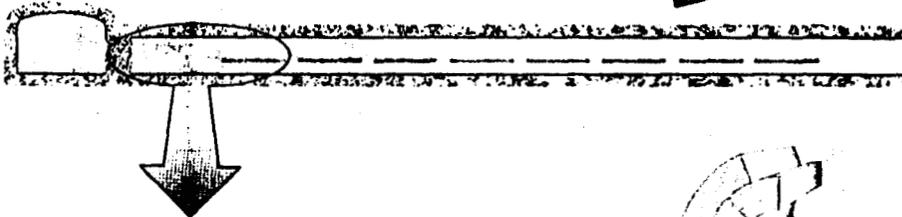
3. Por otro lado se recomienda el **uso** de programas de modelización y simulación como el **ABAQUS** , para prever los posibles daños de diferentes proyectos y evitar así gastos innecesarios de construcción.
4. Para trabajar con el programa **ABAQUS** es importante que el usuario tenga un conocimiento previo para que pueda desenvolverse con el **uso** de los parámetros.
5. Cuando se realice un estudio de impacto, con el programa ABAQUS, se recomienda que el mallado del cuerpo tenga un afinamiento en aquellas zonas donde se prevea las deformaciones, para lograr que se obtengan resultados más precisos.

# APÉNDICES

### EL ALMACENAMIENTO GEOLOGICO PROFUNDO, DESCRIPCION DEL CONCEPTO



Los residuos radiactivos se acondicionan en cápsulas de almacenamiento situadas horizontalmente en el interior de galerías de 2,4m de diámetro y 500m de longitud



Las galerías se rellenan y sellan tras el almacenamiento de los residuos

El concepto de almacenamiento geológico profundo consiste en el aislamiento de los residuos mediante un conjunto de barreras múltiples dispuestas en serie que aseguran un elevado grado de redundancia del sistema.

#### BARRERAS NATURALES.

LA FORMACION ALOJANTE

LAS FORMACIONES ADYACENTES

#### BARRERAS DE INGENIERIA:

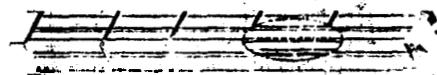
EL SELLO DE LOS BULTOS DE RESIDUOS

LA CAPSULA DE ALMACENAMIENTO

LA FORMA DEL RESIDUO

Se consideran tres tipos diferentes de FORMACION ALOJANTE: Granito, Arcilla y Sal.

