

# Escuela Superior Politécnica del Litoral

FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA

## Estudio Comparativo de Máquinas Eléctricas de Inducción

### TESIS DE GRADO

*Previa a la Obtención del título de:*

*INGENIERO EN ELECTRICIDAD*

*especialización : POTENCIA*

PRESENTADA POR :

*Francisco Layana Fernández*

GUAYAQUIL

ECUADOR

1986

## AGRADECIMIENTO

AL ING. GUSTAVO BERMUDEZ  
Director de Tesis, por su  
ayuda y colaboración para  
la realización de este  
trabajo.

## DEDICATORIA

### A MIS PADRES:

Por su abnegada decisión de sacrificio para ver realizado mis sueños.

### A MI FAMILIA:

Que en ocasiones apremiantes me brindaron apoyo de toda índole.

### A MI ESPOSA

Que con su comprensión y apoyo moral he podido culminar mi carrera.

### A MIS HIJOS:

Por ser la fuerza que motiva mis anhelos.



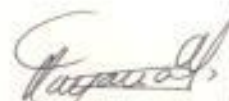
Ing. Cristobal Mera  
Presidente del Tribunal



Ing. Gustavo Beraudac  
Director de Tesis



Ing. Eduardo Leon  
Miembro del Tribunal



Ing. Jose Loyana  
Miembro del Tribunal

DECLARACION EXPRESA

" La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis, me corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL ".

(Reglamento de Exámenes y Títulos profesionales de la ESPOL)

  
-----  
Francisco Layana Fernández.

## RESUMEN

La utilización de diferentes modelos de máquinas de inducción en estudios de estabilidad de sistemas de potencia y en estudios del estado y control de máquinas de inducción hacen que el primordial motivo de esta tesis sea el de realizar un análisis comparativo de diferentes modelos de las mismas.

En la primera parte de la tesis se hace un estudio general de la máquina de inducción desarrollándola en un sistema de ecuaciones diferenciales, las cuales son linealizadas y puestas en términos de variables de estado.

Posteriormente en la segunda parte se hacen las consideraciones necesarias para la obtención de los diferentes modelos, especificándose para cada uno las ecuaciones diferenciales del vector de estado y las variables de salida expresadas en términos de variables de estado.

Para poder realizar la comparación, se obtiene la función de transferencia (velocidad-magnitud de voltaje) de cada máquina la cual mediante el uso de un programa de computación nos da la respuesta de velocidad para señales en

la magnitud de voltaje en el estator, esta respuesta es graficada por el mismo programa.

Finalmente se realiza un cuadro comparativo de los diferentes modelos tomando como referencia un modelo normalizado de máquinas de inducción.

## INDICE GENERAL

	Pag.
RESUMEN.....	V
INDICE GENERAL.....	VII
INDICE DE FIGURAS.....	XI
INDICE DE TABLAS.....	XIII
INTRODUCCION.....	XIV
CAPITULO I	
ECUACIONES BASICAS DE LA MAQUINA DE INDUCCION.....	16
1.1 LA MAQUINA POLIFASICA DE INDUCCION.....	16
1.1.1 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO.....	16
1.1.2 CONSIDERACIONES PARA LA OBTENCION DE LAS ECUACIONES.....	17
1.2 ECUACIONES DE LA MAQUINA DE INDUCCION.....	48
1.2.1 ECUACIONES BASICAS.....	20
1.3 TRANSFORMACION DE VARIABLES.....	23
1.3.1 TRANSFORMACION DE VARIABLES DE TRES FASES A DOS FASES.....	24
1.4 ECUACIONES DE TORQUE.....	27
1.5 LINEALIZACION DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN EL COMPORTAMIENTO DE LA MAQUINA DE INDUCCION.....	29
1.6 VARIABLES DE ESTADO DEL SISTEMA DINAMICO.....	30
1.6.1 ECUACION DIFERENCIAL DEL VECTOR DE ESTADO (ENLACES DE FLUJO COMO VARIABLES	



	Pag.
DE ESTADO).....	31
1.6.2 ECUACION DIFERENCIAL DEL VECTOR DE ESTADO (CORRIENTES COMO VARIABLES DE ESTADO).....	32
 CAPITULO II	
MODELOS DE MAQUINAS DE INDUCCION.....	33
2.1 MODELO NORMALIZADO.....	33
2.1.1 ECUACION DIFERENCIAL DEL VECTOR DE ESTADO.....	33
2.1.2 VARIABLES DE SALIDA EXPRESADAS EN TERMINOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO.....	36
2.2 MODELO I.....	37
2.2.1 ECUACION DIFERENCIAL DE VECTOR DE ESTADO.....	37
2.2.2 VARIABLES DE SALIDA EXPRESADAS EN TERMINOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO.....	40
2.3 MODELO II.....	41
2.3.1 ECUACION DIFERENCIAL DE VECTOR DE ESTADO.....	42
2.3.2 VARIABLES DE SALIDA EXPRESADAS EN TERMINOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO.....	46
2.4 MODELO III.....	46
2.4.1 ECUACION DIFERENCIAL DE VECTOR DE ESTADO.....	47

2.4.2	VARIABLES DE SALIDA EXPRESADAS EN TERMINOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO.....	53
CAPITULO III		
SIMULACION Y COMPARACION DE MODELOS DE MAQUINAS DE INDUCCION.....		
3.1	MODELOS PARA LA SIMULACION.....	55
3.2	TECNICAS PARA LA SIMULACION.....	56
3.2.1	VENTAJAS DE LAS TECNICAS EXISTENTES.....	57
3.3	FUNCION DE TRANSFERENCIA.....	58
3.3.1	POLOS Y CEROS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.....	60
3.3.2	RESIDUOS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA...	62
3.4	RESPUESTA EN EL TIEMPO.....	63
3.4.1	PROGRAMA PARA LA OBTENCION DE LA RESPUESTA EN EL TIEMPO.....	64
3.5	RESPUESTA DE FRECUENCIA.....	79
3.5.1	PROGRAMA PARA LA OBTENCION DE LA RESPUESTA DE FRECUENCIA.....	80
3.6	COMPARACION DE LOS DIFERENTES MODELOS DE MAQUINAS DE INDUCCION.....	86
3.6.1	CARACTERISTICAS DE LAS MAQUINAS.....	86
3.6.2	COMPARACION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.....	87
3.6.3	COMPARACION DE LOS POLOS DE LA	

	Pag.
	89
3.6.4	91
3.6.5	92
3.6.6	92
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	126
ANEXOS.....	128
BIBLIOGRAFIA.....	140

## INTRODUCCION

Varios métodos simplificados para determinar las características dinámicas de la máquina de inducción han sido investigados .

La reducción del orden de las ecuaciones de la máquina de inducción, involucra despreciar los términos  $p\sigma$  en las ecuaciones de voltaje del estator. Esta aproximación implica despreciar los transientes del estator.

La razonable exactitud del modelo al despreciar los transientes en el estator puede ser atribuido al efecto que en muchos casos, los cambios de los enlaces de flujo en el estator son mucho mas rápidos que los cambios de los enlaces de flujo en el rotor. Consecuentemente, para varios casos de perturbaciones los transientes en el estator se amortiguan antes que las variables del rotor empiezen a cambiar.

Dos métodos alternativos de derivación de ecuaciones de orden reducido son discutidos. Uno es una ligera modificación del modelo normalizado. En particular, la asunción de que la razón de cambio de los enlaces de flujo es cero es usado para derivar las relaciones entre la razón de cambio

de las corrientes en el estator y la razón de cambio de las corrientes en el rotor. Estas relaciones son usadas para derivar un conjunto de ecuaciones de orden reducido con corrientes del rotor como variables de estado, produciéndose un modelo reducido de orden con características dinámicas diferentes.

Finalmente el otro método de reducción del orden de las ecuaciones de la máquina de inducción nos da un refinamiento de los efectos de los transientes en el estator en la solución de variables mas lentas del rotor.

Debido a lo expuesto anteriormente, en la presente tesis se realiza el análisis comparativo tomando como modelo patrón o de referencia al llamado modelo normalizado.

## CAPITULO 1

### ECUACIONES BASICAS DE LA MAQUINA DE INDUCCION

#### 1.1 LA MAQUINA POLIFASICA DE INDUCCION

Con el desarrollo de la tecnología moderna las áreas de aplicación de las máquinas de inducción han sido ampliadas. Su uso generalizado es como motor, y muy rara vez funciona como generador.

La máquina de inducción consiste esencialmente de un estator y de un rotor, el estator recibe la energía del circuito de alimentación y en el rotor se induce la corriente de trabajo.

##### 1.1.1 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

Cuando el devanado del estator de la máquina de inducción es excitado por corriente alterna, este inducirá voltajes en el devanado del rotor en forma similar a lo que ocurre en un transformador.

Debido a que el devanado del rotor es un circuito cerrado, se producirán corrientes a causa del voltaje inducido, y éstas corrientes interactuarán con el flujo magnético en el entrehierro, produciendo un par que ocasiona el giro del rotor.

#### 1.1.2 CONSIDERACIONES PARA LA OBTENCION DE LAS ECUACIONES.

Por lo general ninguna máquina eléctrica tiene un entrehierro uniforme, la de inducción no es la excepción. Debido a lo cual se harán simplificaciones de tal forma que se pueda representar a la máquina como un conjunto de circuitos acoplados en los que los voltajes son proporcionales a los flujos que los producen.

Entonces se asumirá las siguientes simplificaciones:

- a) Los devanados son simétricos, tanto en el estator como en el rotor.

- b) El rotor es totalmente liso y las autoinductancias de cualquiera de los devanados son independientes de la posición del rotor.
- c) El coeficiente de inductancia mutua entre las bobinas del estator y rotor, es función sinusoidal del ángulo eléctrico, entre los devanados.
- d) Los efectos de saturación, histéresis y corrientes de eddy son despreciables.
- e) Los parámetros son concentrados y lineales

## 1.2 ECUACIONES DE LA MAQUINA DE INDUCCION

Se utilizará un esquema de la máquina de inducción trifásica para realizar el análisis respectivo.

En la figura 1.1, sobre el estator se encuentran tres devanados distribuidos a, b y c, representados como bobinas concentradas, igualmente en el rotor se encuentran tres devanados distribuidos y concentrados



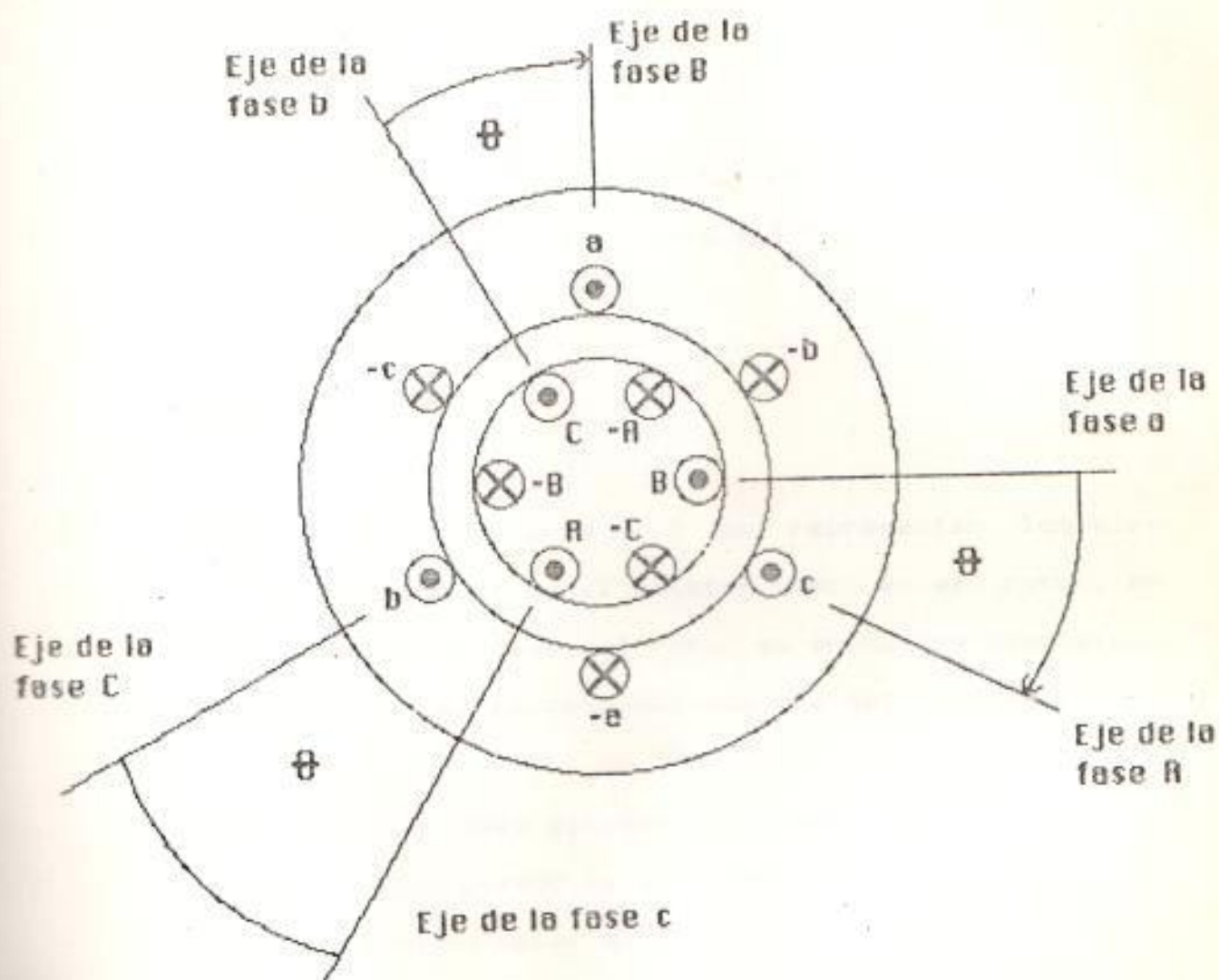


FIGURA 1.1 . Representación esquemática de la máquina de inducción trifásica .

A,B,C.

Las fases del estator y rotor están balanceadas. Los terminales A,B,C de la figura 1.1 están cortocircuitados, es decir:

$$V_A = V_B = V_C = 0$$

Además en la figura 1.1 se representan los ejes magnéticos, tanto en el estator como en el rotor, en donde el eje de fase del rotor se encuentra desplazado un ángulo  $\theta$  del correspondiente eje del estator.

Como el rotor está girando, el ángulo  $\theta$  variará con el tiempo. Luego cuando la velocidad angular del rotor es constante en un valor  $w$ :

$$\theta = wt$$

### 1.2.1 ECUACIONES BASICAS

La máquina de inducción puede ser representada como un grupo de circuitos lineales acoplados, siempre que se consideren las simplificaciones hechas en la sección (1.1.2).

Así la relación voltaje corriente es:

$$V = ri + p\theta$$

Donde :

$V$  = voltaje aplicado a los devanados.

$r$  = resistencia de fase.

$i$  = corriente en los devanados

$p$  = operador diferencial  $d/dt$

$\theta$  = enlaces de flujo

Teniendo en cuenta que solamente las inductancias mutuas entre las fases del estator y rotor son funciones del ángulo de posición del rotor, se obtiene un conjunto de ecuaciones que definen su comportamiento:

$$V_a = r_a i_a + p(L_{11} i_a + L_{2a} [i_b \cos \theta + i_c \cos (\theta + 120) + i_c \cos (\theta - 120)]) \quad (1.2)$$

$$V_b = r_b i_b + p(L_{11} i_b + L_{2a} [i_a \cos (\theta - 120) + i_c \cos \theta + i_c \cos (\theta + 120)]) \quad (1.3)$$

$$V_c = r_c i_c + p(L_{11} i_c + L_{2a} [i_a \cos (\theta + 120) + i_b \cos (\theta - 120)])$$

$$+ i_c \cos \theta ] \quad (1.4)$$

Rotor:

$$V_A = r_{r1} i_A + p(L_{22} i_A + L_{eA} i_e \cos \theta + i_b \cos (\theta - 120) + i_c \cos (\theta + 120) ] \quad (1.5)$$

$$V_B = r_{r1} i_B + p(L_{22} i_B + L_{eA} i_e \cos (\theta + 120) + i_b \cos \theta + i_c \cos (\theta - 120) ] \quad (1.6)$$

$$V_C = r_{r1} i_C + p(L_{22} i_C + L_{eA} i_e \cos (\theta - 120) + i_b \cos (\theta + 120) + i_c \cos \theta ] \quad (1.7)$$

Donde:

$L_{eA}$  = inductancia propia del devanado del estator.

$L_{eR}$  = inductancia propia del devanado del rotor.

$L_{eA}$  = inductancia mutua entre fases del estator.

$L_{eR}$  = inductancia mutua entre fases del rotor.

$L_{aa}$  = valor pico de inductancia mutua entre estator y rotor.

$$L_{11} = L_{aa} - L_{ab}$$

$$L_{22} = L_{aa} - L_{ab}$$

Al sistema de ecuaciones anterior se lo puede representar en forma matricial, de la siguiente manera:

$$[V] = [R][I] + p[\Phi] \quad (1.8)$$

Donde la matriz  $[\Phi]$  incluye los enlaces de flujo propios y mutuos de los devanados del estator y rotor.

### 1.3 TRANSFORMACION DE VARIABLES

En la mayoría de los casos, las inductancias son funciones de la posición angular del rotor y del tiempo por lo tanto la resolución algebraica del sistema de ecuaciones diferenciales que representan a la máquina de inducción es complicada, pero el problema puede ser simplificado usando una transforma-

ción de variables a dos fases (transformación de Park).

### 1.3.1 TRANSFORMACION DE VARIABLES DE TRES FASES A DOS FASES.

El cambio de variables de tres fases a dos fases es una transformación mediante la cual, en una máquina eléctrica trifásica, un grupo de corrientes, voltajes y enlaces de flujo ficticios serán puestas en término de nuevas variables las cuales pueden ser resueltas en función del tiempo.

Se realizará un cambio de variables sobre tres a dos ejes, uno a lo largo del eje directo  $d$  del devanado del rotor y el otro a lo largo del eje en cuadratura  $q$ , osea los ejes  $d$  y  $q$  que están desfasados noventa grados.

La transformación puede ser representada de la siguiente manera:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 \cos 0 & \text{sen } 0 & 1/2 & \cos \Theta & \text{sen } \Theta & 0 \\
 \hline
 \cos 2\pi/3 & \text{sen } 2\pi/3 & 1/2 & \text{sen } \Theta & -\cos \Theta & 0 \\
 \hline
 \cos 4\pi/3 & \text{sen } 4\pi/3 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$C = \frac{2}{3} \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 \cos \Theta & \text{sen } \Theta & 1/2 \\
 \hline
 \cos (\Theta - 2/3) & \text{sen } (\Theta - 2/3) & 1/2 \\
 \hline
 \cos (\Theta - 4/3) & \text{sen } (\Theta - 4/3) & 1/2 \\
 \hline
 \end{array}$$

Aplicando la transformación anterior a la ecuación matricial de una máquina de inducción trifásica se obtiene:

$$[C][V] = [C][R][I] + [C]p[\theta] \quad (1.9)$$

Donde:

$$[C][\theta] = [\theta_{qd}]$$

$$[\theta] = [C]^{-1}[\theta_{qd}]$$

$$[I] = [C]^{-1}[I_{qd}]$$

Reemplazando estos valores en la ecuación (1.9) se tiene:

$$[C][V] = [C][R][C]^{-1}[I_{qd}] + [C]p[C]^{-1}[\theta_{qd}] \quad (1.10)$$

$$[C][V] = [V_{qs} \quad V_{ds} \quad V_{qr} \quad V_{dr}]^t \quad (1.11)$$

La submatriz de resistencia del estator y del rotor son invariantes a la transformación [C]

$$[C][R][C]^{-1} = [R]$$

La ecuación (1.10) se transforma entonces en:

$$[V_{qd}] = [R][I_{qd}] + p[\theta_{qd}] \quad (1.12)$$

Por lo tanto si se desarrolla la ecuación (1.12), se obtiene la siguiente matriz, que da las ecuaciones de voltaje de la máquina de inducción en el sistema de referencia fijo en el estator y en las variables q y d.

$$\begin{array}{cccc|cccc} |V_{ds}| & |r_s + L_s p & & 0 & & L_r p & & 0 & |i_{ds}| \\ | & | & & & & & & & | & | \\ |V_{qs}| & | 0 & & r_s + L_s p & & 0 & & L_r p & |i_{qs}| \\ | & | & & & & & & & | & | \\ |V_{dr}| & | L_r p & & n_w L_r & & r_r + L_r p & & n_w L_r & |i_{dr}| \\ | & | & & & & & & & | & | \\ |V_{qr}| & | -n_w L_r & & L_r p & & -n_w L_r & & r_r + L_r p & |i_{qr}| \end{array}$$

$$(1.13)$$



Donde:

$r_s$  = resistencia/fase del devanado del estator

$L_s$  = inductancia/fase del devanado del estator

$L_{sr}$  = inductancia mutua estator-rotor

$r_r$  = resistencia/fase del devanado del rotor

$L_r$  = inductancia/par fase del devanado del rotor.

$n$  = número de pares de polos

$\omega_r = p$  = velocidad angular mecánica

$p$  = operador  $d/dt$

Finalmente la representación esquemática de la máquina de inducción en dos fases es de manera que se muestra en la figura 1.2.