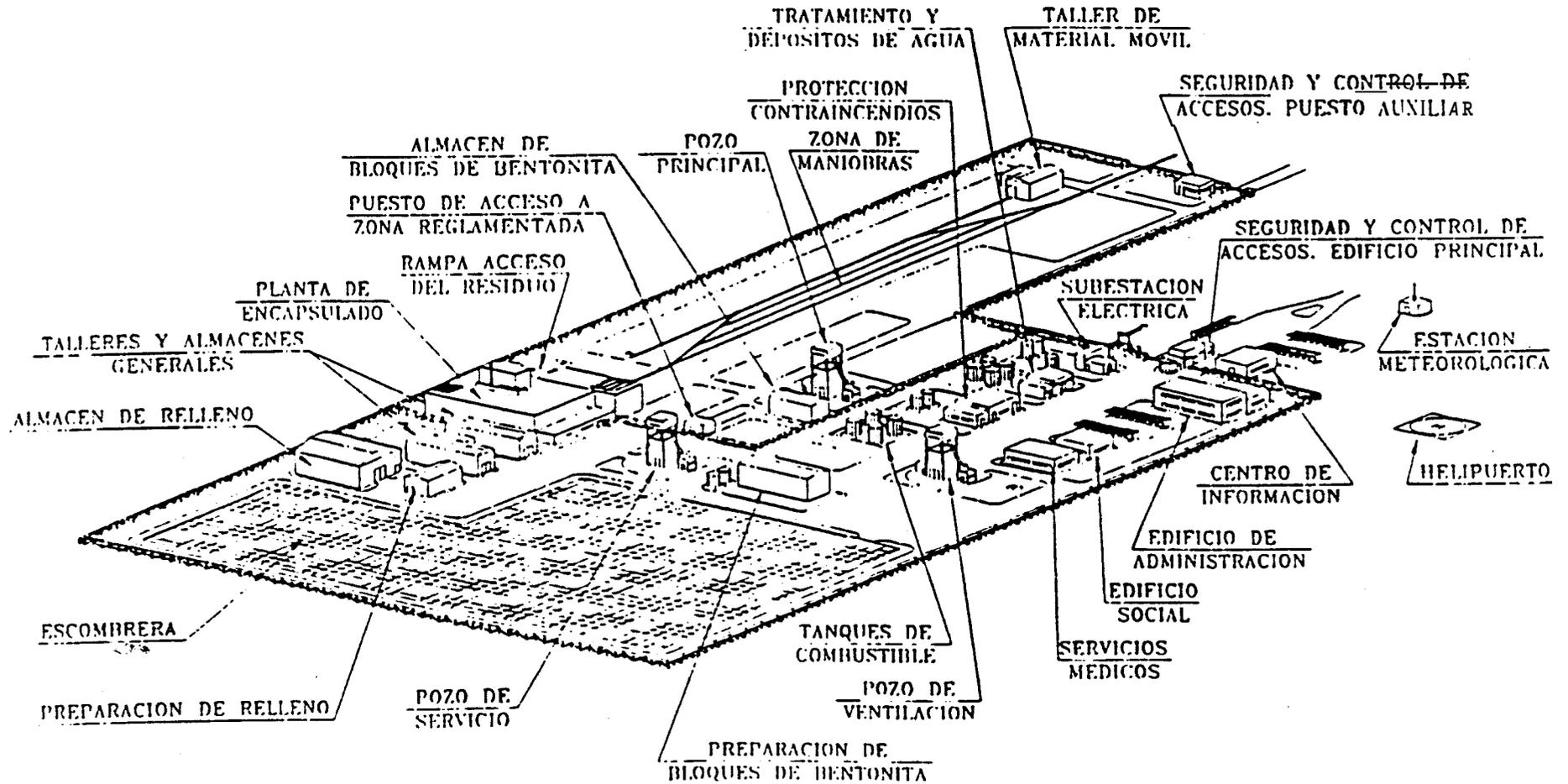
Los RESIDUOS los constituyen los elementos de combustible descargados del reactor o las matrices vitrificadas resultantes del reproceso de combustible



EL SELLO DEL BULTO DE RESIDUOS es un anillo de material impermeable que se interpone entre las cápsulas y la formación alojante



La CAPSULA DE ALMACENAMIENTO es un cilindro de acero al carbono de 10cm de espesor, 4,5m de largo y 90cm de diámetro, diseñada para más de 1.000 años

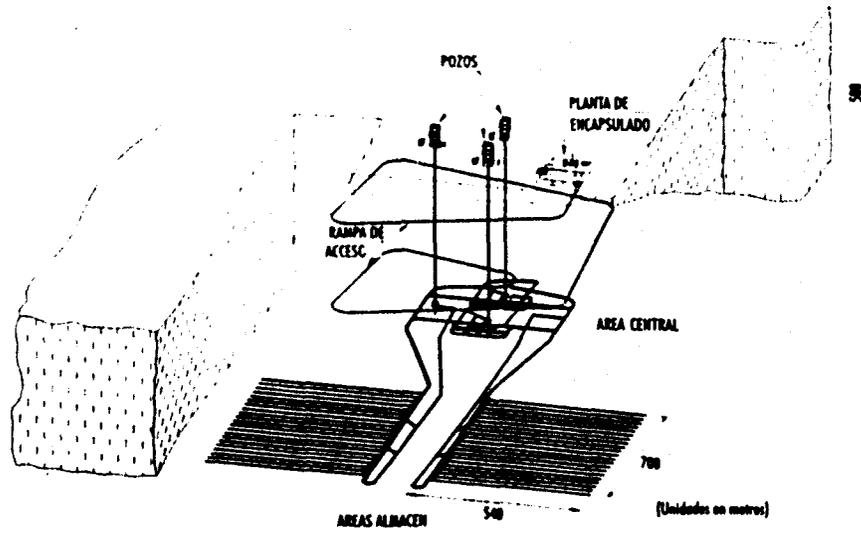


## APÉNDICE B

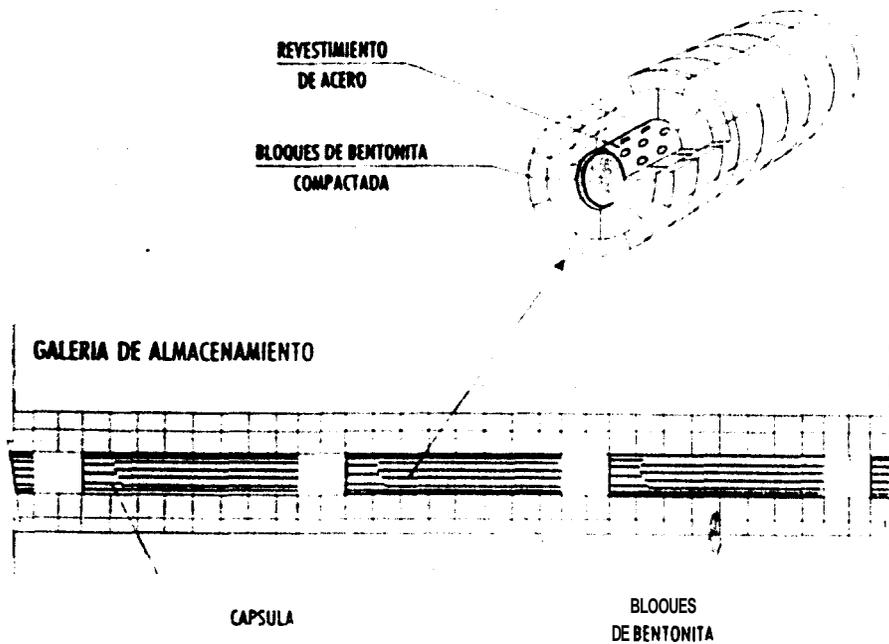
### INSTALACIONES DE SUPERFICIE DEL ALMACENAMIENTO GEOLÓGICO PROFUNDO

# APÉNDICE C

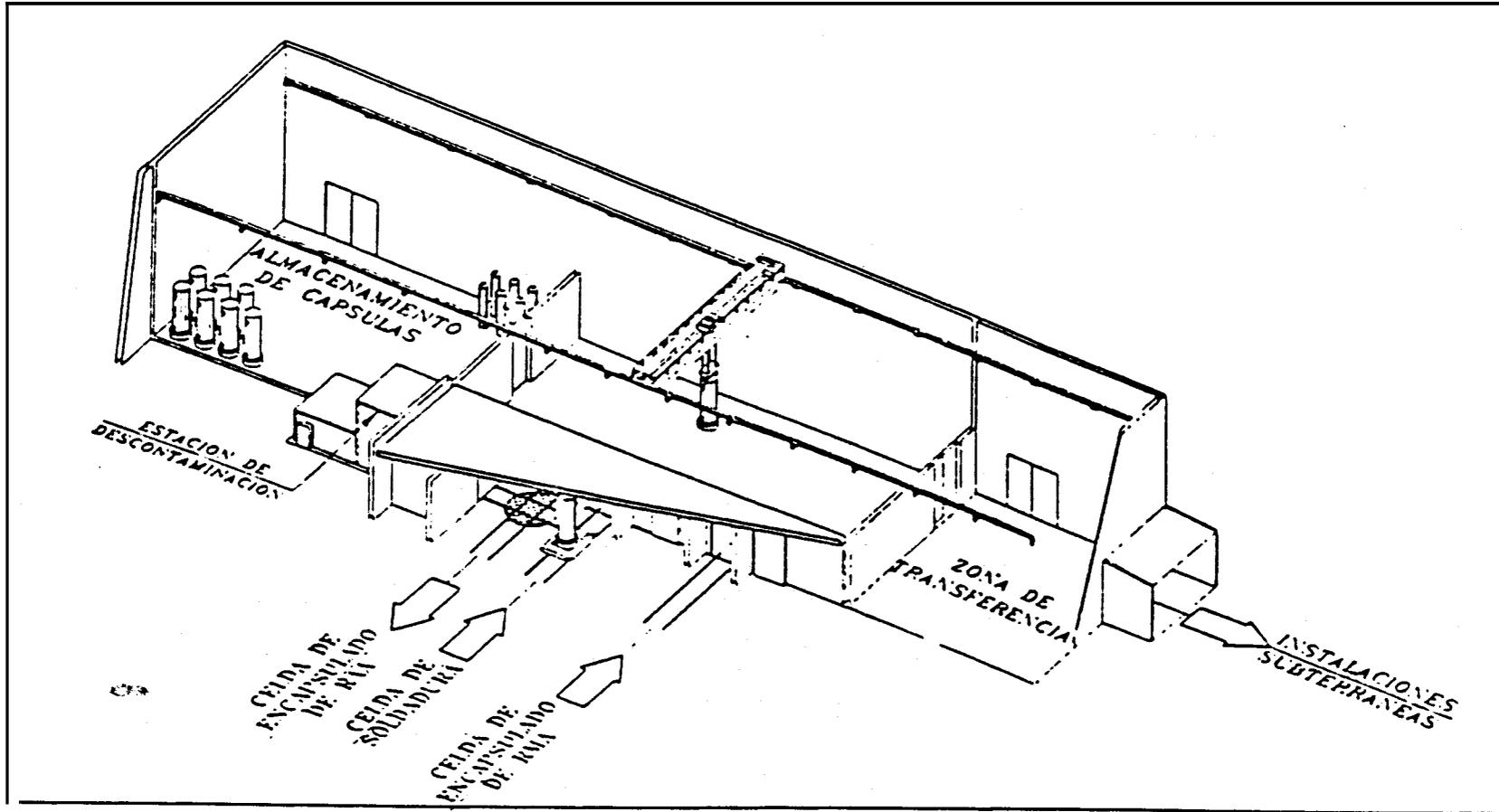
Evolucion del comportamiento y de la seguridad de un almacenamiento geológico profundo en granito