#### 1.4 ECUACIONES DE TORQUE

La ecuación de torque electromagnético instantáneo en los diferentes sistemas de referencia, está dado por:

$$T_e = nL_{sr}(i_{qs1dr} - i_{ds1qr}) \quad (1.14)$$

$$T_e = n(\Phi_{qr1dr} - \Phi_{dr1qr}) \quad (1.15)$$

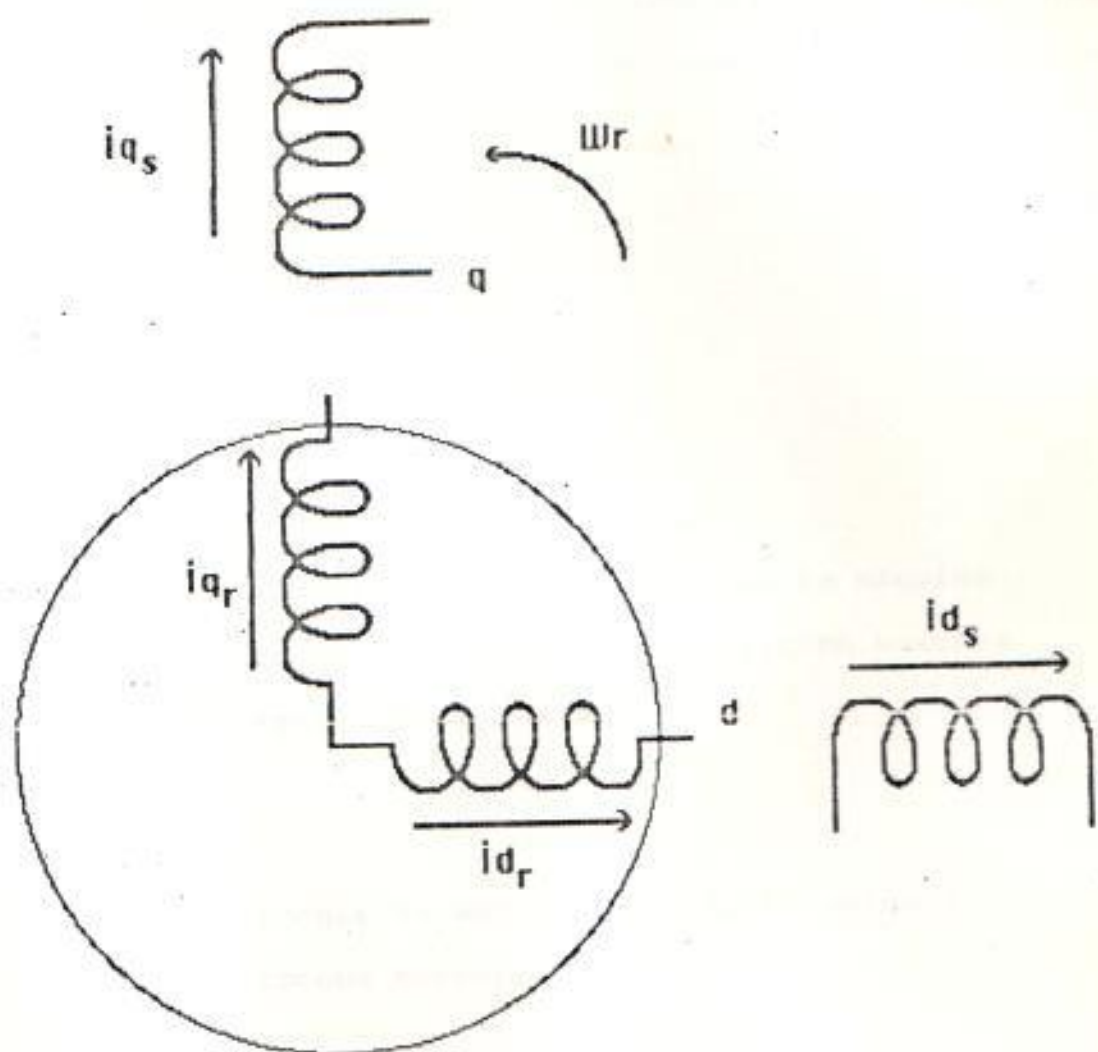


FIGURA 1.2 : Representación esquemática de la máquina de inducción bifásica .

La ecuación que describe el comportamiento electromagnético del sistema, esta dada por la siguiente relación:

$$T_r = Jp\omega_r + D\omega_r - T_e \quad (1.16)$$

Donde:

- $T_e$  = torque electromagnético
- $J$  = momento de inercia polar de la máquina
- $D$  = coeficiente angular de fricción viscosa
- $Jp\omega_r$  = torque de aceleración
- $D\omega_r$  = torque de amortiguamiento mecánico
- $T_r$  = torque mecánico

## 1.5 LINEALIZACION DE LAS ECUACIONES

La gran mayoría de los sistemas físicos son lineales dentro de algun rango de las variables. Sin embargo, todos los sistemas se hacen no lineales si sus variables aumentan sin ningún límite.

Un sistema se define como lineal en términos de su

excitación  $x(t)$  y respuesta  $y(t)$ , si satisface los principios de superposición y homogeneidad.

Un sistema no lineal puede considerarse lineal respecto de un punto de operación  $x_0, y_0$  para cambios incrementales pequeños de  $\Delta x$  y  $\Delta y$ .

Para una aproximación lineal a la función no lineal, y despreciando los términos de orden mas alto, la aproximación lineal se escribe como:

$$y = g(x_0) + dg/dx|_{x=x_0}(x-x_0) \quad (1.17)$$

## 1.6 VARIABLES DE ESTADO DEL SISTEMA DINAMICO.

Se puede definir el estado de un sistema como un conjunto de números, tales que el conocimiento de estos números y de las funciones de entrada junto con las ecuaciones que describen la dinámica, proporcionan la salida y el estado futuro del sistema.

Estas variables son las que determinan el comportamiento futuro de un sistema cuando se conocen el estado presente del mismo y las señales de excitación.

El número de variables de estado elegidas para representar este sistema, deberá ser tan bajo como sea posible, con el objeto de evitar variables de estado redundante.

#### 1.6.1 ECUACION DIFERENCIAL DEL VECTOR DE ESTADO (ENLACES DE FLUJO COMO VARIABLES DE ESTADO)

Para resolver las ecuaciones eléctricas y mecánicas de la máquina de inducción, éstas pueden ser representadas en forma de ecuaciones de estado.

Las ecuaciones linealizadas de las máquinas de inducción en el sistema de referencia fijo en el estator y en las variables  $d$  y  $q$ , pueden ser expresadas con los enlaces de flujo de la máquina como variables de estado.

$$p[\Delta\theta] = [A][\Delta\theta] + [B][\Delta V] \quad (1.18)$$

Dónde  $[A]$  y  $[B]$  son matrices de orden  $n \times n$  y  $m \times n$  respectivamente.

### 1.6.2 ECUACION DIFERENCIAL DEL VECTOR DE ESTADO (CORRIENTES COMO VARIABLES DE ESTADO)

En la ecuación (1.18) los enlaces de flujo fueron tomados como variables de estado. Es también posible expresar las ecuaciones de la máquina de inducción con corrientes como variables de estado por sustitución de las relaciones lineales que existen entre las corrientes y los enlaces de flujo. El resultado puede expresarse de la siguiente forma:

$$[E]p[\Delta i] = [F][\Delta i] + [\Delta V] \quad (1.19)$$

Dónde  $[E]$  y  $[F]$  son matrices de orden  $n \times n$ .

## CAPITULO 2

### MODELOS DE MAQUINAS DE INDUCCION

#### 2.1 MODELO NORMALIZADO

Un método normalizado de reducción de orden de las ecuaciones que definen el comportamiento de las máquinas de inducción resulta al linealizar el sistema de ecuaciones que definen la dinámica de la máquina de inducción al cual hemos llamado modelo normalizado.

Para la obtención de la exactitud de los diferentes modelos reducidos de orden de la máquina de inducción utilizaremos este modelo normalizado como referencia.

##### 2.1.1 ECUACION DIFERENCIAL DE VECTOR DE ESTADO

Una vez linealizadas las ecuaciones de la máquina de inducción en el sistema de referencia fijo en el estator y en las variables  $d$  y  $q$ , los enlaces de flujo como variables de estado, pueden ser expresadas:

$$p\Delta\theta_{qs} = -\frac{\Gamma_e X_{rr} W_b}{D} \Delta\theta_{qs} - w_e \Delta\theta_{ds} + \frac{W_b \Gamma_e X_M}{D} \Delta\theta_{qr} +$$

$$+ W_b \Delta V_{qs} \quad (2.1)$$

$$p\Delta\theta_{ds} = w_e \Delta\theta_{qs} - \frac{\Gamma_e X_{rr} W_b}{D} \Delta\theta_{ds} + \frac{\Gamma_e X_M W_b}{D} \Delta\theta_{dr} +$$

$$+ W_b \Delta V_{ds} \quad (2.2)$$

$$p\Delta\theta_{qr} = \frac{W_b \Gamma_e X_M}{D} \Delta\theta_{qs} - \frac{W_b \Gamma_e X_{es}}{D} \Delta\theta_{qr} - s_0 w_e \Delta\theta_{dr} +$$

$$+ W_b \theta_{qro} \Delta W_r / W_b + W_b \Delta V_{qr} \quad (2.3)$$

$$p\Delta\theta_{dr} = W_b \Gamma_e X_M \Delta\theta_{ds} + s_0 w_e \Delta\theta_{qr} - \frac{W_b \Gamma_e X_{es}}{D} \Delta\theta_{dr} -$$

$$- W_b \theta_{qro} \Delta W_r / W_b + W_b \Delta V_{dr} \quad (2.4)$$

$$p\Delta \frac{W_r}{W_b} = \frac{X_M \theta_{dro}}{2DH} \Delta\theta_{qs} - \frac{X_M \theta_{qro}}{2DH} \Delta\theta_{ds} - \frac{X_M \theta_{ds0}}{2DH} \Delta\theta_{qr}$$

$$+ \frac{X_M \theta_{qs0}}{2DH} \Delta\theta_{dr} - \frac{\Delta T_L}{2H} \quad (2.5)$$

De lo cual arreglando matricialmente, se obtiene la ecuación diferencial de vector de estado.



$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline p\Delta\theta_{qs} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline p\Delta\theta_{ds} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline p\Delta\theta_{qr} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline p\Delta\theta_{dr} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline W_r \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline W_b \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \frac{-\Gamma_e X_{rr} W_b}{D} & -W_e & \frac{W_b \Gamma_e X_M}{D} & 0 & 0 \\ \hline W_e & \frac{-\Gamma_e X_{rr} W_b}{D} & 0 & \frac{\Gamma_e X_M W_b}{D} & 0 \\ \hline \frac{W_b \Gamma_e X_M}{D} & 0 & \frac{-W_b \Gamma_e X_{ee}}{D} & -S_0 W_e & W_b \theta_{dro} \\ \hline 0 & W_b \Gamma_e X_M & S_0 W_e & \frac{-W_b \Gamma_e X_{ee}}{D} & -W_b \theta_{qro} \\ \hline \frac{-X_M \theta_{dr}}{2DH} & \frac{-X_M \theta_{qro}}{2DH} & \frac{-X_M \theta_{dso}}{2DH} & \frac{X_M \theta_{qso}}{2DH} & 0 \\ \hline 2DH & 2DH & 2DH & 2DH & \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta\theta_{qs} \\ \hline \Delta\theta_{ds} \\ \hline \Delta\theta_{qr} \\ \hline \Delta\theta_{dr} \\ \hline \Delta \\ \hline W_r \\ \hline W_b \\ \hline \end{array}$$

$$+ \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline W_b & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{qs} \\ \hline 0 & W_b & 0 & 0 & 0 & V_{ds} \\ \hline 0 & 0 & W_b & 0 & 0 & V_{qr} \\ \hline 0 & 0 & 0 & W_b & 0 & V_{dr} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & -1/2H & T_L \\ \hline \end{array} \quad (2.6)$$

ó

$$\begin{array}{|c|} \hline p\Delta\theta_{qds} \\ \hline \end{array}
 = \begin{array}{|c|c|} \hline W_0 & Y_0 \\ \hline 0 & S_0 \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta\theta_{qds} \\ \hline \Delta\theta_{rr} \\ \hline \end{array}
 + \begin{array}{|c|c|} \hline B_{eo} & 0 \\ \hline 0 & B_{ro} \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta V_{qds} \\ \hline \Delta V_{rr} \\ \hline \end{array} \quad (2.7)$$

Dónde:

$$\Delta\theta_{qds} = [\Delta\theta_{qs} \quad \Delta\theta_{ds}]^t \quad (2.8)$$

$$\Delta\theta_{rr} = [\Delta\theta_{qr} \quad \Delta\theta_{dr} \quad \Delta W_r/W_b]^t \quad (2.9)$$

$$\Delta V_{qds} = [\Delta V_{qs} \quad \Delta V_{ds}]^t \quad (2.10)$$

$$\Delta V_{rr} = [\Delta V_{qr} \quad \Delta V_{dr} \quad \Delta T_L]^t \quad (2.11)$$

Las ecuaciones anteriores son fraccionadas para facilidad de reducción de orden del

modelo.

Los elementos de las matrices  $W_0, Y_0, Q_0, S_0, B_{e0}$   $B_{r0}$ , son funciones de los parámetros y valores de los puntos de operación de las variables de estado. Estas matrices son definidas en el apéndice A.

### 2.1.2 VARIABLES DE SALIDA EXPRESADAS EN TERMINOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO.

El sistema de ecuaciones en la sección 2.1.1 relacionan las variables de estado (corrientes o enlaces de flujo) a las variables de entrada. A menudo otras variables del sistema tales como el torque electromagnético generado, o la magnitud de las corrientes en el estator son de interés, éstas variables no son variables de estado pero pueden ser algebraicamente relacionadas con ellas. Pequeños desplazamientos típicos de variables de salida inclusive velocidad del rotor, torque electromagnético y magnitud de corrientes en el estator. En cada uno de éstos casos las variables de salida deseada puede ser expresar-

da en términos de variables de estado de la forma siguiente:

$$y = C_{eo}^t x_{qde} + C_{ro}^t x_{rr} + D_{eo}^t V_{qde} + D_{ro}^t V_{rr} \quad (2.11)$$

Dónde:

$y$  = variable de salida de interés

$x_{qde}$  = vector de estado del estator

$x_{rr}$  = vector de estado del rotor

Los vectores  $C^t$  y  $D^t$  dependen de la variable de salida de interés y de las variables de estado seleccionadas. Estos valores están definidos en la tabla 2.1.

## 2.2 MODELO I

Este modelo es deducido mediante una ligera modificación del modelo normalizado. En particular la asunción de que la razón de cambio de los enlaces de flujo es cero. Este procedimiento ya ha sido analizado en muchos estudios.

### 2.2.1 ECUACION DIFERENCIAL DE VECTOR DE ESTADO

TABLA 2.1  
 VECTORES DE SALIDA PARA VARIABLES DE INTERES

Variable de salida	Vector de salida	Variables de estado	
		0	i
$W_r/W_b$	$C_{so}^t$	[0 0]	[0 0]
	$C_{ro}^t$	[0 0 1]	[0 0 1]
$T_w$	$C_{so}^t$	$X_M$ --[0 <sub>qro</sub> , -0 <sub>qro</sub> ] D	$X_M$ [i <sub>dro</sub> , -i <sub>dro</sub> ]
	$C_{ro}^t$	$X_M$ --[-0 <sub>qso</sub> , 0 <sub>qso</sub> , 0] D	$X_M$ [-i <sub>qso</sub> , i <sub>qso</sub> , 0]
i <sub>w</sub>	$C_{so}^t$	$X_{rr}$ ----[i <sub>qso</sub> , i <sub>qso</sub> ]  i <sub>so</sub>  D	1 ---- [i <sub>qso</sub> , i <sub>qso</sub> ]  i <sub>so</sub>
	$C_{ro}^t$	- $X_M$ ----[i <sub>qso</sub> , i <sub>qso</sub> , 0]  i <sub>so</sub>  D	[0 0 0]

De la ecuación (2.7) podemos obtener el modelo I haciendo las derivadas de los enlaces de flujo  $p\Delta\theta_{qde}$  cero.

De (2.7)

$$p\Delta\theta_{qde} = W_0\Delta\theta_{qde} + Y_0\Delta\theta_{rr} + B_{eo}\Delta V_{qde} \quad (2.13)$$

$$p\Delta\theta_{rr} = \theta_0\Delta\theta_{qde} + S_0\Delta\theta_{rr} + B_{ro}\Delta V_{rr} \quad (2.14)$$

Haciendo  $p\Delta\theta_{qde}=0$  se tiene:

$$0 = W_0\Delta\theta_{qde} + Y_0\Delta\theta_{rr} + B_{eo}\Delta V_{qde} \quad (2.15)$$

$$p\Delta\theta_{rr} = \theta_0\Delta\theta_{qde} + S_0\Delta\theta_{rr} + B_{ro}\Delta V_{rr} \quad (2.16)$$

Estas ecuaciones pueden ser expresadas en una forma conveniente resolviendo (2.15) para  $\Delta\theta_{qde}$  y arreglando:

$$\Delta\theta_{qde} = -W_0^{-1}Y_0\Delta\theta_{rr} - W_0^{-1}B_{eo}\Delta V_{qde} \quad (2.17)$$

sustituyendo este resultado en (2.16)

$$p\Delta\theta_{rr} = \theta_0[-W_0^{-1}Y_0\Delta\theta_{rr} - W_0^{-1}B_{eo}\Delta V_{qde}] +$$

$$S_0 \Delta \theta_{rr} + B_{r0} \Delta V_{rr} \quad (2.18)$$

$$p \Delta \theta_{rr} = [S_0 - W_0^{-1} Y_0 Q_0] \Delta \theta_{rr} - Q_0 W_0^{-1} B_{r0} \Delta V_{rr} + B_{r0} \Delta V_{rr} \quad (2.19)$$

ó de la forma

$$p \Delta \theta_{rr} = S_1 \Delta \theta_{rr} + B_{r1} \Delta V_{rr} + B_{r2} \Delta V_{rr} \quad (2.20)$$

Dónde  $S_1$ ,  $B_{r1}$  y  $B_{r2}$  son relaciones establecidas por comparacion de (2.19) y (2.20).

### 2.2.2 VARIABLES DE SALIDA EXPRESADAS EN TERMINOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO.

Las ecuaciones de salida (2.12) pueden ser modificadas cuando (2.20) es usada para establecer el comportamiento de las máquinas de inducción. Sustituyendo (2.17) en (2.12) y arreglando términos se obtiene las siguientes ecuaciones de salida:

$$y = C_{s0} \Delta \theta_{rr} + C_{r0} \Delta \theta_{rr} + D_{s0} \Delta V_{rr} + D_{r0} \Delta V_{rr} \quad (2.21)$$

$$y = C_{e0}^t [-W_0^{-1} Y_0 \Delta \theta_{rr} - W_0^{-1} B_{e0} \Delta V_{qds}] + C_{r0}^{-1} \Delta \theta_{rr} + D_{e0}^t \Delta V_{qds} + D_{r0}^t \Delta V_{rr} \quad (2.22)$$

$$y = [C_{r0}^t - C_{e0}^t W_0^{-1} Y_0] \Delta \theta_{rr} + [D_{e0}^t - C_{e0}^t W_0^{-1} B_{e0}] \Delta V_{qds} + D_{r0}^t \Delta V_{rr} \quad (2.23)$$

ó

$$y = C_{r1}^t \Delta \theta_{rr} + D_{e1}^t \Delta V_{qds} + D_{r1}^t \Delta V_{rr} \quad (2.24)$$

Dónde  $C_{r1}^t$ ,  $D_{e1}^t$  y  $D_{r1}^t$  son obtenidas comparando (2.23) y (2.24).

La ecuación (2.20) junto con la ecuación de salida (2.24) especifican la característica de entrada versus salida de la máquina de inducción en forma reducida.

### 2.3 MODELO II

La asunción anterior de que la razón de cambio de los enlaces de flujo es cero es usada para obtener las relaciones entre la razón de cambio de las corrientes del rotor. Estas relaciones son usadas para derivar un sistema de ecuaciones con corrientes del rotor como

variables de estado. Esta formulación establece otro método de desprestigiar los transientes en el estator, es decir nos da un modelo reducido de orden con características dinámicas diferentes.

### 2.3.1 ECUACION DIFERENCIAL DE VECTOR DE ESTADO.

En el capítulo anterior se dijo que es posible expresar las ecuaciones de la máquina de inducción con corrientes como variables de estado por sustitución de las relaciones lineales que existen entre corrientes y enlaces de flujo.

De acuerdo a lo que se obtuvo en la sección 2.1.1 los resultados de las ecuaciones pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} W_p \\ Y_p \\ Q_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p\Delta i_{qds} \\ \Delta i_{qds} \\ p\Delta i_{rr} \\ \Delta i_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_k \\ Y_k \\ Q_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{qds} \\ \Delta i_{qds} \\ \Delta i_{rr} \\ \Delta i_{rr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta V_{qds} \\ \Delta V_{rr} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Dónde

$$\Delta i_{qds} = [\Delta i_{qs} \quad \Delta i_{ds}]^t \quad (2.26)$$

$$\Delta i_{rr} = [\Delta i_{qr} \quad \Delta i_{dr} \quad \Delta w_r/w_b]^t \quad (2.27)$$



Las matrices  $W_p, Y_p$ , etc son funciones de los parámetros de la máquina de inducción y de los valores del punto de operación las cuales se encuentran especificadas en el apendice B.

Es posible entonces establecer un modelo reducido de orden con corrientes como variables de estado.

De (2.25) se tiene que los enlaces de flujo  $\Delta\theta_{qds}$  son relacionados con las corrientes  $\Delta i_{qds}$  y  $i_{rr}$  por la ecuación:

$$\Delta\theta_{qds} = W_p \Delta i_{qds} + Y_p \Delta i_{rr} \quad (2.28)$$

diferenciando ambos lados de (2.28) con respecto al tiempo y haciendo  $p\Delta\theta_{qds}=0$

$$0 = W_p p \Delta i_{qds} + Y_p \Delta i_{rr} \quad (2.29)$$

Si (2.29) es sustituido en las ecuaciones de voltaje de (2.25) resulta lo siguiente

$$W_p p \Delta i_{qds} + Y_p \Delta i_{rr} = W_k \Delta i_{qds} + Y_k \Delta i_{rr} + \Delta V_{qds} \quad (2.30)$$

$$Q_p \Delta i_{qds} + S_{pp} \Delta i_{rr} = Q_k \Delta i_{qds} + S_k \Delta i_{rr} + \Delta V_{rr} \quad (2.31)$$

obteniéndose:

$$0 = W_k \Delta i_{qds} + Y_k \Delta i_{rr} + \Delta V_{qds} \quad (2.32)$$

$$Q_p \Delta i_{qds} + S_{pp} \Delta i_{rr} = Q_k \Delta i_{qds} + S_k \Delta i_{rr} + \Delta V_{rr} \quad (2.33)$$

Si (2.32) es resuelta para  $\Delta i_{qds}$  y el resultado es sustituido en (2.33) la siguiente ecuación reducida de orden resultará:

$$\Delta i_{qds} = -Y_k W_k^{-1} \Delta i_{rr} - W_k^{-1} \Delta V_{qds} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} Q_p [-Y_k W_k^{-1} \Delta i_{rr} - W_k^{-1} \Delta V_{qds}] + S_{pp} \Delta i_{rr} = \\ Q_k [-W_k^{-1} Y_k \Delta i_{rr} - W_k^{-1} \Delta V_{qds}] + S_k \Delta i_{rr} + \Delta V_{rr} \end{aligned} \quad (2.35)$$

arreglando

$$\begin{aligned} [S_p - Q_p Y_k W_k^{-1}] \Delta i_{rr} = [S_k - Q_k W_k^{-1} Y_k] \Delta i_{rr} + \Delta V_{rr} \\ Q_k W_k^{-1} \Delta V_{qds} + Q_p W_k^{-1} \Delta V_{qds} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Una alternativa de un modelo reducido de orden puede ser derivado por solución de (2.29) para

$p\Delta i_{qde}$  y sustituyendo el resultado en (2.33)

$$p\Delta i_{qde} = -W_p^{-1}Y_p p\Delta i_{rr} \quad (2.37)$$

$$\Delta i_{qde} = -W_k^{-1}Y_k \Delta i_{rr} - W_k^{-1}\Delta V_{qde} \quad (2.38)$$

(2.29) en (2.33)

$$\begin{aligned} Q_p[-W_p^{-1}Y_p p\Delta i_{rr}] + S_p p\Delta i_{rr} &= Q_k[-W_k^{-1}Y_k \Delta i_{rr} - \\ &W_k^{-1}\Delta V_{qde}] + S_k \Delta i_{rr} + \Delta V_{rr} \end{aligned} \quad (2.39)$$

arreglando

$$\begin{aligned} [S_p - Q_p W_p^{-1} Y_p] p\Delta i_{rr} &= [S_k - Q_k W_k^{-1} Y_k] \Delta i_{rr} - \\ &Q_k W_k^{-1} \Delta V_{qde} + \Delta V_{rr} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Comparando (2.36) y (2.40) vemos que las matrices estado correspondientes de las dos formulaciones son las mismas si la siguiente condición es verdadera

$$W_k^{-1} Y_k = W_p^{-1} Y_p \quad (2.41)$$

Ejecutando las operaciones indicadas y comparando los elementos de las matrices resultantes en (2.41) se observa que es aproximada si  $r_e$  es pequeña. Consecuentemente el modelo reducido de orden definido por (2.40) es en general diferente al modelo normalizado.

### 2.3.2 VARIABLES DE SALIDA EXPRESADAS EN TERMINOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO.

En vista de que términos idénticos fueron despreciados en la formulación de los modelos I y II podemos también utilizar la ecuación (2.24) como la expresión que da las variables de salida en términos de las variables de estado del modelo II, es decir:

$$y = C_{r1} \Delta i_{rr} + D_{e1} \Delta v_{qde} + D_{r1} \Delta v_{rr}$$

## 2.4 MODELO III

En los modelos anteriores la razón de cambio de los enlaces de flujo del estator  $p\Delta\theta_{qde}$  es completamente despreciada. Sin embargo, si las ecuaciones son

resueltas para un cambio arbitrario en las variables de entrada y (2.17) es usada para calcular los enlaces de flujo resultantes en el estator, se ve que los enlaces de flujo en el estator son calculados usando las ecuaciones que cambian en el tiempo contradiciendo la asunción original de  $p\Delta\theta_{qds}$  es igual a cero. Esta contradicción señala el hecho de que el desprestigiar los transientes en el estator involucra además desprestigiar la derivada de las componentes más rápidas de las variables del estator en la solución de las variables más lentas del rotor.

Es razonable asumir que el modelo simplificado puede ser reformulado de tal forma que solo las componentes rápidas de  $\Delta\theta_{qds}$  son desprestigiadas cuando se resuelve para variables lentas del rotor, luego un modelo más exacto de orden reducido resultará.

#### 2.4.1 ECUACION DIFERENCIAL DEL VECTOR DE ESTADO

Para resolver en términos de variables lentas del rotor es mejor desprestigiar  $[\Delta\theta_{qds} - \Delta\theta_{qds}^*]$  donde  $\Delta\theta_{qds}^*$  representa el cambio de los enlaces de flujo tales que son calculados usando la versión de estado estable de la

ecuación de voltaje en el estator (2.17)

Esto puede ser realizado por definición:

$$[\Delta\theta_{qds} - \Delta\theta_{qds}^*] \text{ en (2.17)}$$

$$[\Delta\theta_{qds} - \Delta\theta_{qds}^*] = -\omega_0^{-1} Y_0 \Delta\theta_{rr} - \omega_0^{-1} B_{s0} \Delta V_{qds} \quad (2.42)$$

$$\Delta\theta_{qds}^+ = \Delta\theta_{qds} + \omega_0^{-1} Y_0 \Delta\theta_{rr} + \omega_0^{-1} B_{s0} \Delta V_{qds} \quad (2.43)$$

Reformulando las ecuaciones (2.7) con  $\Delta\theta_{qds}^+$  en vez de  $\Delta\theta_{qds}$ . El suscrito + ha sido introducido para denotar el efecto que  $\Delta\theta_{qds}^+$  representa las componentes rápidas de  $\Delta\theta_{qds}$ .

Si (2.43) es resuelta para  $\Delta\theta_{qds}$  con el resultado que se obtiene se introduce en (2.7) y arreglando tenemos

$$\Delta\theta_{qds} = \Delta\theta_{qds}^+ - \omega_0^{-1} Y_0 \Delta\theta_{rr} - \omega_0^{-1} B_{s0} \Delta V_{qds} \quad (2.44)$$

$$p[\Delta\theta_{qds}^+ - \omega_0^{-1} Y_0 \Delta\theta_{rr} - \omega_0^{-1} B_{s0} \Delta V_{qds}] = Y_0 \Delta\theta_{rr} + \omega_0[\Delta\theta_{qds}^+ - \omega_0^{-1} Y_0 \Delta\theta_{rr} - \omega_0^{-1} B_{s0} \Delta V_{qds}] + B_{s0} \Delta V_{qds} \quad (2.45)$$

$$p\Delta\theta_{qde}^f = W_0\Delta\theta_{qde}^f + W_0^{-1}Y_0p\Delta\theta_{rr} + W_0^{-1}B_{eop}\Delta V_{qde} \quad (2.46)$$

reemplazando en (2.7)

$$p\Delta\theta_{rr} = Q_0[\Delta\theta_{qde}^f - W_0^{-1}Y_0\Delta\theta_{rr} - W_0^{-1}B_{eop}\Delta V_{qde}] + S_0\Delta\theta_{rr} + B_{ro}\Delta V_{rr} \quad (2.47)$$

$$p\Delta\theta_{rr} = Q_0\Delta\theta_{qde}^f + [S_0 - W_0^{-1}Y_0Q_0]\Delta\theta_{rr} - Q_0W_0^{-1}B_{eop}\Delta V_{qde} + B_{ro}\Delta V_{rr} \quad (2.48)$$

reemplazando en (2.46)

$$p\Delta\theta_{qde}^f = W_0\Delta\theta_{qde}^f + W_0^{-1}Y_0[Q_0\Delta\theta_{qde}^f + [S_0 - W_0^{-1}Y_0Q_0]\Delta\theta_{rr} - Q_0W_0^{-1}B_{eop}\Delta V_{qde} + B_{ro}\Delta V_{rr}] + W_0^{-1}B_{eop}\Delta V_{rr} \quad (2.49)$$

$$p\Delta\theta_{qde}^f = [W_0 + W_0^{-1}Y_0Q_0]\Delta\theta_{qde}^f + W_0^{-1}Y_0[S_0 - W_0^{-1}Y_0Q_0]\Delta\theta_{rr} - [W_0^{-1}Y_0Q_0W_0^{-1}B_{eop}]\Delta V_{qde} + W_0^{-1}B_{eop}\Delta V_{qde} + [W_0^{-1}Y_0B_{ro}]\Delta V_{rr} \quad (2.50)$$

cambiando de variables

$$p\Delta\theta_{qde}^f = W_1\Delta\theta_{qde}^f + Y_1\Delta\theta_{rr} + B_{ek1}\Delta V_{qde} + B_{ep1}p\Delta V_{qde} + B_{er1}\Delta V_{rr} \quad (2.51)$$

$$p\Delta\theta_{rr} = Q_1\Delta\theta_{qde}^* + S_1\Delta\theta_{rr} + B_{rr1}\Delta V_{rr} + B_{rs1}\Delta V_{qde} \quad (2.52)$$

Donde:

$$W_1 = [W_0 + W_0^{-1}Y_0Q_0] \quad (2.53)$$

$$Y_1 = W_0^{-1}Y_0[S_0 - Q_0W_0^{-1}Y_0] \quad (2.54)$$

$$Q_1 = Q_0 \quad (2.55)$$

$$S_1 = [S_0 - Q_0W_0^{-1}Y_0] \quad (2.56)$$

$$B_{rk1} = -[W_0^{-1}Y_0Q_0W_0^{-1}B_{r0}] \quad (2.57)$$

$$B_{sp1} = [W_0^{-1}B_{s0}] \quad (2.58)$$

$$B_{sr1} = [W_0^{-1}Y_0B_{r0}] \quad (2.59)$$

$$B_{rr1} = B_{r0} \quad (2.60)$$

$$B_{rs1} = -[Q_0W_0^{-1}B_{s0}] \quad (2.61)$$

Las ecuaciones (2.51) y (2.52) son del mismo orden como las ecuaciones detalladas para la máquina de inducción y ya que fueron derivadas por definición del nuevo vector de estado original y el vector de entrada, éstas nos dan las mismas caracterización de la dinámica de las máquinas de inducción. Si en (2.51)  $\Delta\theta_{qde}^*$  es resuelta en términos de  $p\Delta\theta_{qde}^*$ ,  $\Delta\theta_{rr}$ ,  $\Delta V_{rr}$  y  $\Delta V_{qde}$ , las siguientes ecuaciones resultaran:



$$\Delta\theta_{qd}^* = W_1^{-1} p \Delta\theta_{qde}^* - W_1^{-1} Y_1 \Delta\theta_{rr} - W_1^{-1} B_{ek1} \Delta V_{qde} - W_1^{-1} B_{er1} \Delta V_{rr} - W_1^{-1} B_{ep1} p \Delta V_{qde} \quad (2.62)$$

sustituyendo (2.62) en (2.52) y arreglando términos

$$p \Delta\theta_{rr} = Q_1 [W_1^{-1} p \Delta\theta_{qde}^* - W_1^{-1} Y_1 \Delta\theta_{rr} - W_1^{-1} B_{ek1} \Delta V_{qde} - W_1^{-1} B_{er1} \Delta V_{rr} - W_1^{-1} B_{ep1} p \Delta V_{qde}] + S_1 \Delta\theta_{rr} + B_{rr1} \Delta V_{rr} + B_{re1} \Delta V_{qde} \quad (2.63)$$

$$p [\Delta\theta_{rr} - Q_1 W_1^{-1} \Delta\theta_{qde}^* + Q_1 W_1^{-1} B_{ep1} \Delta V_{qde}] = [S_1 - Q_1 W_1^{-1} Y_1] \Delta\theta_{rr} + [B_{re1} - Q_1 W_1^{-1} B_{ek1}] \Delta V_{qde} + [Q_{rr1} - Q_1 W_1^{-1} B_{er1}] \Delta V_{rr} \quad (2.64)$$

Ya que  $\Delta\theta_{qde}^*$  es asumido una variable rápida, tenemos que

$$(\Delta\theta_{rr} - Q_1 W_1^{-1} \Delta\theta_{qde}^* + Q_1 W_1^{-1} B_{ep1} \Delta V_{qde}) \sim \Delta\theta_{rr}^* \quad (2.65)$$

Que corresponde a las componentes lentas del vector de estado del rotor, denotado por  $\Delta\theta_{rr}^*$ .

reescribiendo (2.64) en términos de  $\Delta\theta_{rr}^*$  se obtiene

$$\begin{aligned}
 p\Delta\theta_{rr} = & [S_1 - Q_1 W_1^{-1} Y_1] [\Delta\theta_{rr} - Q_1 W_1^{-1} \Delta\theta_{qde} + Q_1 W_1^{-1} * \\
 & B_{ep1} \Delta V_{qde}] + [S_1 - Q_1 W_1^{-1} Y_1] [Q_1 W_1^{-1} \Delta\theta_{qde} +] - [S_1 - Q_1 * \\
 & W_1^{-1} Y_1] [Q_1 W_1^{-1} B_{ep1} \Delta V_{qde}] + [B_{re1} - Q_1 W_1^{-1} B_{ek1}] * \\
 & \Delta V_{qde} + [B_{rr1} - Q_1 W_1^{-1} B_{er1}] \Delta V_{rr} \quad (2.66)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p\Delta\theta_{rr} = & [S_1 - Q_1 W_1^{-1} Y_1] \Delta\theta_{rr} + Q_1 W_1^{-1} [S_1 - Q_1 W_1^{-1} Y_1] * \\
 & \Delta\theta_{qde} + (B_{re1} - Q_1 W_1^{-1} B_{ek1} - [S_1 - Q_1 W_1^{-1} Y_1] Q_1 W_1^{-1} * \\
 & B_{ep1}) \Delta V_{qde} + [B_{rr1} - Q_1 W_1^{-1} B_{er1}] \Delta V_{rr} \quad (2.67)
 \end{aligned}$$

$$p\Delta\theta_{rr} = S_2 \Delta\theta_{rr} + Q_2 \Delta\theta_{qde} + B_{e2} \Delta V_{qde} + B_{r2} \Delta V_{rr} \quad (2.68)$$

Donde

$$S_2 = [S_1 - Q_1 W_1^{-1} Y_1] \quad (2.69)$$

$$Q_2 = [S_2 Q_1 W_1^{-1}] \quad (2.70)$$

$$B_{e2} = [B_{re1} - Q_1 W_1^{-1} B_{ek1} - S_2 Q_1 W_1^{-1} B_{ep1}] \quad (2.71)$$

$$B_{r2} = [B_{rr1} - Q_1 W_1^{-1} B_{er1}] \quad (2.72)$$

Donde  $\Delta\theta_{qde}$  es la variable rápida y  $\Delta\theta_{rr}$  es la variable lenta, es razonable despreciar los efectos de  $\Delta\theta_{qde}$  en la solución de (2.68) de tal forma

$$r\Delta\theta_{rr} = S_2\Delta\theta_{rr} + B_{s2}\Delta V_{qde} + B_{r2}\Delta V_{rr} \quad (2.73)$$

#### 2.4.2 VARIABLES DE SALIDA EXPRESADAS EN TERMINOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO

Una ecuación similar de salida puede ser derivada por relación de  $\Delta\theta_{qde}$ ,  $\Delta\theta_{rr}$  a  $\Delta\theta_{qde}^*$ ,  $\Delta\theta_{rr}^*$  usando (2.43) y (2.65) y sustituyendo los resultados en (2.12)

Los resultados de las ecuaciones de salida con variables rápidas ( $\Delta\theta_{qde}^*$ ) despreciadas pueden expresarse de la siguiente manera:

$$\Delta\theta_{qde} = \Delta\theta_{qde}^* - W_0^{-1}Y_0\Delta\theta_{rr} - W_0^{-1}B_{s0}\Delta V_{qde} \quad (2.74)$$

$$\Delta\theta_{rr} = \Delta\theta_{rr}^* + Q_1W_1^{-1}\Delta\theta_{qde}^* - Q_1W_1^{-1}B_{sp1}\Delta V_{qde} \quad (2.75)$$

(2.42) y (2.65) en (2.12)

$$\begin{aligned} y = & C_{s0}^t [\Delta\theta_{qde}^* - W_0^{-1}Y_0\Delta\theta_{rr} - W_0^{-1}B_{s0}\Delta V_{qde}] + C_{r0}^t * \\ & [\Delta\theta_{rr}^* + Q_1W_1^{-1}\Delta\theta_{qde}^* - Q_1W_1^{-1}B_{sp1}\Delta V_{qde}] + D_{s0}^t \Delta V_{qde} \\ & + D_{r0}^t \Delta V_{rr} \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$\begin{aligned}
 y = & C_{s0}^t \Delta \theta_{qds}^f - C_{s0}^t W_0^{-1} Y_0 (\Delta \theta_{rr}^e + Q_1 W_1^{-1} \Delta \theta_{qds}^f - Q_1 + \\
 & W_1^{-1} B_{sp1} \Delta V_{qds}) + C_{r0}^t \Delta \theta_{rr}^e - C_{s0}^t W_0^{-1} B_{s0} \Delta V_{qds} + C_{r0}^t \\
 & + Q_1 W_1^{-1} \Delta \theta_{qds}^f - C_{r0}^t Q_1 W_1^{-1} B_{sp1} \Delta V_{qds} + D_{s0}^t \Delta V_{qds} + \\
 & D_{r0}^t \Delta V_{rr} \quad (2.77)
 \end{aligned}$$

arreglando y despreciando  $\theta_{qds}^f$

$$\begin{aligned}
 y = & [C_{s0}^t - C_{s0}^t W_0^{-1} Y_0 Q_1 W_1^{-1} + C_{r0}^t Q_1 W_1^{-1}] \Delta \theta_{qds}^f + \\
 & [C_{r0}^t - C_{s0}^t W_0^{-1}] \Delta \theta_{rr}^e + [D_{s0}^t - C_{s0}^t W_0^{-1} B_{s0} - Q_1 W_1^{-1} + \\
 & B_{sp1} [C_{r0}^t - C_{s0}^t W_0^{-1} Y_0]] \Delta V_{qds} + D_{r0}^t \Delta V_{rr} \quad (2.78)
 \end{aligned}$$

$$y = C_{r2}^t \Delta \theta_{rr}^e + D_{s2}^t \Delta V_{qds} + D_{r2}^t \Delta V_{rr} \quad (2.79)$$

Dónde:

$$C_{r2}^t = C_{r0}^t - C_{s0}^t W_0^{-1} Y_0 \quad (2.80)$$

$$D_{s2}^t = D_{s0}^t - C_{s0}^t W_0^{-1} B_{s0} - C_{r2}^t Q_1 W_1^{-1} B_{sp1} \quad (2.81)$$

$$D_{r2}^t = D_{r0}^t \quad (2.82)$$

Las ecuaciones de estado (2.73) en unión con la ecuación de salida (2.79) especifican la dinámica de las máquinas de inducción en forma reducida.

## CAPITULO 3

### SIMULACION I COMPARACION DE MODELOS DE MAQUINAS DE INDUCCION

Cuando se dispone de uno o varios modelos para un sistema se puede investigar como se comporta el sistema, usando en lo posible una computadora digital para mayor facilidad.

Un modelo de un sistema es una forma matemática adecuada para demostrar el comportamiento del sistema y puede utilizarse para investigar diversos diseños de un sistema planeado.

Una simulación emplea un modelo y las condiciones reales del sistema que se modela, así como las instrucciones de entrada a las cuales estará sujeto el sistema.

#### 3.1 MODELOS PARA LA SIMULACION

Existen dos métodos para modelar máquinas eléctricas, el de las corrientes y el de los enlaces de flujo, los cuales son usados para la obtención de los modelos reducidos de orden en el capítulo 2.

Por lo tanto la máquina de inducción puede ser modelada usando a las corrientes y a los enlaces de flujo como variables de estado.

Cada método presenta sus ventajas, así el de las corrientes ofrece relaciones simples entre los voltajes  $V_a$  y  $V_q$  y las variables de estado. En cuanto al método de los enlaces de flujo su ventaja es de incluir saturación en el modelo.

### 3.2 TECNICAS PARA LA SIMULACION

Para llevar a cabo la simulación de máquinas existen algunos métodos numéricos que se encargan del proceso de resolución del sistema de ecuaciones diferenciales que representan a la máquina, esto es, el de desarrollar algún método de integración numérico para hallar el comportamiento de las variables de estado en el tiempo.

Otro de los métodos da las características en el tiempo de las máquinas de inducción y es mediante la obtención de su función de transferencia para entradas y salidas deseadas. Es decir como se comporta la máquina para diferentes señales en la entrada de la

misma, este método es el utilizado en este estudio.