Esquema de las instalaciones subterráneas.



Sistema de almacenamiento de las cápsulas.



## APÉNDICE D

### OPERACIONES DE MANEJO EN INSTALACIONES DE SUPERFICIE

## **BIBLIOGRAFÍA**

1. **ENRESA**, “Residuos Radiactivos: Un reto para el año 2000”, Mariar **S.A.**, España, **1986**. Pág. **4**.
2. **ENRESA**, “Tratamiento y Gestión de Residuos Radiactivos”, Segunda edición, Transedit, España, **1995**. Pág. **4**.
3. **ENRESA**, “Almacenamiento Geológico Profundo de Residuos Radiactivos de Alta Actividad”, Transedit, **España, 1994**. Pág. **8**.
4. **LEVI ENZO**, “Elementos de Mecánica del Medio Continuo”, Primera edición, Editorial Limusa, México, **1997**. Pág. **10**.
5. **TIMOSHENKO**, “Resistencia de Materiales”, Tomo 1, Espasa-Calpe **S.A.**, España, **1957**. Pág. **13**.
6. **JOHNSON & MELLO**S, “Engineering Plasticity”, Ellis Horwood, **1985**. Pág. **14**.
7. **BYARS & SNYDER**, “Mecánica de Cuerpos Deformables”, Tercera Edición, Representación y Servicios de Ingeniería, **S.A.**, **1978**. Pág. **15**.

8. DESAI/SIRIWARDANE, “ Constitutive **Laws** for Engineering Mateirals”, Prentice Hall Inc., **1984**. Pág. **15**.
9. H.KOLSKY, “Stress Waves”, Dover Publications Inc. 1963. Pbg. 16.
10. TIMOSHENKO -YOUNG, “Problemas de Vibración en Ingenieria”, Segunda edición, **D-Van** Nostrand-Company, Inc., 1960. Pág. 17.
11. COOK **ROBERT** , “Finite Elemen-Modelling for Stress Analysis, John Wiley & Sons, Inc. Pág. 37.
12. ZIENKIEWICZ, “El Método de los Elementos Finitos”, Reverté S.A., 1982. Pbg. **42**.
13. SILICON **GRAPHICS** , “O<sub>2</sub> Workstation Owners Guide”, 1997. Pág 51.
14. **ABAQUS** User’s Manual, Versiones **5-6** y **5-7**, Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc., 1997. Pág **52**.