### 3.2.1 VENTAJAS DE LAS TECNICAS EXISTENTES

Suponiendo que el modelo y el método de simulación son confiables, las principales ventajas de una simulación son:

- 1) El funcionamiento del sistema puede observarse bajo todas las condiciones concebibles.
- 2) Los resultados del funcionamiento del sistema en el campo, pueden extrapolarse con un modelo de simulación para fines de predicción.
- 3) Pueden efectuarse pruebas del sistema bajo exámen, en períodos muchos mas reducidos.
- 4) Los resultados de la simulación pueden obtenerse a un costo más bajo que el de la experimentación real.
- 5) Pueden efectuarse el estudio de situaciones

hipotéticas aún cuando dichas situaciones no sean realizables.

- 6) La modelación y la simulación frecuentemente es la única técnica factible y segura para analizar y evaluar un sistema.

### 3.3 FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LA MAQUINA DE INDUCCION

La función de transferencia de un sistema lineal se define como la relación de la transformada de Laplace de la variable de salida a la transformada de Laplace de la variable de entrada, suponiendo que todas las condiciones iniciales se hacen iguales a cero. La función de transferencia de un sistema representa la relación que describe la dinámica del sistema bajo consideración.

Como la función de transferencia es una descripción entrada-salida del funcionamiento de un sistema, la descripción de un sistema por la función de transferencia no incluye ninguna información concerniente a la estructura y funcionamiento interno del sistema.

El diagrama de bloques de la figura 3.1 representa a



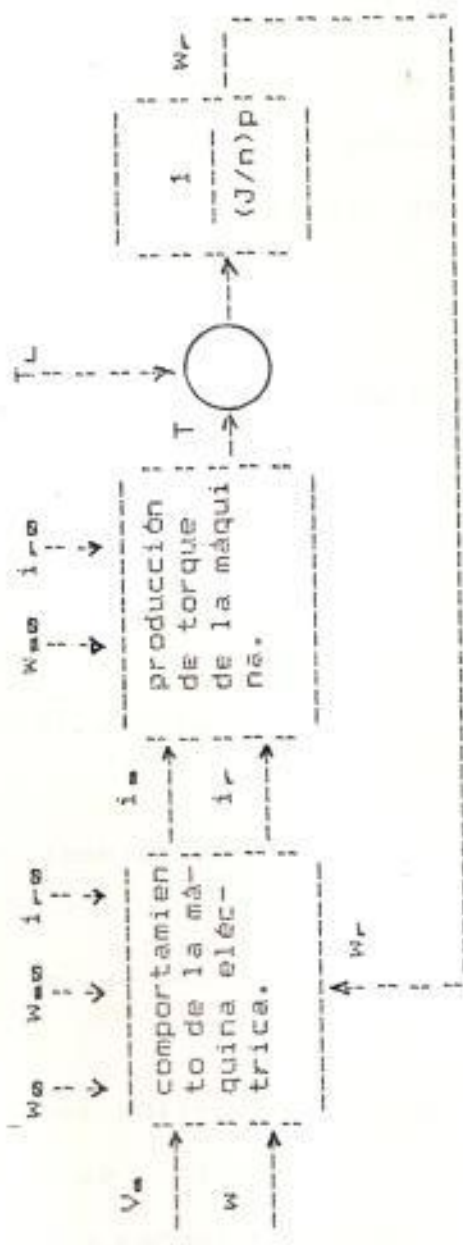


Figura 3.1 Diagrama de bloques de la máquina de inducción

la máquina de inducción del cual se puede obtener su función de transferencia para los diferentes modelos. Pero en el presente caso se utilizará la ecuación diferencial de vector de estado y la ecuación de salida en términos de variables de estado para obtener la función de transferencia.

### 3.3.1 POLOS Y CEROS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA

Cuando se desea obtener la respuesta en el tiempo  $y(t)$  de la máquina de inducción, se puede utilizar la función de transferencia para el efecto.

Supongase la función de transferencia

$$Y(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (3.1)$$

Donde el polinomio  $p(s)$  del denominador, cuando se iguala a cero, se conoce como ecuación característica, ya que las raíces de esta ecuación determinan el carácter de la respuesta del tiempo. Las raíces de esta ecuación característica también se conocen como polos o singularidades del sistema.

Las raíces del polinomio  $q(s)$  del numerador se conocen como ceros del sistema; los polos y ceros son las frecuencias críticas.

En los polos de la función,  $Y(s)$  se hace infinita, mientras que en los ceros la función se hace cero. Los puntos en el plano  $s$  de frecuencia compleja de los polos y ceros muestran gráficamente el carácter de la respuesta transitoria natural del sistema.

Los polos en la parte izquierda del plano  $s$  dan como resultado una respuesta decreciente para las señales de entrada. En forma semejante los polos en el eje  $j\omega$  y en el plano de la derecha dan como resultado una respuesta neutral y creciente respectivamente, para una señal de entrada. Por esto una condición necesaria y suficiente para que un sistema sea estable es que todos los polos de la función de transferencia del sistema tengan partes reales negativas.

Los valores numéricos de los polos y ceros para los diferentes modelos son mostrados mas

adelante para diferentes máquinas con diferentes potencia nominal.

### 3.3.2 RESIDUOS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA

Una vez obtenida la función de transferencia podemos aplicar una señal a la entrada para obtener la respuesta de salida de la siguiente función de transferencia:

$$Y(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{K(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)} \quad (3.2)$$

Aplicando el desarrollo de fracciones parciales de Heaviside se tiene:

$$y(t) = \sum_{i=1}^m \frac{r_i}{(s-p_i)^n} + \frac{r_0}{s} \quad (3.3)$$

Donde los coeficientes de expansión  $r_i$  se conocen como residuos, los cuales se calculan multiplicando por el factor del denominador de la función de transferencia  $y(s)$  que corresponde a  $r_i$  y haciendo  $s$  igual a la raíz.

Los residuos juegan un papel importante para establecer el comportamiento en el tiempo de un sistema ya que representa la magnitud de la respuesta de cada raíz.

Los residuos de la máquina de inducción para los diferentes modelos son representados y comparados en las secciones siguientes.

#### 3.4 RESPUESTA EN EL TIEMPO

Las especificaciones en el dominio del tiempo son índices importantes pues la máquina de inducción es inherentemente un sistema en el dominio del tiempo.

Generalmente se desconoce la señal real de entrada del sistema, por lo que para el presente estudio se escogerá una señal patrón como entrada de prueba. Este enfoque es verdaderamente útil pues existe una razonable correlación entre la respuesta de un sistema a una entrada patrón de prueba y la capacidad del sistema para funcionar bajo condiciones de operación normal. La respuesta en el tiempo puede ser establecida por la aplicación de la transformada inversa de Laplace a (3.3) de tal forma que resulta:

$$y(t) = \sum_{i=1}^M r_i e^{s_i t} + r_0 \quad (3.4)$$

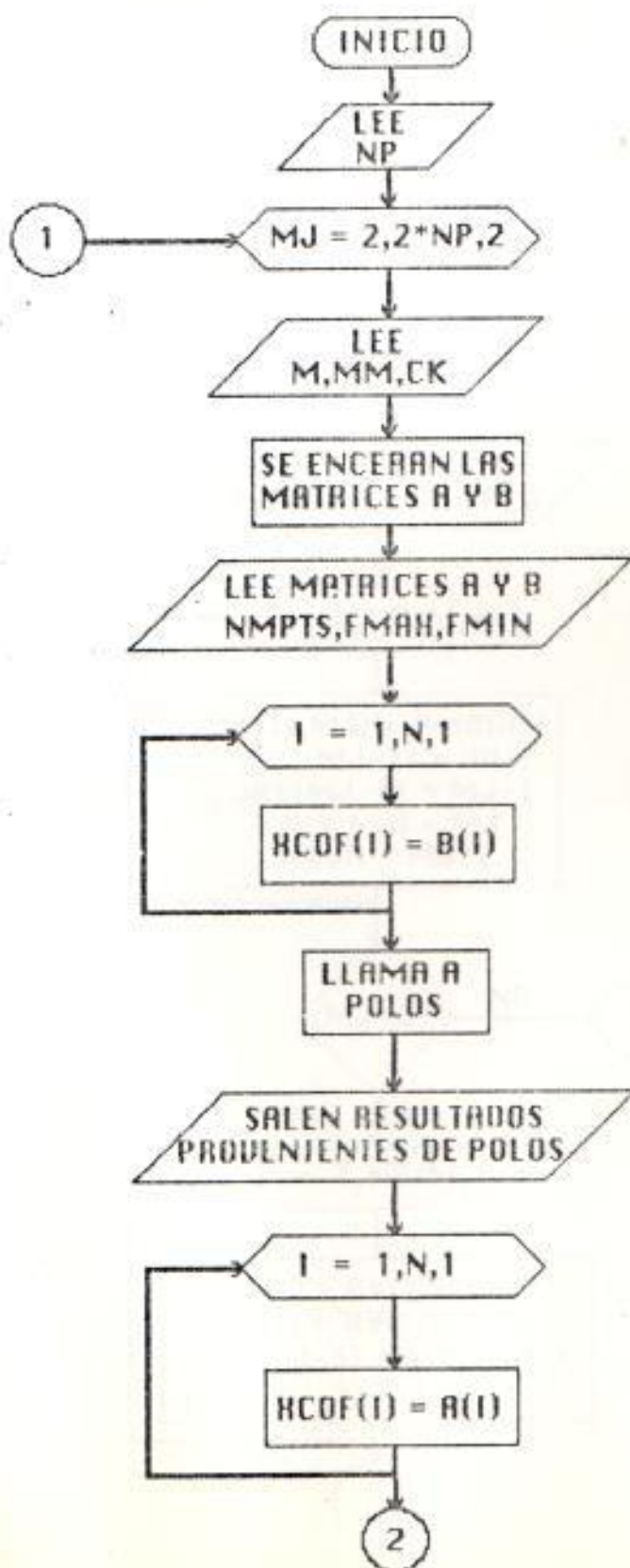
Para mayor facilidad en los cálculos se usará un programa por computadora digital.

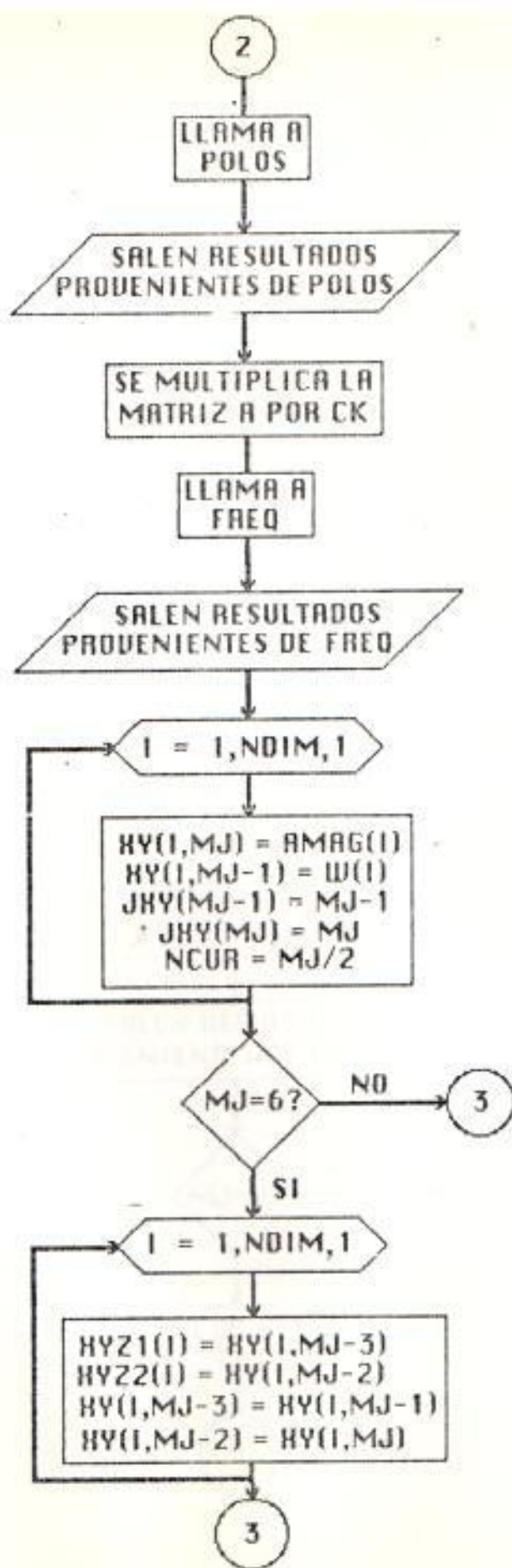
### 3.4.1 PROGRAMA PARA LA OBTENCION DE LA RESPUESTA EN EL TIEMPO.

Este programa permite calcular los polos y ceros de una función de transferencia; para una señal de entrada escalón unitario  $A*U(t)$  halla las fracciones parciales de  $Y(S)$  y luego la antitransformada  $Y(T)$  y la presenta en forma gráfica.

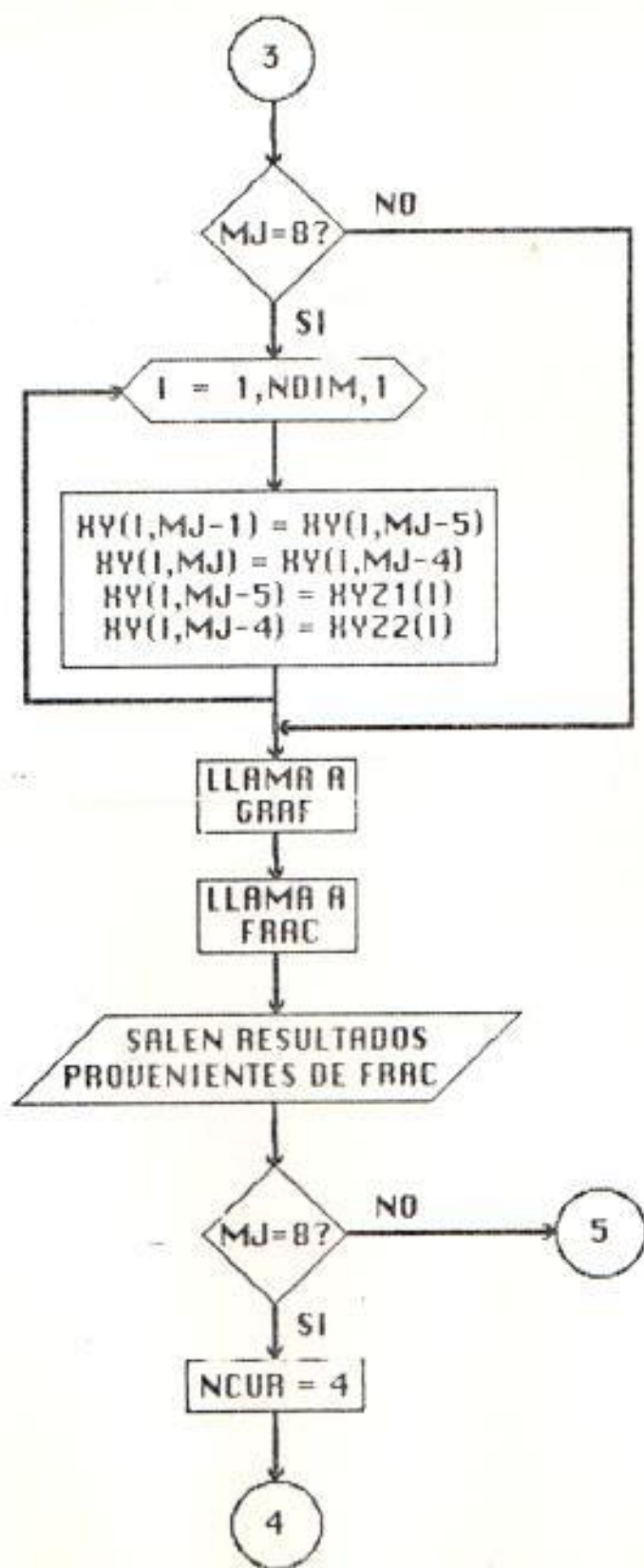
Utiliza las siguientes subrutinas

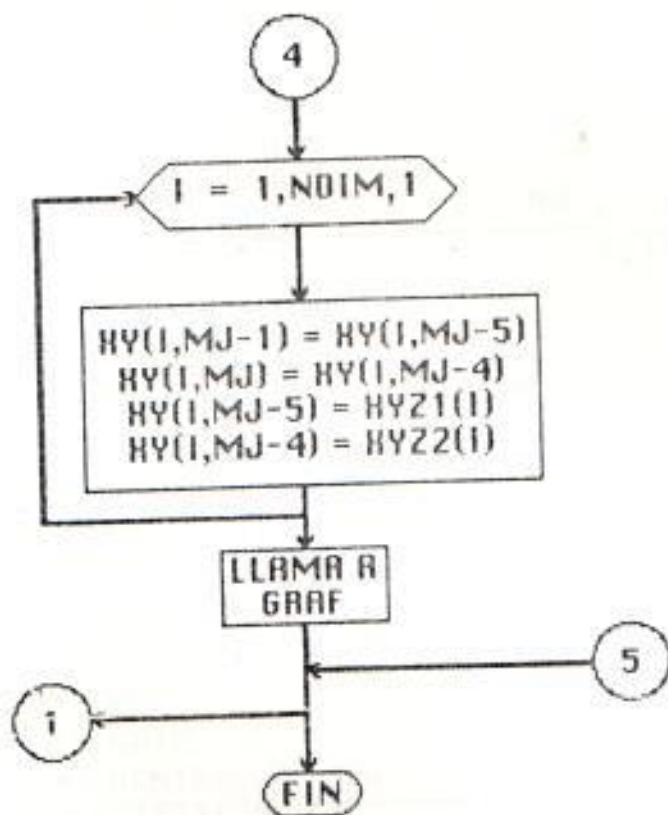
- POLOS obtiene los polos y ceros de la función  $Y(S)$
- FRAC obtiene las fracciones parciales de  $Y(S)$
- FUNC obtiene la antitransformada de  $Y(S)$
- GRAF grafica la (s) función (es)  $Y(T)$

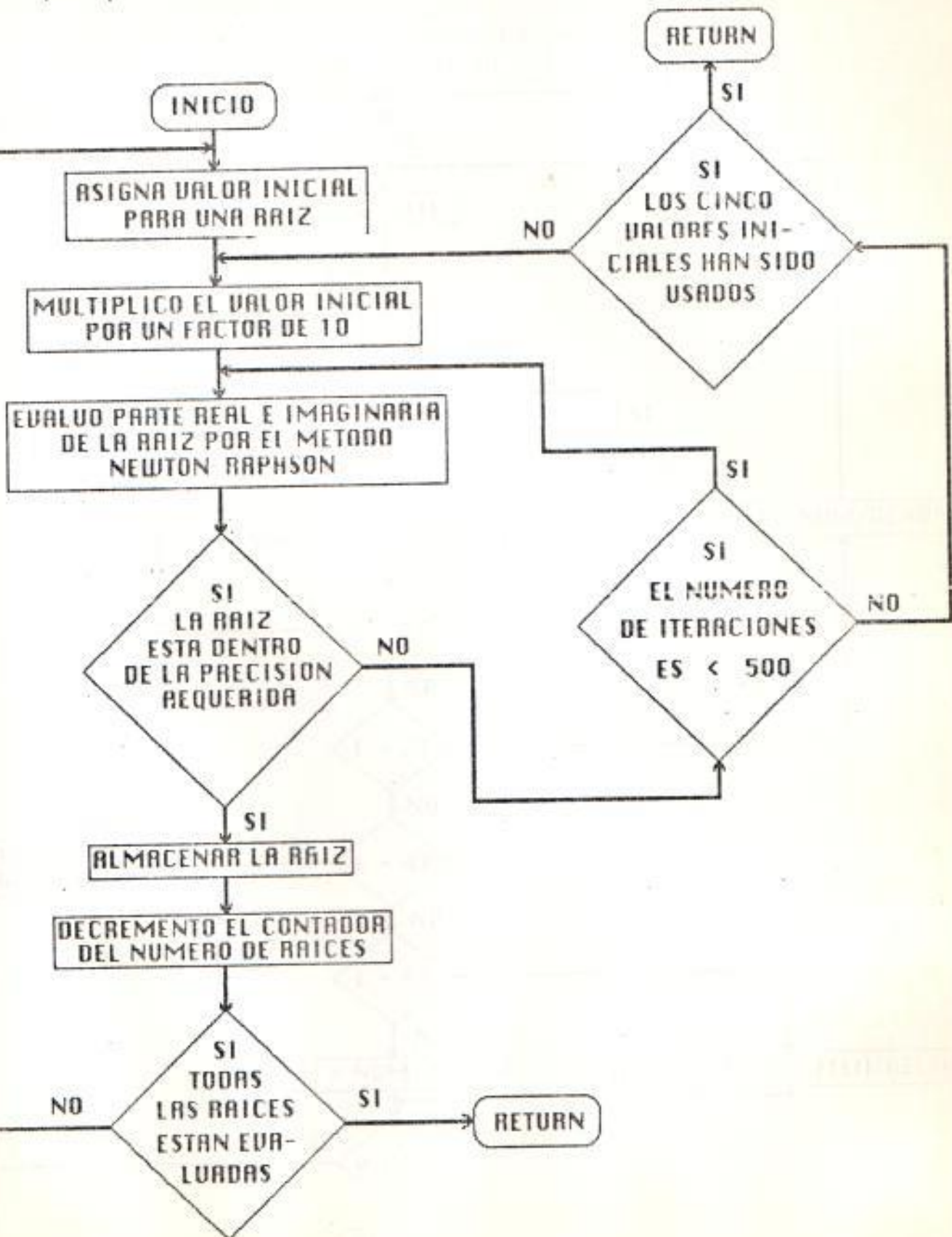
DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA PRINCIPAL

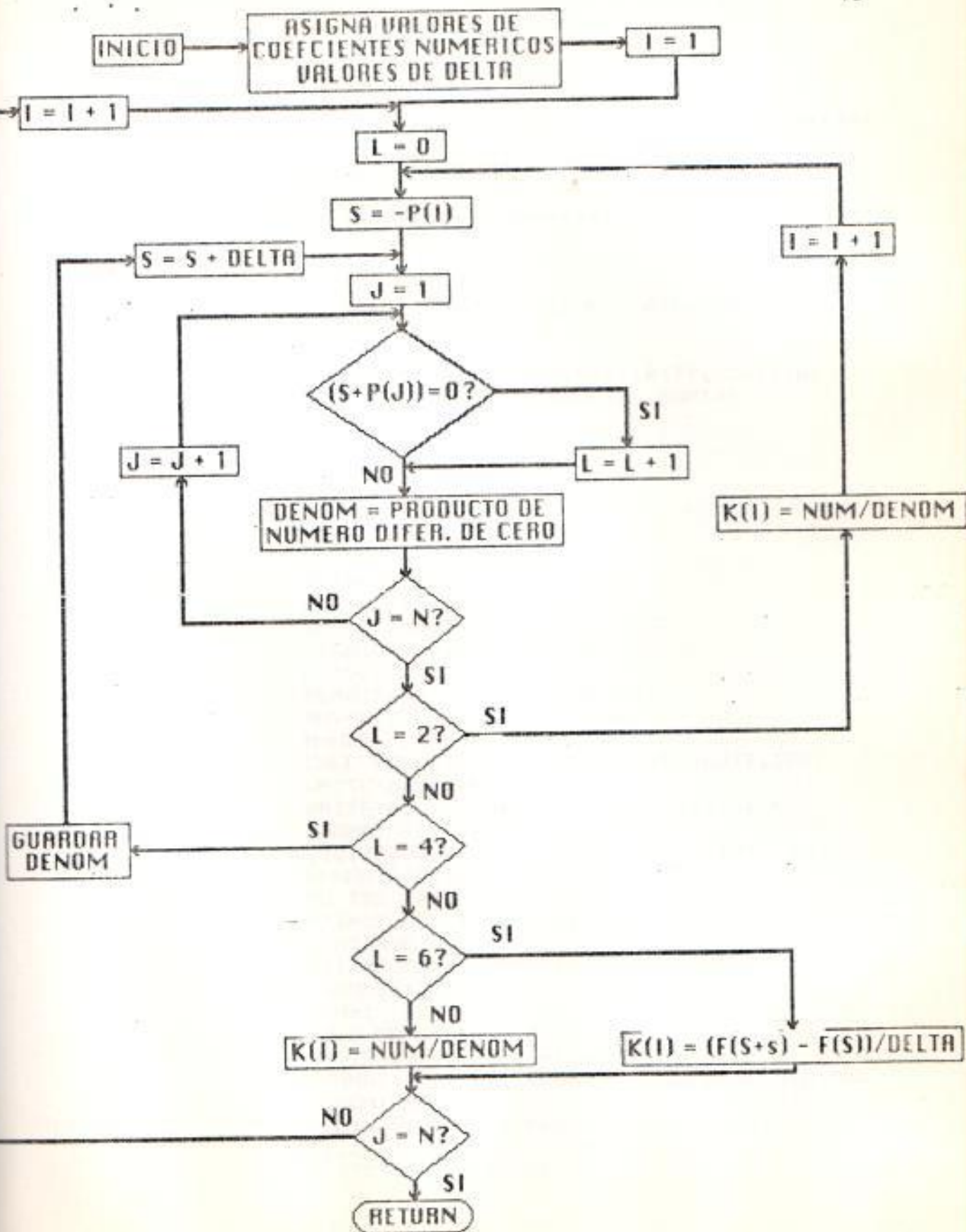












```
*****
PROGRAMA PRINCIPAL (RESPUESTA EN EL TIEMPO)
*****
```

```
DOUBLE PRECISION B,COF,ROOTR,ROOTI
COMPLEX K,P
REAL*4 KK
DIMENSION A(6),P(6),K(6),B(7),ROOTI(6)
DIMENSION ROOTR(6),COF(7),NUM(6)
READ(5,*)NP
MJ=1
1 READ(5,100)N,KK
N22=N
NLR=N22
N23=N22
N24=N22
N25=N22
100 FORMAT(I1,F12.4)
IF(N22.EQ.0)GO TO 99
READ(5,*) (A(I),I=1,6)
AA=0.1
READ(5,*) (B(I),I=1,N22+1)
MNV=N22
M=N22
CALL POLOS(B,COF,,N22,ROOTR,ROOTI,IER)
WRITE(6,10) IER
WRITE(6,11) (ROOTR(I),ROOTI(I),I=1,N23)
10 FORMAT ('1'//20X,' IER 9CODIGO DE ERROR')//
&,I2, //30X,' POLOS'//21X,' REAL',19X,' IMAG')
11 FORMAT(/2(16X,F10.3))
DO 122 I=1,N
P(I+1)=CMPLX(ROOTR(I),ROOTI(I))
122 CONTINUE
P(1)=CMPLX(0.0,0.0)
102 FORMAT(12F11.3)
N=N+1
CALL FRAC(N,A,P,K)
WRITE(6,200) N,(I-1,A(I),I=1,6)
200 FORMAT(1H//6X,'ELGRADO DEL POLINOMIO DEL,
&DENOMINADOR ES 1//6X,'LOS COEFICIENTES DEL
&POLINOMIO DEL NUMERADOR SON'//(6(10X,'A',
&I1,2X,'=',2X,F15.3//)))
WRITE(6,209) AA,KK
```

```

209 FORMAT(//6X,'CONSTANTE DE LA SENAL DE EN-
&TRADA...A*U(T) =',F3.1//6X,'K=',F12.4)
DO 39 I=1,N
39 K(I)=KK*AA*K(I)
WRITE(6,201) (P(I),K(I),I=1,N)
201 FORMAT(1H0/20X,'POLO',15X,'RESIDUOS'//17X,
&'REAL',9X,'IMAG',10X,'REAL',//(10X,4F13.5)
CALL FUNC(K,P,N,NP,MJ)
GO TO 1
99 STOP
END

```

\*\*\*\*\*  
SUBROUTINA POLOS

XCOF - es un arreglo que tiene los  
coeficientes del polinomio.  
COF - es un arreglo de uso interno de  
la subrutina.  
M - es el grado del polinomio.  
ROOTR - es un arreglo en el que se  
almacena la parte real de las  
raices del polinomio.  
ROOTI - es un arreglo en el que se  
almacena la parte imaginaria de  
las raices del polinomio.  
IER - es un código de errores.

\*\* VALORES DEL CODIGO DE ERRORES \*\*

0 - no hay errores  
1 - el grado del polinomio es  
menor que uno  
2 - el grado del polinomio es  
mayor que seis  
3 - no se pueden determinar las  
raices del polinomio con 500  
iteraciones.  
4 - el coeficiente de mas alto  
orden es igual a cero.

\*\*\*\*\*

```

SUBROUTINE POLOS(XCOF,COF,M,ROOTR,ROOTI,-
&IER)
DIMENSION XCOF(1),COF(1),ROOTR(1),ROOTI(1)
DOUBLE PRECISION XO,YO,X,Y,XPR,YPR,UX,UY,-
&V,VT,XT,U,XT2,YT2,SUMSD,P,DX,DY,TEMP,ALPHA
DOUBLE PRECISION XCOF,COF,ROOTR,ROOTI

```

```

121 FORMAT('XCOF',F11.3/)
    IFIT=0
    N=M
111 FORMAT(3X,I3,'VAMOS BIEN',3X,F11.3,'XCOF3-
    &/3XF9.3,COF3,')
    IER=0
    IF(XCOF(N+1))10,25,10
10  IF(N)15,15,32
15  IER=1
20  RETURN
25  IER=4
    GO TO 20
30  IER=2
    GO TO 20
32  IF(N-36)35,35,30
35  NX=N
    NXX=N+1
    N2=1
    KJ1=N+1
    DO 40 L=1,KJ1
    MT=KJ1-L+1
40  COF(MT)=XCOF(L)
45  XD=.00500101
    YD=.01000101
    IN=0
50  X=XD
    XD=-10.0*YD
    YD=-10.0*X
    X=XD
    Y=YD
    IN=IN+1
    GO TO 59
55  IFIT=1
    XPR=X
    YPR=Y
59  ICT=0
60  UX=0.0
    UY=0.0
    V=0.0
    YT=0.0
    XT=1.0
    U=COF(N+1)
    IF(U)65,130,65
65  DO 70 I=1,N
    L=N-I+1
    TEMP=COF(L)
    XT2=X*XT-Y*YT
    YT2=X*YT+Y*XT
    U=U+TEMP*XT2

```

```

V=V+TEMP*YT2
FI=I
UX=UX+FI*XT*TEMP
UY=UY-FI*YT*TEMP
XT=XT2
70 YT=YT2
SUMSQ=UX*UX+UY*UY
IF (SUMSQ) 75,110,75
75 DX=(V*UY-U*UX)/SUMSQ
X=X+DX
DY=-(U*UY+V*UX)/SUMSQ
Y=Y+DY
IF (DABS(DX).LT.1.0D-10) DX=0.0
IF (DABS(DY).LT.1.0D-10) DY=0.0
201 FORMAT(3X,'DX=',F18.16,/3X,'DY=',F18.16)
78 IF (DABS(DY)+DABS(DX)-0.0001) 100,80,80
80 ICT=ICT+1
IF (ICT-500) 60,85,85
85 IF (IFIT) 100,90,100
90 IF (IN-5) 50,95,95
95 IER=3
GO TO 20
100 DO 105 L=1,NXX
MT=KJ1-L+1
TEMP=XCOF(MT)
XCOF(MT)=COF(L)
105 COF(L)=TEMP
ITEMP=N
N=NX
NX=ITEMP
IF (IFIT) 120,55,120
110 IF (IFIT) 115,50,115
115 X=XPR
Y=YPR
120 IFIT=0
202 FORMAT(3X,'X=',F12.6,/3X,'Y=',F12.6)
122 IF (DABS(Y/X-1.0D-10) 135,125,125
125 IF (DABS(X).LT.1.0D-10) X=0.0
ALPHA=X*X
SUMSQ=X*X+Y*Y
N=N-2
GO TO 140
130 X=0.0
NX=NX-1
NXX=NXX-1
135 Y=0.0
SUMSQ=0.0
ALPHA=X
N=N-1

```



```

140 COF(2)=COF(2)+ALPHA*COF(1)
145 DO 150 L=2,N
150   COF(L+1)=COF(L+1)+ALPHA*COF(L)-SUMSQ*-
      &COF(L-1)
155 ROOTI(N2)=Y
      ROOTR(N2)=X
      N2=N2+1
      IF(SUMSQ) 160,165,160
160 Y=-Y
      SUMSQ=0.0
      GO TO 155
165 IF(N) 20,20,45
      END

```

```

*****
SUBROUTINA FRAC

```

N - es el grado del polinomio del numerador  
A - es el arreglo que contiene los coeficientes del polinomio del numerador  
P - es el arreglo que contiene los polos del polinomio del numerador  
K - es el arreglo que contiene los residuos de las fracciones parciales

```

*****

```

```

SUBROUTINE FRAC(N,A,P,K)
COMPLEX K,P,Z,NUM,DENOM,FUNCS,FUNCD,DELTA
DIMENSION A(6),P(6),K(6)
NUM(Z)=A1+A2*Z+A3*Z**2+A4*Z**3+A5*Z**4
A1=A(1)
A2=A(2)
A3=A(3)
A4=A(4)
A5=A(5)
A6=A(6)
DELTA=(.001,0.)
I=1
5 L=0
6 S=P(I)
7 DENOM=(1.,0.)
DO 50 J=1,N
IF(CABS(S-P(J))-.5)9,9,8
8 DENOM=DENOM*95-P(J)

```

```

      GO TO 50
9     L=L+1
50    CONTINUE
      GO TO (11,12,13,13,14,14),L
11    K(I)=NUM(S)/DENOM
      GO TO 10
12    K(I)=NUM(S)/DENOM
      I=I+1
      GO TO 6
13    FUNCS=NUM(S)/DENOM
      S=S+DELTA
      GO TO 7
14    FUNCDS=NUM(S)/DENOM
      K(I)=(FUNCDS-FUNCS)/DELTA
10    IF(I.EQ.N) GO TO 90
      I=I+1
      GO TO 5
90    RETURN
      END

```

\*\*\*\*\*  
 SUBROUTINA FUNC

K - es el arreglo que contiene los coeficientes de la antitransformada  
 P - es el arreglo que contiene los polos del polinomio del numerador  
 N - es el número de fracciones parciales de la función  $y(t)$   
 NP - es el número máximo de trazas en la última gráfica  
 MJ - es el número de trazas por gráfica

\*\*\*\*\*  
 SUBROUTINE FUNC(K,P,N,NP,MJ)  
 DIMENSION TE(400),Y(400),D(400,10),JXY(10)  
 COMPLEX\*8 H(N),P(N),FT  
 T=0.  
 IT=400  
 MJ=MJ+1  
 DO 002 I=1,IT,1  
 FT=0.  
 DO 005 J=1,N  
 FT=FT+H(J)\*EXP(P(J)\*T)  
005 CONTINUE  
 Y(I)=(FT)

```

D(I,MJ)=Y(I)
D(I,1)=T
T=T+0.001
002 CONTINUE
DO 11 J=1,NP
JXY(2*J-1)=1
JXY(2*J)=J+1
11 CONTINUE
NNN=MJ-1
CALL GRAF(D,JXY,IT,IT,NNN,0,0.,9.,0.,9.)
22 RETURN
END

```

\*\*\*\*\*  
SUBROUTINA GRAF

XY - arreglo bidimensional que contiene los datos a graficarse  
JXY- arreglo unidimensional que indica las columnas del arreglo XY que van a graficarse  
N - número de puntos del arreglo  
NDIM número de puntos a graficarse  
NCUR número de trazos por gráfico  
ISCALE parametro que indica si se consideran los límites inferiores y superiores de los arreglos a ser graficados (si iscale=1). (si iscale=0) el programa genera su propia escala.  
XL abcisa inferior  
XU abcisa superior  
YL ordenada inferior  
YU ordenada superior

\*\*\*\*\*

```

SUBROUTINE GRAF(XY,JXY,N,NDIM,NCUR,ISCALE-
&XL,XU,YL,YU)
DIMENSION IGRID(101),XS(11),YS(13),ICHARD-
&(7),XY(1),JXY(1)
DATA ICHAR/1H+,1H*,1H-,1H=,1H.,1H /
XS(1)=XL
XMAX=XU
YMIN=YL
YS(1)=YU
IF (ISCALE.NE.0) GO TO 32
XMAX=-1.0E+20
XS(1)=-XMAX

```

```

YS(1)=XMAX
YMIN=XS(1)
J2=0
DO 31 J=1,NCUR
J2=J2+2
JIX=(JXY(J2-1)-1)*NDIM
JIY=(JXY(J2)-1)*NDIM
DO 31 I=1,N
IJX=JIX+I
IJY=JIY+I
IF(XY(IJX).GT.XMAX)XMAX=XY(IJX)
IF(XY(IJX).LT.XS(I))XS(I)=XY(IJX)
IF(XY(IJY).GT.YS(1))YS(1)=XY(IJY)
IF(XY(IJY).LT.YMIN)YMIN=XY(IJY)
31 CONTINUE
32 XR=XMAX-XS(1)
IF(XR.EQ.0.0)XR=1.0E-20
YR=YS(1)-YMIN
IF(YR.EQ.0.0)YR=1.0E-20
XT=XMAX*XS(1)
YT=YMIN*YS(1)
IF(XT.LT.0.0)IYAX=100.0*(-XS(1))/XR+1.5
IF(YT.LE.0.0)IXAX=48.0*YS(1)/YR+1.5
XMAX=XR/10.
DO 46 I=2,11
XS(I)=XS(I-1)+XMAX
46 CONTINUE
XMAX=YR/12.
DO 47 I=2,13
47 YS(I)=YS(I-1)-XMAX
WRITE(6,10)(XS(I),I=1,11)
II=1
KK=0
DO 146 LINE=1,49
DO 101 J=1,101
101 IGRID(J)=ICHARD(7)
IF(YT.GT.0.0)GO TO 109
IF(LINE.NE.IXAX)GO TO 109
DO 105 J=1,101
105 IGRID(J)=ICHAR(6)
109 IF(XT.LT.0.0)IGRID(IYAX)=ICHAR(6)
J2=0
DO 125 J=1,NCUR
J2=J2+2
JIX=(JXY(J2-1)-1)*NDIM
JIY=(JXY(J2)-1)*NDIM
JC=MOD(J,5)
DO 125 I=1,N
IJX=JIX+I

```

```

IJY=JIY+I
IPTY=48.0*(YS(1)-XY(IJY))/YR+1.5
IF(IPTY.GT.49)IPTY=49
IF(IPTY.LT.1)IPTY=1
IF(IPTY.NE.LINE)GO TO 125
IPTX=100.1*(XY(IJX)-XS(1))/XR+1.5
IF(IPTX.LT.1)IPTX=1
IF(IPTX.GT.101)IPTX=101
IF(JC.NE.0)GO TO 119
IGRID(IPTX)=ICHR(5)
GO TO 125
119 IGRID(IPTX)=ICHR(JC)
125 CONTINUE
IF(KK.GT.0)GO TO 134
WRITE(6,20)YS(II),(IGRID(I),I=1,101),-
&YS(II)
II=II+1
GO TO 135
134 WRITE(6,30)9IGRID(I),I=1,101)
135 KK=KK+1
IF(KK.NE.4)GO TO 146
KK=0
146 CONTINUE
WRITE(6,40)(XS(I),I=1,11)
10 FORMAT(1H1,1PE15.2,10E10.2/10X,1H*,20(5H+-
&***),2H**)
20 FORMAT(1PE10.2,1H+,101A1,1H+,E9.2)
30 FORMAT(10X,1H*,101A1,1H*)
40 FORMAT(10X,1H*,20(5H+*****),2H**/1PE16.2,
&10E10.2)
RETURN
END

```

### 3.5 RESPUESTA DE FRECUENCIA

La respuesta de frecuencia de la máquina de inducción o de cualquier sistema, se define como la respuesta del sistema en el estado estacionario a una señal sinusoidal de entrada. La sinusoidal es una señal de entrada única y la señal de salida resultante para un sistema lineal, así como las señales a través del

sistema, son sinusoidales en el estado estacionario; difiere de la forma de onda de entrada solamente en amplitud y ángulo de fase.

Una ventaja del método de respuesta de frecuencia es la facilidad de disponer de señales de prueba sinusoidales para diversos rangos de frecuencia y amplitudes. Otra de las ventajas es que se puede obtener la función de transferencia que describe el comportamiento sinusoidal en el estado estacionario de un sistema, reemplazando en la función de transferencia del sistema  $s$  por  $j\omega$ .

La desventaja básica de este método para el análisis y diseño es el vínculo indirecto entre los dominios del tiempo y de la frecuencia.

### 3.5.1 PROGRAMA PARA LA OBTENCION DE LA RESPUESTA DE FRECUENCIA

Este programa permite calcular los polos y ceros de la frecuencia, magnitud y la fase de la función de transferencia; después presenta una gráfica de la respuesta de frecuencia. Utiliza las subrutinas `polos`, `frac`, `graf` y `freq`.

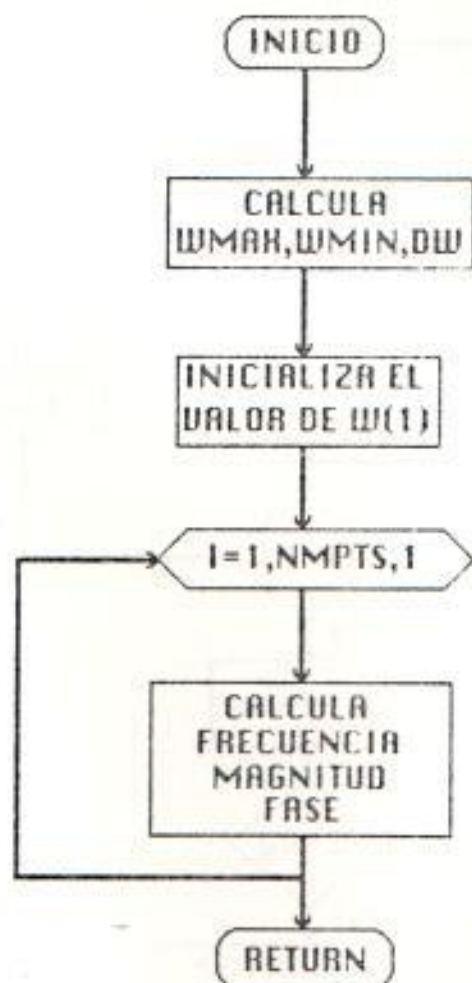
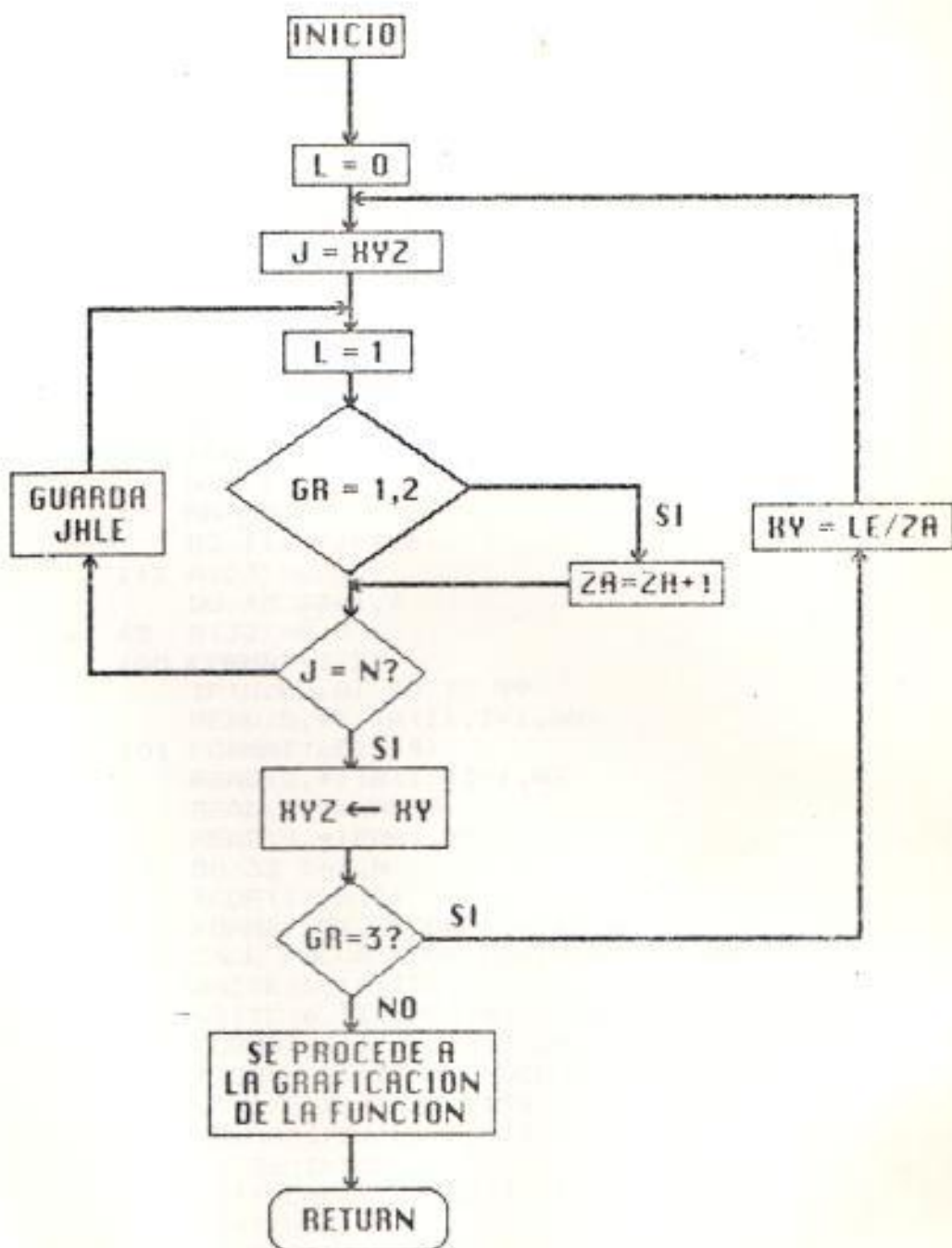
DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA FREQ

DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA GRAF





```
*****
PROGRAMA PRINCIPAL (RESPUESTA DE FRECUENCIA)
*****
```

```

COMPLEX Y,S,T,K,P
DOUBLE PRECISION XCOF,COF,ROOTR,ROOTI
DIMENSION A(6),B(7),W(401),AMAG(401),
&FASE(401)
DIMENSION XCOF(7),COF(7),ROOTR(6),ROOTI(6)
&,XY(400,10),JXY(10)
DIMENSION P(6),K(6)
DIMENSION XYZ1(401),XYZ2(401)
READ(5,*)NP
DO 1 MJ=2,2*NP,2
READ(5,*)M,MM,CK
N=M+1
NN=MM+1
DO 111 JJ=1,6
111 A(JJ)=0.0
DO 45 JJ=1,7
45 B(JJ)=0.0
100 FORMAT(2I2)
IF(N.EQ.0) GO TO 99
READ(5,*) (A(I),I=1,NN)
101 FORMAT(6F12.4)
READ(5,*) (B(I),I=1,N)
READ(5,*)NMPTS
READ(5,*)FMAX,FMIN
DO 33 I=1,N
33 XCOF(I)=B(I)
445 FORMAT(5X,'XCOEF',6F12.4/)
CALL POLOS(XCOF,COF,M,ROOTR,ROOTI,IER)
WRITE(6,10) IER,M
- WRITE(6,11) (ROOTR(I),ROOTI(I),I=1,M)
10 FORMAT ('1'//20X,'IER(CODIGO DE ERROR)',I2
&//20X,'GRADO DEL DENOMINADOR',I3//30X,'POL
&OS'//21X,'REAL',19X,'IMAGINARIO')
11 FORMAT(/2(16X,F10.3))
DO 86 I=1,M
P(I)=CMPLX(ROOTR(I),ROOTI(I))
86 CONTINUE
DO 34 I=1,NN
34 XCOF(I)=A(I)
CALL POLDS(XCOF,COF,MM,ROOTR,ROOTI,IER)
WRITE(6,12) IER,MM
```

```

WRITE(6,11) (ROOTR(I),ROOTI(I),I=1,MM)
12  FORMAT(' '//20X,'IER....')
102 FORMAT(7F12.4)
112 FORMAT(I3)
113 FORMAT(2F10.3)
DO 152 I=1,NN
152  A(I)=CK*A(I)
CALL FREQ(A,B,NMPTS,FMAX,FMIN,W,AMAG,FASE)
WRITE(6,914)NMPTS
914  FORMAT('//20X,'NUMERO DE INTERVALOS'...')
DO 115 I=1,NMPTS,20
115  WRITE(6,103)W(I),AMAG(I),FASE(I)
      NI=50
      NDIM=NMPTS
      DO 151 I=1,NDIM
151  XY(I,MJ)=AMAG(I)
      JXY(I,MJ-1)=W(I)
      JXY(MJ)=MJ
      NCUR=2
      DO 251 I=1,NDIM
      XYZ1(I)=XY(I,MJ-3)
      XYZ2(I)=XY(I,MJ-2)
      XY(I,MJ-3)=XY(I,MJ-1)
      XY(I,MJ-2)=XY(I,MJ)
251  CONTINUE
      ENDIF
      IF (MJ.EQ.8) THEN
      NCUR=2
      DO 252 I=1,NDIM
      XY(I,MJ-3)=XY(I,MJ-5)
      XY(I,MJ-2)=XY(I,MJ-4)
      XY(I,MJ-5)=XY(I,MJ-1)
      XY(I,MJ-4)=XY(I,MJ)
252  CONTINUE
      ENDIF
      CALL GRAF(XY,JXY,NI,NDIM,NCUR,1,1.10,1000.
&,0.0004,0.1)
      CALL FRAC(M,A,P,K)
      WRITE(6,200)M,(A(I),I=1,NN)
200  FORMAT(1H1,6X,'EL GRADO DEL...'/(6F15.3))
      WRITE(6,201) (P(I),K(I),I=1,M)
201  FORMAT(1H0,17X,'FACTOR...',(6BX,4F12.3))
      IF (MJ.EQ.8) THEN
      NCUR=4
      PRINT*,NCUR=',NCUR
      DO 253 I=1,NDIM
      XY(I,MJ-1)=XY(I,MJ-5)
      XY(I,MJ)=XY(I,MJ-4)

```

```

      XY(I,MJ-5)=XYZ1(I)
      XY(I,MJ-4)=XYZ2(I)
253  CONTINUE
      CALL GRAF(XY,JXY,NI,NDIM,NCUR,1,0.10,1000.
&,0.0004,0.1)
      ENDIF
1    CONTINUE
103  FORMAT(5X,F12.6,5X,F15.6,5X,F15.6)
99   STOP
      END

```

\*\*\*\*\*

#### SUBROUTINA FREQ

Esta subrutina acepta los coeficientes de la función de transferencia y nos describe la magnitud de la función versus la frecuencia en radianes.

A - arreglo que tiene los coeficientes del polinomio del numerador (orden decreciente).  
 B - arreglo que tiene los coeficientes del polinomio del denominador (orden decreciente).  
 NMPTS - número de intervalos de frecuencia deseados en el vector que contiene la solución.  
 FMAX - máxima frecuencia deseada en la solución.  
 FMIN - mínima frecuencia deseada en la solución.  
 W - arreglo que contiene la solución de la frecuencia.  
 AMAG - arreglo que contiene la solución de la magnitud.  
 FASE - arreglo que contiene la solución de la fase.

\*\*\*\*\*

```

SUBROUTINE FREQ(A,B,NMPTS,FMAX,FMIN,W,
&AMAG,FASE
  COMPLEX Y,S,T
  DIMENSION A(6),B(7),W(401),AMAG(401),FASE
&(401)
  WMAX=FMAX*6.2831853
  WMIN=FMIN*6.2831853

```

```

DW=(WMAX-WMIN)/NMPTS
W(1)=WMIN
DO 10 I=1,NMPTS
D=W(I)
S=CMPLX(0.,D)
Y=T(A,B,S)
AMAG(I)=CABS(Y)
U=AIMAG(Y)
V=REAL(Y)
FASE(I)=ATAN2(U,V)*360./6.2831853
10 W(I+1)=W(I)+DW
RETURN
END

```

### 3.6 COMPARACION DE LOS DIFERENTES MODELOS DE MAQUINAS DE INDUCCION

Para realizar la comparación de los diferentes modelos, se obtiene la respuesta de velocidad en el tiempo de distintas máquinas, así como su respuesta de frecuencia, para lo cual nos hemos ayudado de su función de transferencia obtenidas a partir de las ecuaciones de vector de estado, en la que se aplica una señal de prueba escalón unitario  $U(t)$ .

Para mostrar estas características hemos utilizado los programas mostrados anteriormente.

#### 3.6.1 CARACTERISTICAS DE LAS MAQUINAS

Para realizar el análisis comparativo de los diferentes modelos, se ha escogido algunas

máquinas a simular entre las cuales se encuentra un motor de inducción trifásico de 5 HP marca Kato del laboratorio de maquinaria eléctrica de la Espol.

Las características de estas máquinas se encuentran en la tabla 3.1.

### 3.6.2 COMPARACION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LOS DIFERENTES MODELOS

El orden del denominador es cinco si el modelo normalizado es usado para establecer la función de transferencia o tres si alguno de los otros modelos es usado. El orden del numerador es igual a tres si el modelo normalizado o el modelo III son usados para calcular la función de transferencia. Si alguno de los modelos I ó II son usados el orden del numerador es dos. Es importante notar la diferencia en la forma de la función de transferencia que es obtenida usando el modelo I y el modelo III. La función de transferencia que es obtenida usando el modelo III contiene un cero adicional el cual es

TABLA 3.1  
 CARACTERISTICAS DE LAS MAQUINAS

HP	V	Veloc (rpm)	$R_1$ ohm	$R_2'$ ohm	$L_1=L_2'$ (H)	M (H)	J kg-m <sup>2</sup>	D N-m-s
3	220	1710	0.435	0.816	0.0713	0.0693	0.089	0.008
5	220	1762	0.794	0.9410	0.0043	0.0041	0.095	0.009
50	460	1705	0.087	0.228	0.0355	0.0347	1.662	0.073
500	2300	1773	0.262	0.187	0.1465	0.1433	11.062	0.402
2250	2300	1786	0.029	0.022	0.0352	0.0346	63.869	1.607

atribuido a acoplamiento diferente de cero que existe entre las variables de entrada y salida.

### 3.6.3 COMPARACION DE LOS POLOS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA

Los valores numéricos de los polos y ceros usando los cuatro modelos son mostrados en la tabla 3.2 para las distintas máquinas anteriormente especificadas.

Comparando los polos dominantes  $p_1, p_2, p_3$  para las máquinas de 500 y 2250 HP muestran que cada uno de los modelos reducidos de orden precisamente calcula los polos dominantes.

Una similar comparación para máquinas pequeñas (3,5 y 50 HP) muestra que el modelo I calcula inexactamente las partes real e imaginaria de  $p_1$  y  $p_2$ . Para estas mismas máquinas el modelo II calcula de una manera más precisa la parte real pero subdimensiona la parte imaginaria por una cantidad significativa de los polos  $p_1$  y  $p_2$ . El modelo III calcula de una manera más

TABLA 3.2

POLOS Y CEROS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA

Máquinas	Modos	Polos de la función de transferencia (p <sub>i</sub> )		Ceros de la función trans.		Coeficiente K		
		p <sub>1</sub> , p <sub>2</sub>	p <sub>3</sub>	P <sub>1</sub> , P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>			
3 HP	N	-223.1+j83.87	-16.83	-85.61+j313.2	-7.328+j95.82	-328.6	3551.	
	I	-183.0+j72.83	-16.84		-50.47+j139.6		3.172	
	II	-203.6+j18.67	-16.97		-413.7		-213.8	0.857
	III	-199.1+j99.39	-16.83		-5.300+j97.73		-477.5	0.019
5 HP	N	-202.2+j75.67	-15.96	-76.81+j320.1	-8.023+j96.75	-303.5	3061.	
	I	-169.8+j65.83	-15.97		-57.76+j134.4		3.00	
	II	-192.0+j18.91	-16.01		-416.3		-200.3	0.806
	III	-184.9+j86.56	-15.95		-5.993+j98.47		-418.8	0.017
50 HP	N	-142.4+j42.50	-14.39	-49.42+j355.9	-10.63+j99.51	-223.8	2085.	
	I	-134.0+j41.11	-14.39		-71.04+j128.8		1.488	
	II	-139.5+j20.74	-14.50		-288.1		-149.5	0.763
	III	-140.3+j43.39	-14.39		-9.476+j101.0		-250.4	0.013
500 HP	N	-15.43+j41.55	-27.51	-41.80+j373.8	-13.35+j31.75	-112.1	1929.	
	I	-15.58+j41.30	-27.29		-18.94+j29.10		1.480	
	II	-15.90+j40.42	-28.52		-59.12		-31.22	0.978
	III	-15.43+j41.54	-27.51		-13.44+j31.82		-120.1	0.012
2250 HP	N	-9.372+j41.72	-17.93	-24.57+j375.8	-10.37+j20.53	-80.00	1831.	
	I	-9.497+j41.62	-17.87		-13.23+j18.35		1.061	
	II	-9.625+j41.37	-18.13		-37.01		-19.15	0.769
	III	-9.375+j41.72	-17.93		-10.40+j20.54		-82.44	0.012



precisa la parte real, mientras sobredimensiona la parte imaginaria por una cantidad comparable con el error asociado con el modelo I. Finalmente es visto que cada una de las formulaciones son razonablemente exactas en el cálculo del polo real  $p_s$ .

#### 3.6.4 COMPARACION DE LOS CEROS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA

Comparando los ceros de la función de transferencia de cada una de las formulaciones, muestran que el modelo I calcula en un razonable grado de exactitud, dos de los ceros para máquinas grandes, ya que el numerador de la función de transferencia obtenida usando este modelo es solamente de segundo orden, y no da un tercer cero que existe en la formulación detallada. Para máquinas de pequeños HP los ceros que son calculados usando el modelo I se desvian significativamente de los determinados usando el modelo normalizado. Por otro lado el modelo III calcula los tres ceros de la función de transferencia a un alto grado de exactitud para las máquinas grandes y a un

razonable grado para las máquinas pequeñas. Comparando los ceros obtenidos usando el modelo II muestra que este modelo no es muy exacto demostrando mayor inexactitud en la aproximación. En definitiva los ceros del modelo III son los mas exactos de los tres modelos comparados.

### 3.6.5 COMPARACION DE LA RESPUESTA DE FRECUENCIA

Comparando los gráficos de la característica magnitud vs frecuencia (Bode) para los diferentes modelos, se puede observar que el modelo III es más próximo al modelo normalizado que los otros modelos excepto para frecuencias muy altas, en que todos los modelos difieren del modelo normalizado. Esta aproximación del modelo III al modelo normalizado es debido en parte al cero adicional que es introducido en este modelo para un perfeccionamiento de los polos y ceros calculados.

### 3.6.6 COMPARACION DE LOS RESIDUOS Y DE LA RESPUESTA DE VELOCIDAD EN EL TIEMPO

Las respuestas de velocidad para señales que varían la magnitud de voltaje se muestran en las figuras (3.5) hasta la (3.29) para las distintas máquinas, así como los residuos en la tabla 3.3, los cuales juegan un papel importante en el establecimiento del comportamiento en el dominio del tiempo. Comparando estos residuos muestran la exactitud del modelo III. En las máquinas grandes, los residuos calculados usando el modelo III son parecidos a los calculados usando el modelo normalizado por cuanto significantes discrepancias ocurren con alguno de los otros modelos.

En máquinas pequeñas la exactitud de los modelos I y III son comparables; sin embargo, parece que el modelo III consistentemente da una indicación más exacta del comportamiento del modo dominante. Esto es vivamente ilustrado cuando la velocidad es graficada como una función del tiempo.

Comparando los gráficos de la respuesta en el tiempo que corresponde a las máquinas de 3,5 y

50 HP se ve que cada uno de los modelos calcula la respuesta de velocidad a un grado razonablemente exacto. Sin embargo para 500 y 2250 HP vemos que los modelos I y II tienden a alejarse de la respuesta del modelo normalizado.

A través del desarrollo enfocado en la respuesta de velocidad, es visto que el modelo III es el que calcula de una manera mas exacta la respuesta de cualquier máquina de inducción.

TABLA 3.3

## RESIDUOS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA

Máquinas	Modos	Residuos correspondientes a cada polo ( $V_{a1}=0.1/s$ )			
		$r_0$	$r_1, r_2$	$r_3$	$r_4, r_5$
3 HP	N	0.01069	0.00242+j0.00161	-0.01197	-0.00178+j0.00048
	I	0.01070	0.00055+j0.00220	-0.01180	
	II	0.01069	0.00026+j0.00006	-0.01121	
	III	0.01065	0.00161+j0.00293	-0.01193	
5 HP	N	0.01086	0.00211+j0.00156	-0.01211	-0.00148+j0.00031
	I	0.01179	0.00048+j0.00190	-0.01275	
	II	0.01021	0.00023+j0.00003	-0.01067	
	III	0.01061	0.00149+j0.00284	-0.01187	
50 HP	N	0.01139	0.00157+j0.00173	-0.01293	-0.00080+j0.00005
	I	0.01139	0.00071+j0.00187	-0.01280	
	II	0.01140	0.00036+j0.00001	-0.01211	
	III	0.01146	0.00149+j0.00223	-0.01305	
500 HP	N	0.00336	0.00036+j0.00057	-0.00274	-0.00067+j0.00022
	I	0.00336	-0.00033+j0.00078	-0.00270	
	II	0.00336	-0.00160+j0.00053	-0.00016	
	III	0.00334	0.00033+j0.00056	-0.00274	
2250 HP	N	0.00167	0.00040+j0.00084	-0.00118	-0.00064+j0.00015
	I	0.00167	-0.00024+j0.00097	-0.00118	
	II	0.00167	-0.00081+j0.00073	-0.00005	
	III	0.00167	0.00039+j0.00083	-0.00119	

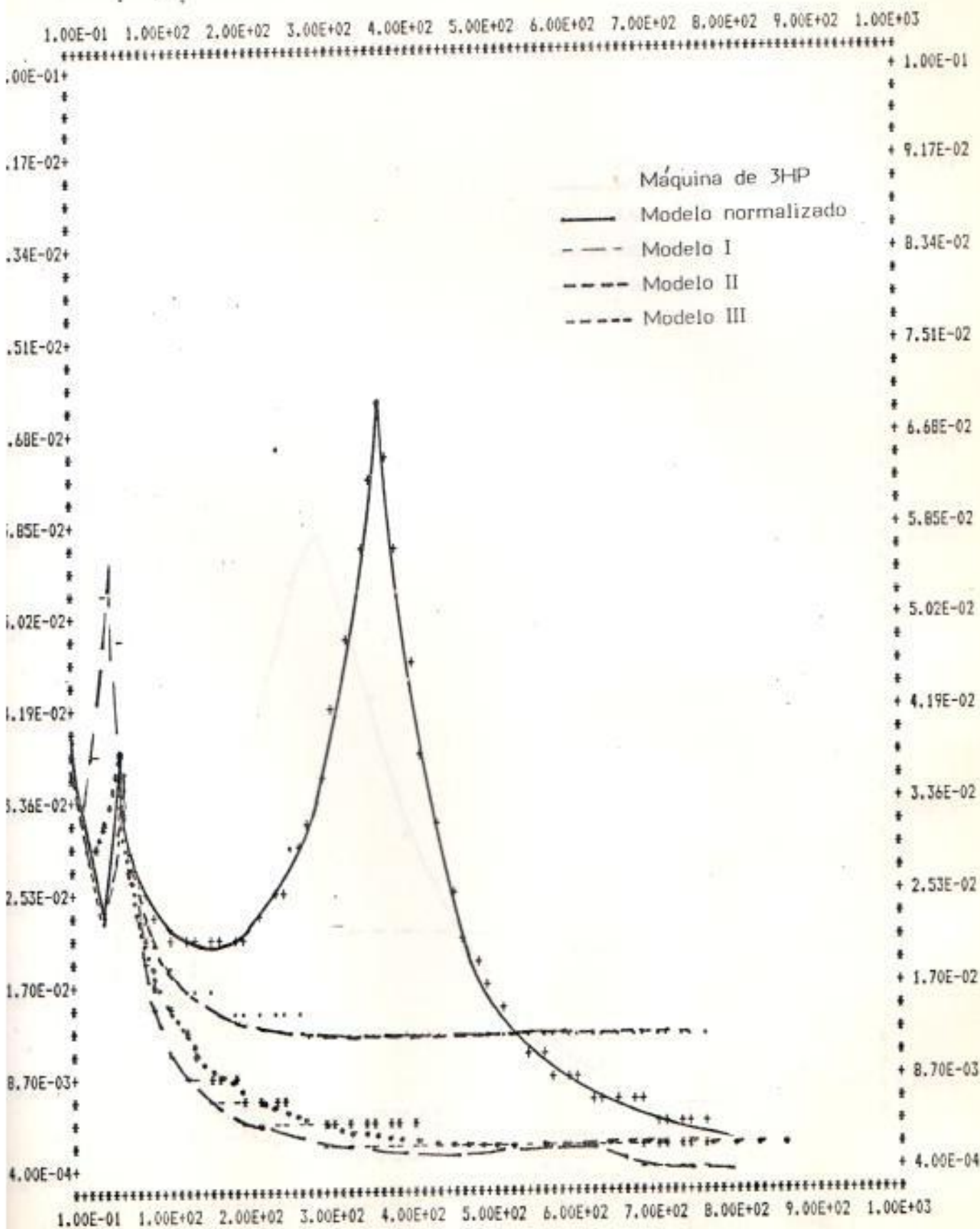


Fig. 3.2 Respuesta de frecuencia

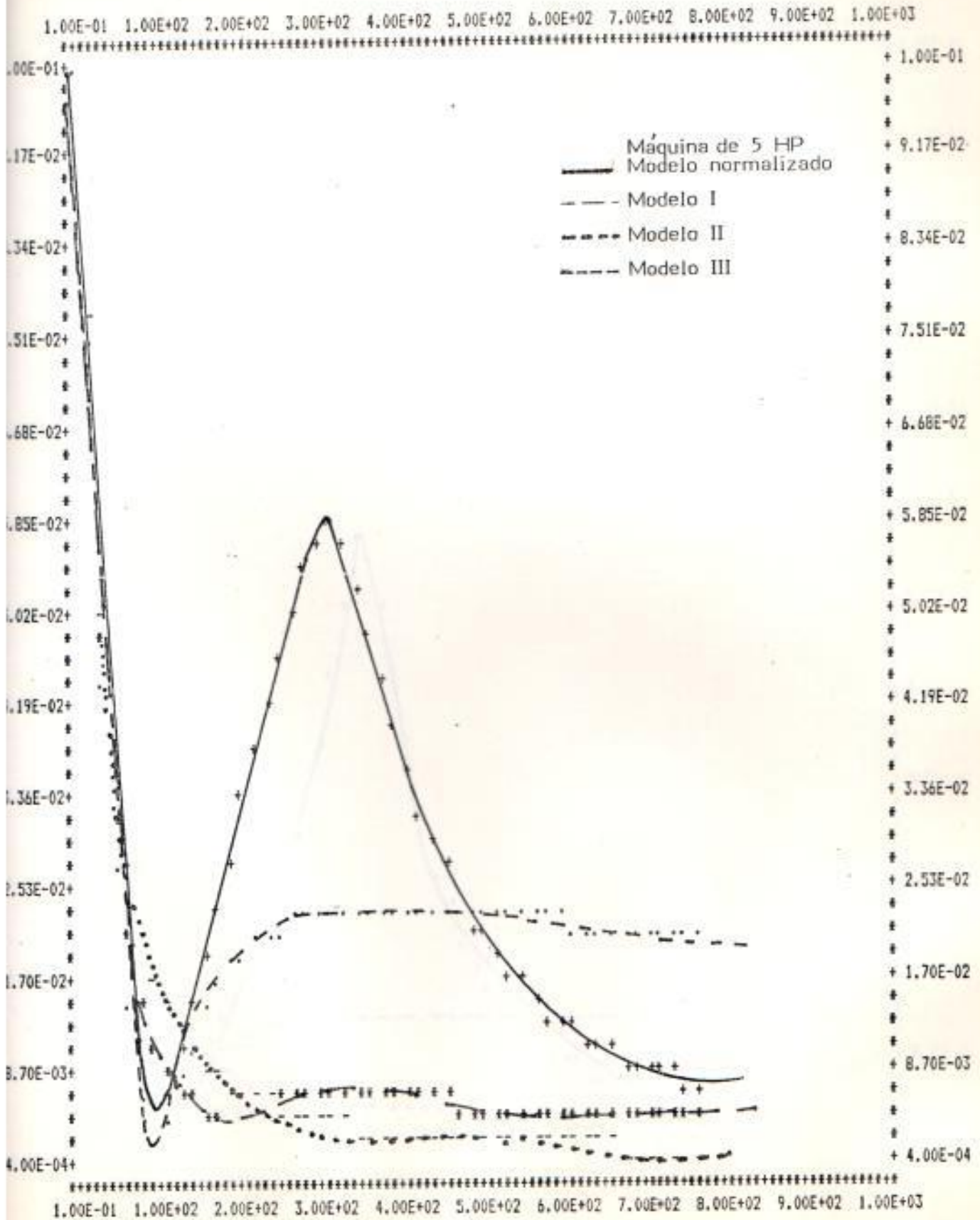


Fig. 3.3 Respuesta de frecuencia

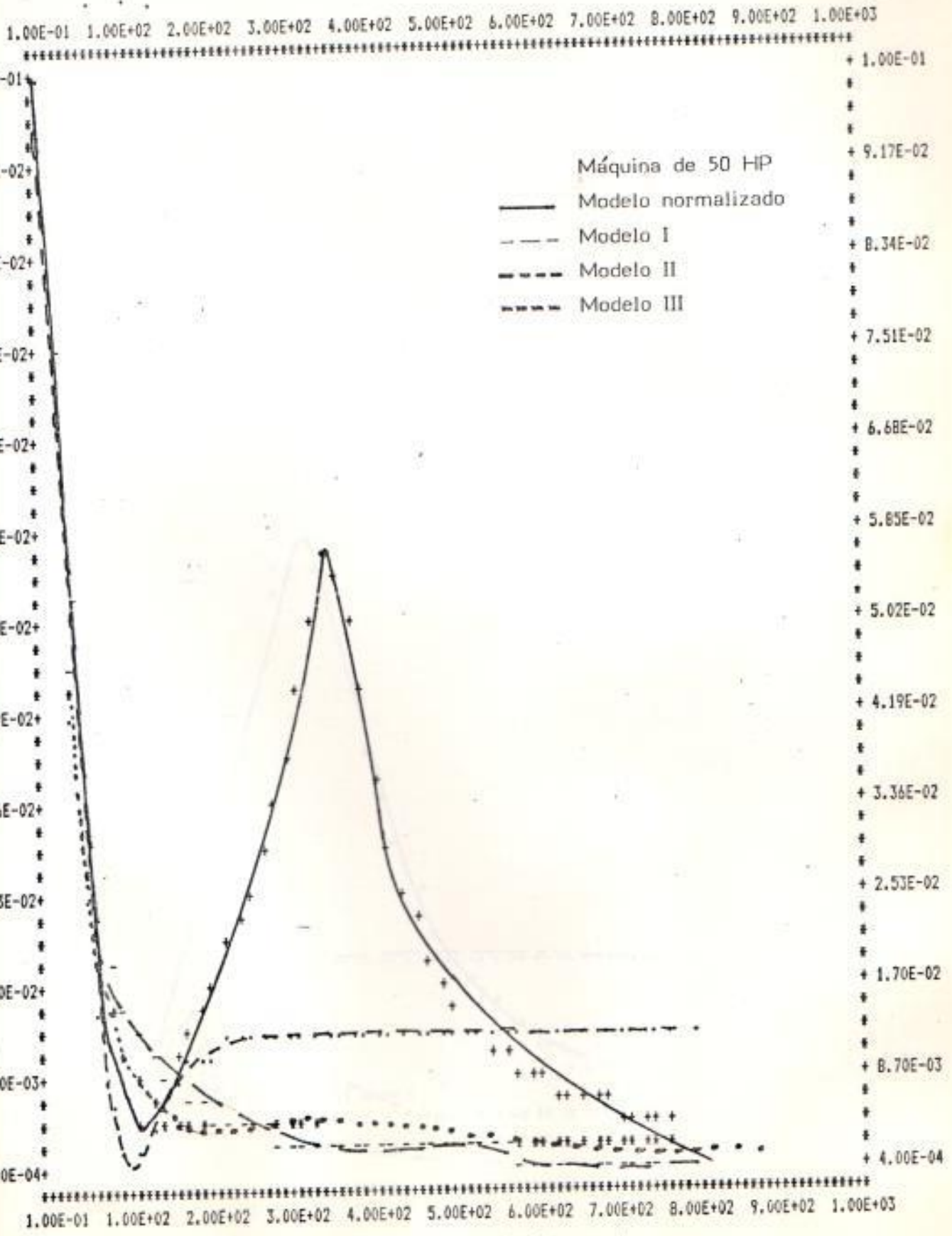


Fig. 3.4 Respuesta de frecuencia



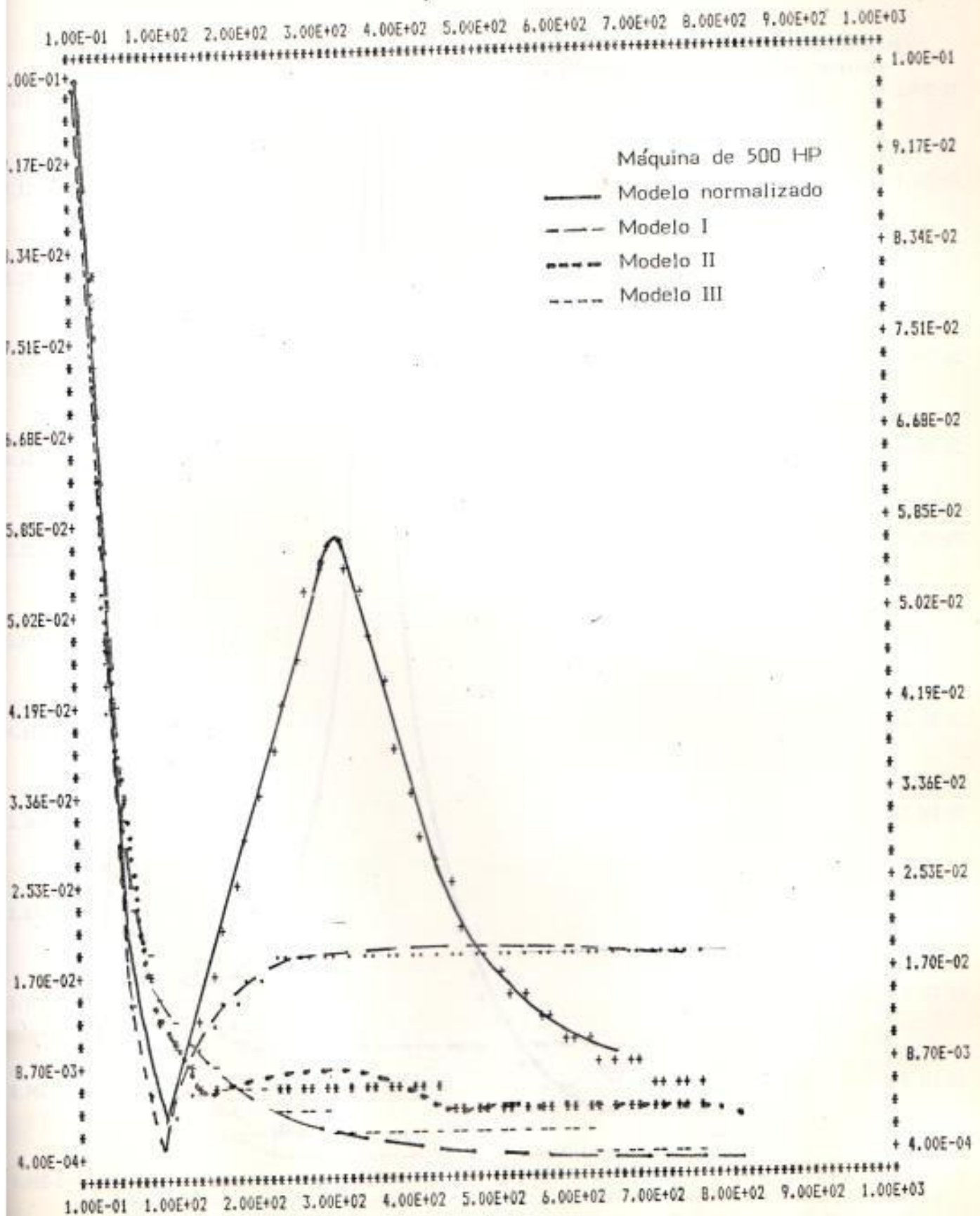


Fig. 3.5 Respuesta de frecuencia

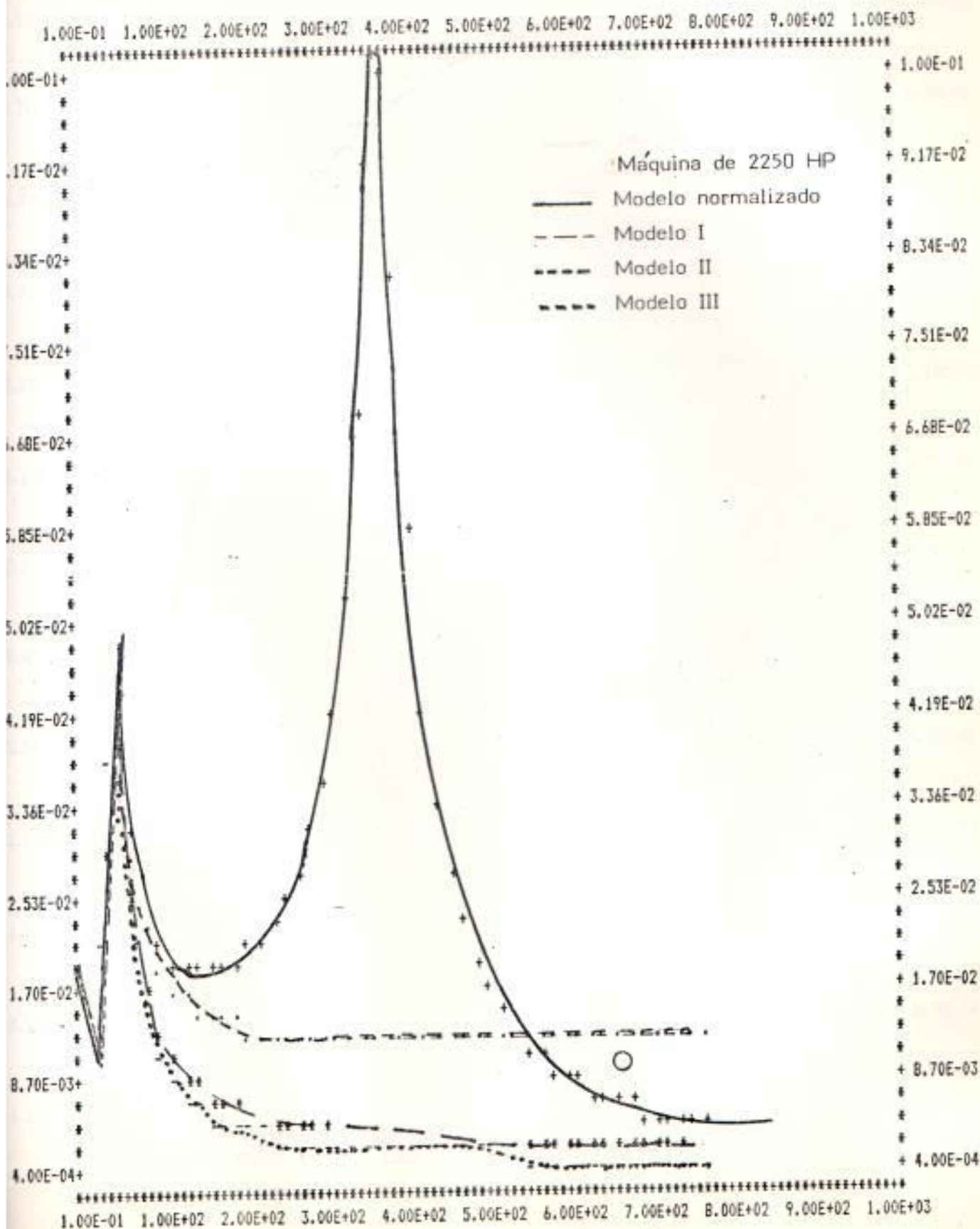
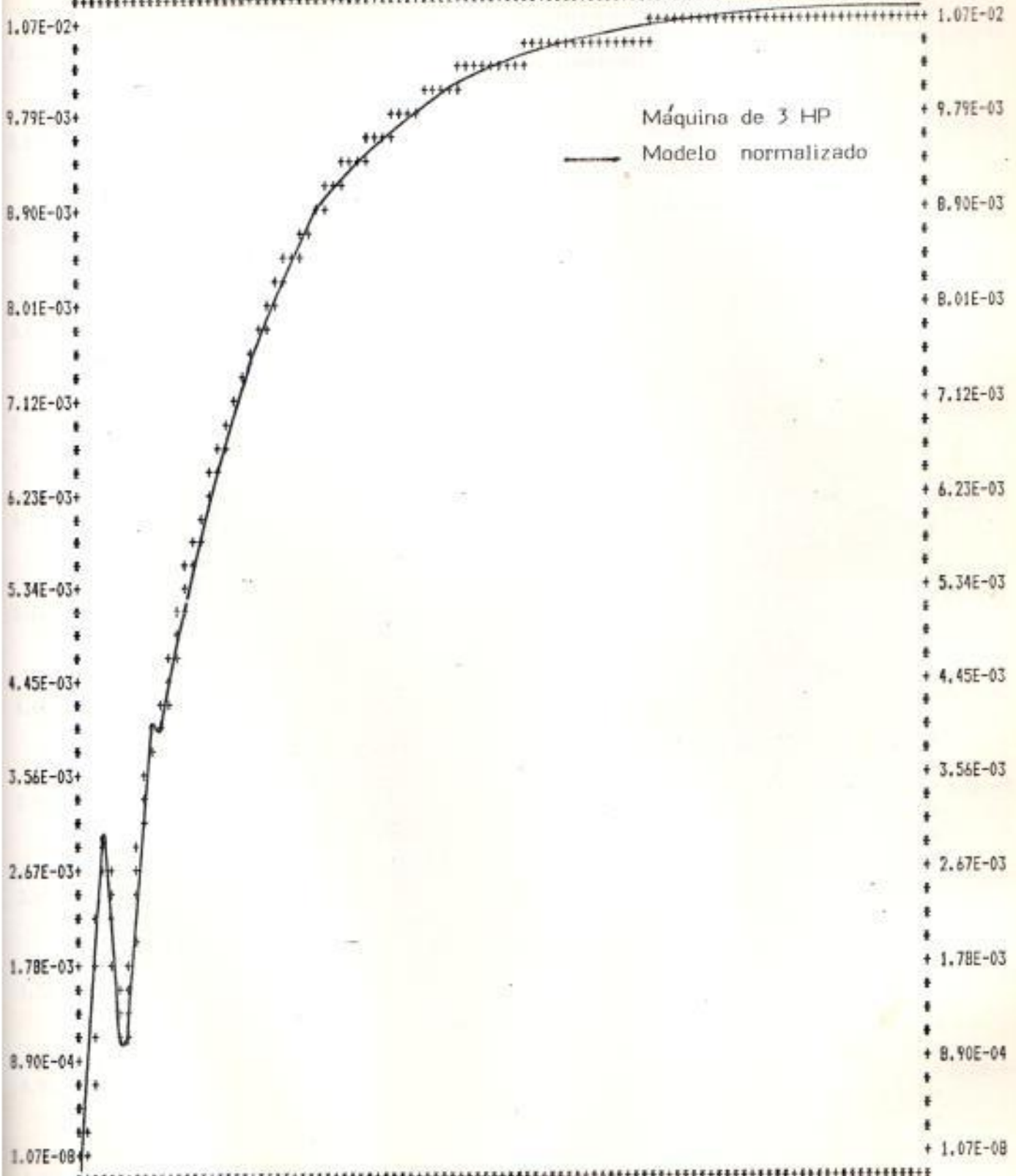


Fig. 3.6 Respuesta de frecuencia

0.00E+00 3.99E-02 7.98E-02 1.20E-01 1.60E-01 1.99E-01 2.39E-01 2.79E-01 3.19E-01 3.59E-01 3.99E-01



0.00E+00 3.99E-02 7.98E-02 1.20E-01 1.60E-01 1.99E-01 2.39E-01 2.79E-01 3.19E-01 3.59E-01 3.99E-01

Fig. 3.7 Respuesta en el tiempo

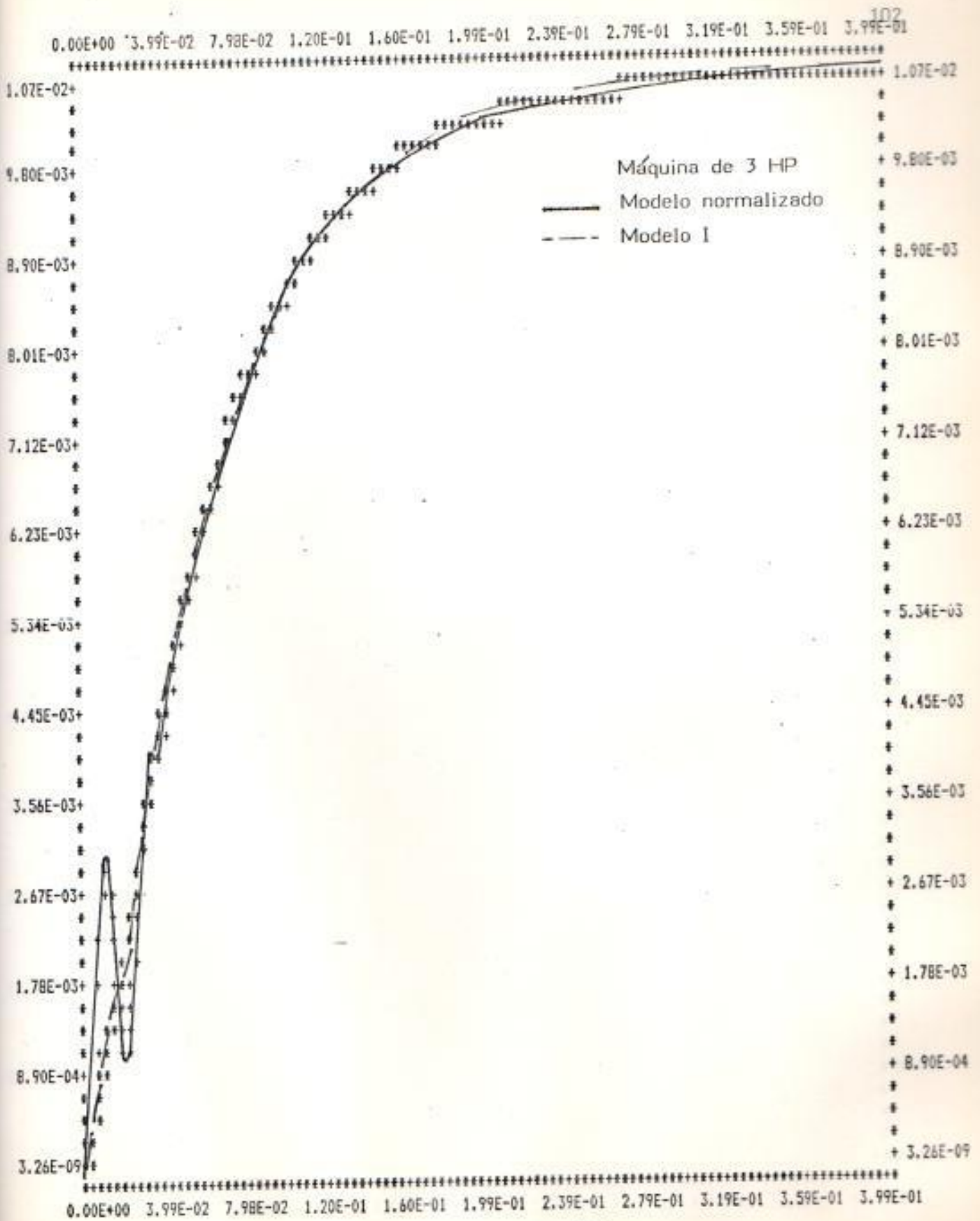


Fig. 3.8 Respuesta en el tiempo

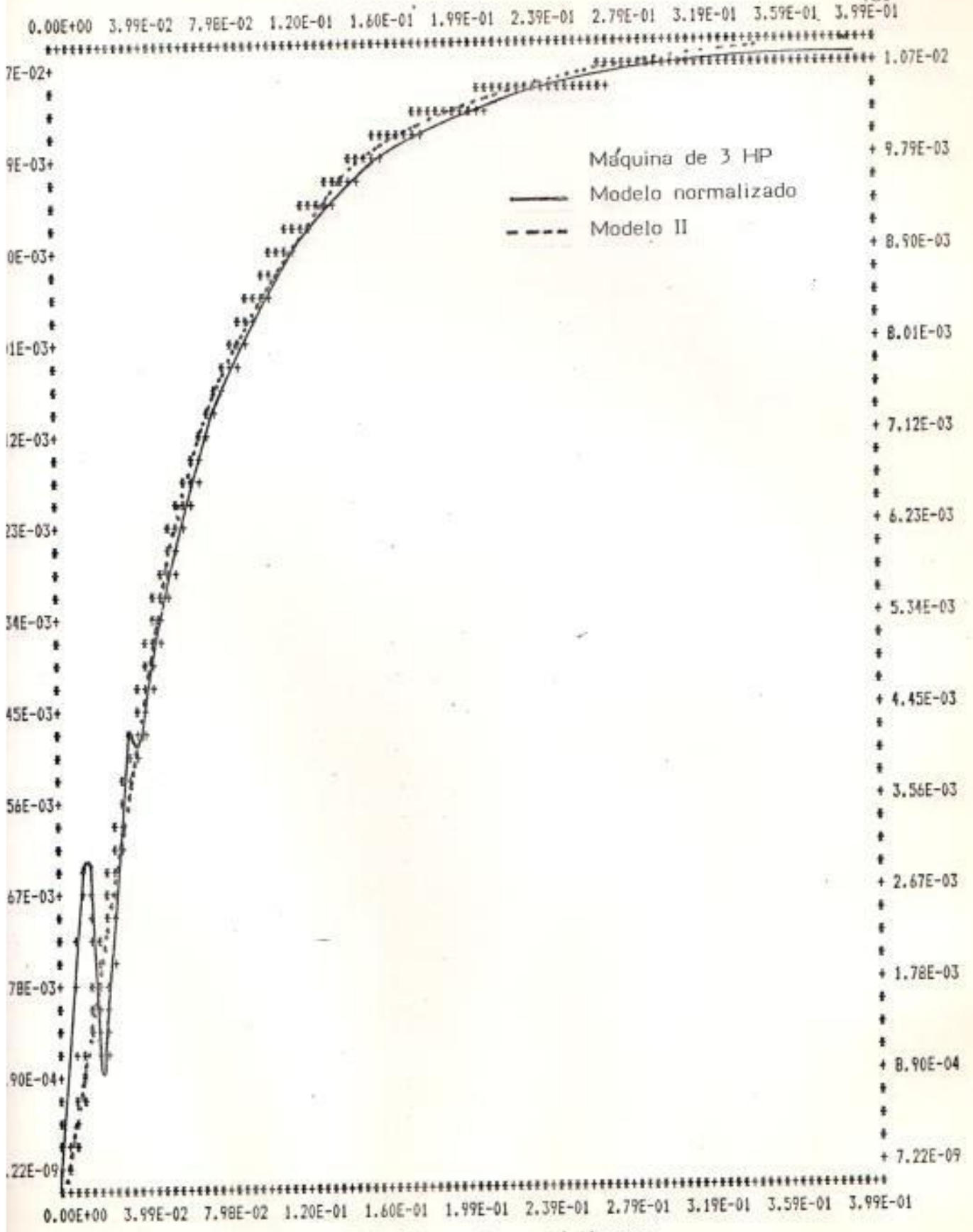


Fig. 3.9 Respuesta en el tiempo

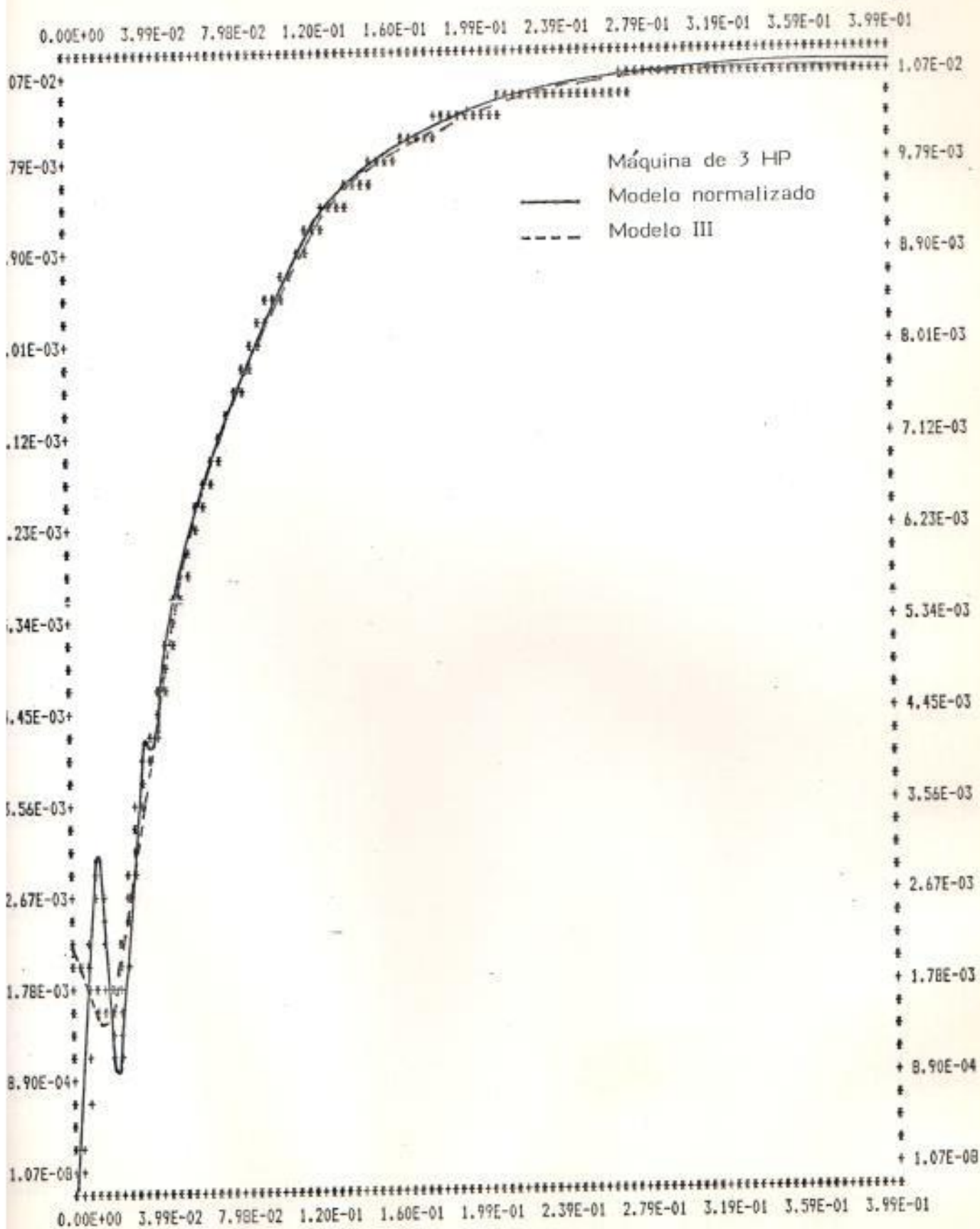


Fig. 3.10 Respuesta en el tiempo

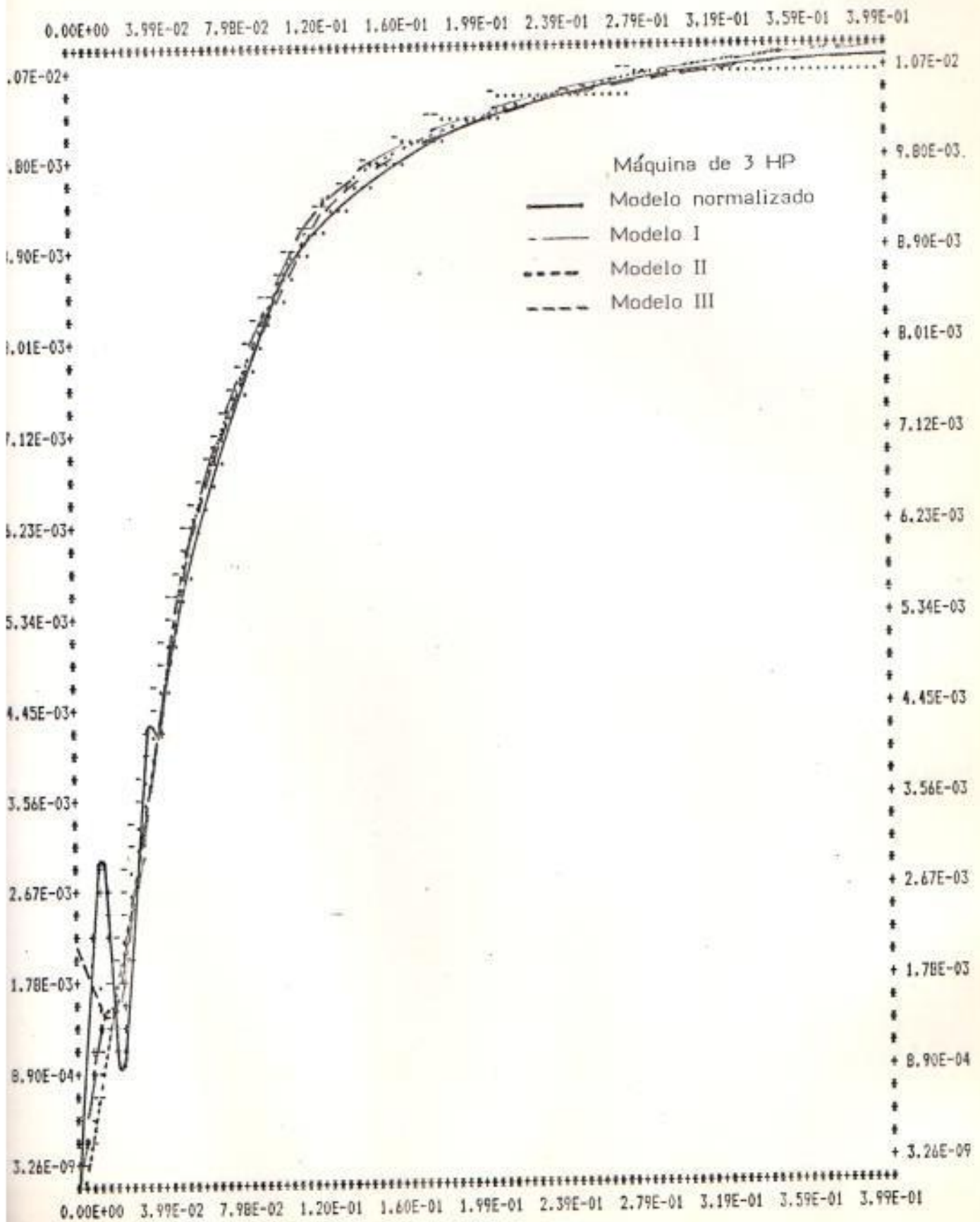


Fig. 3.11 Respuesta en el tiempo

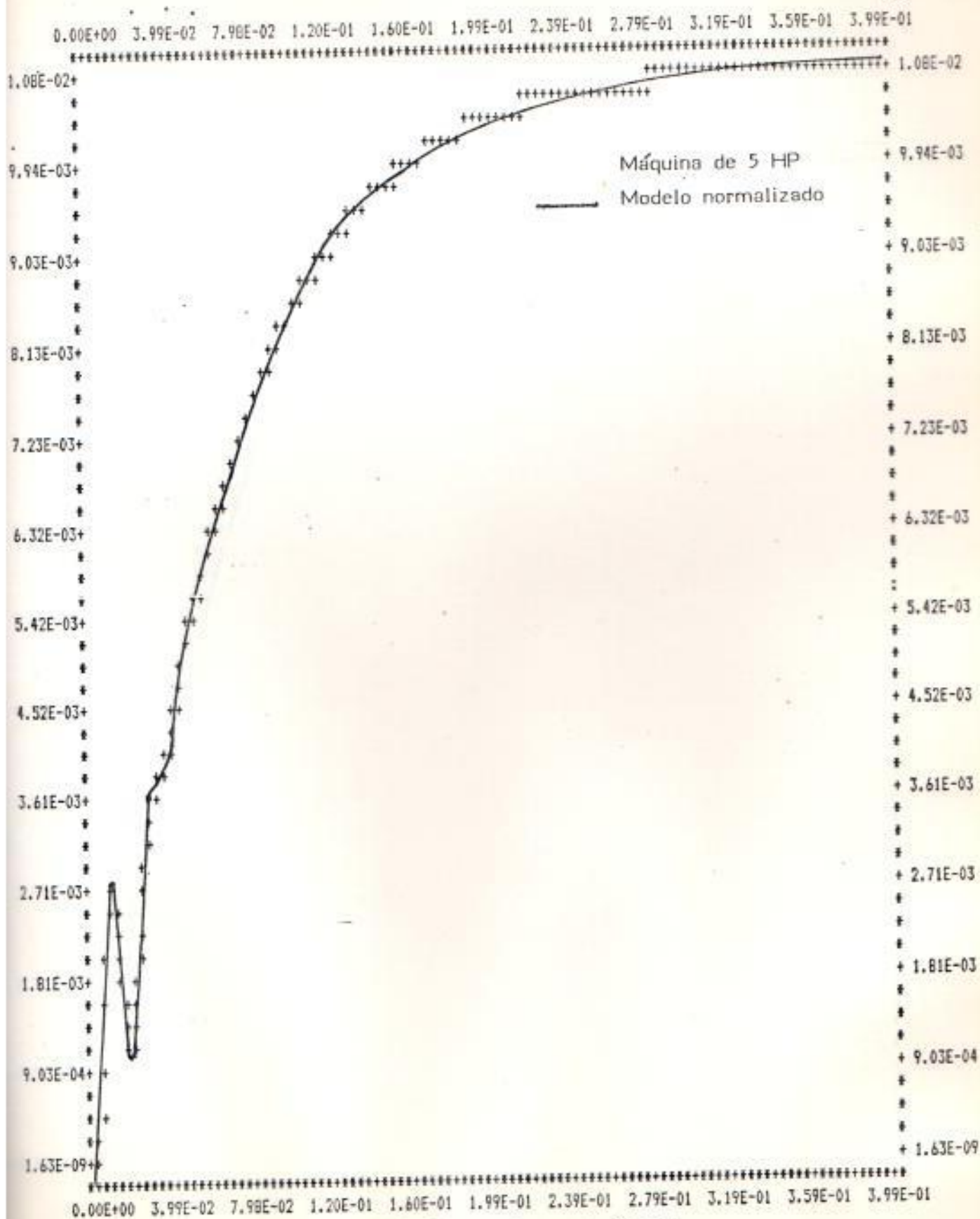


Fig. 3.12 Respuesta en el tiempo



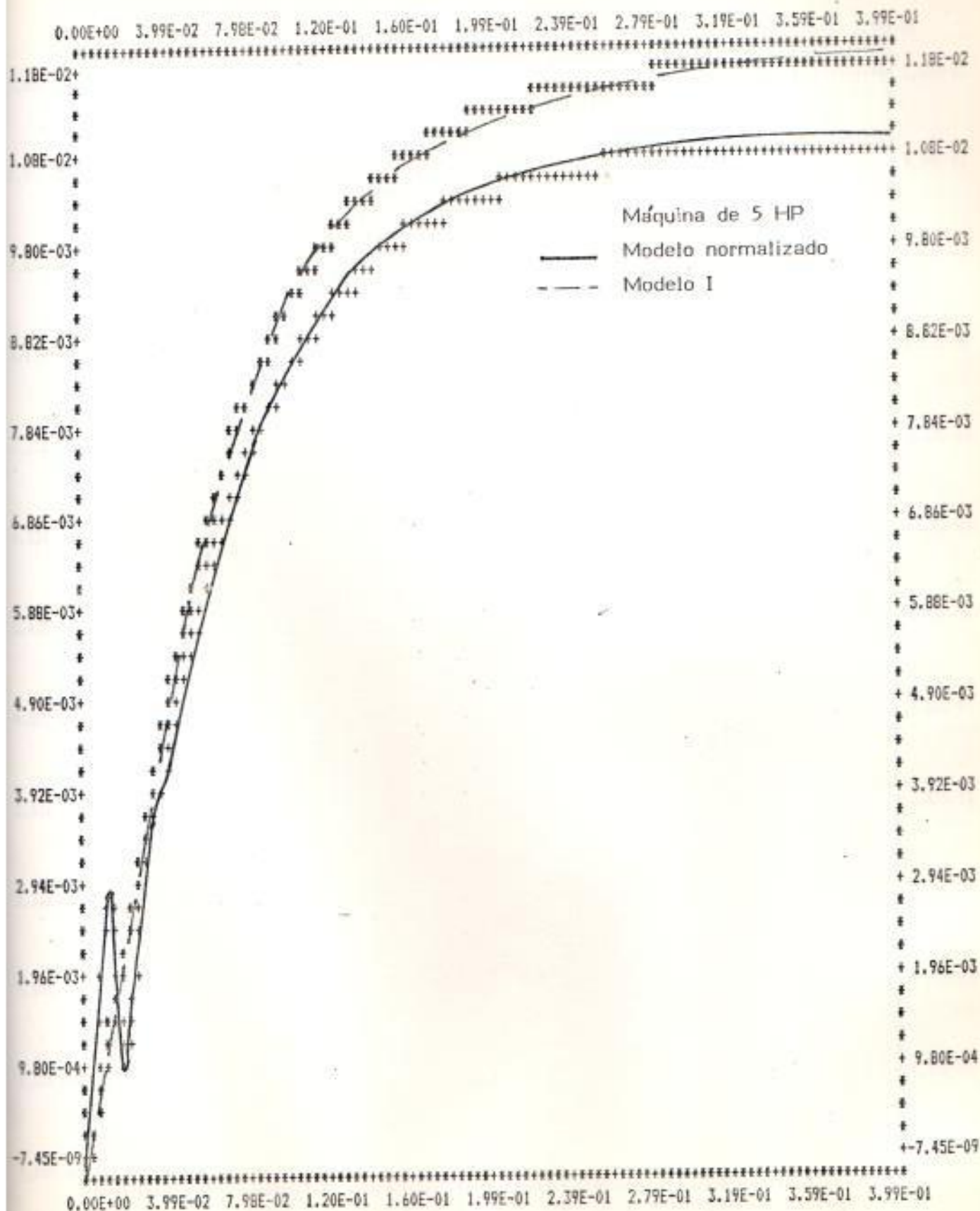


Fig. 3.13 Respuesta en el tiempo.

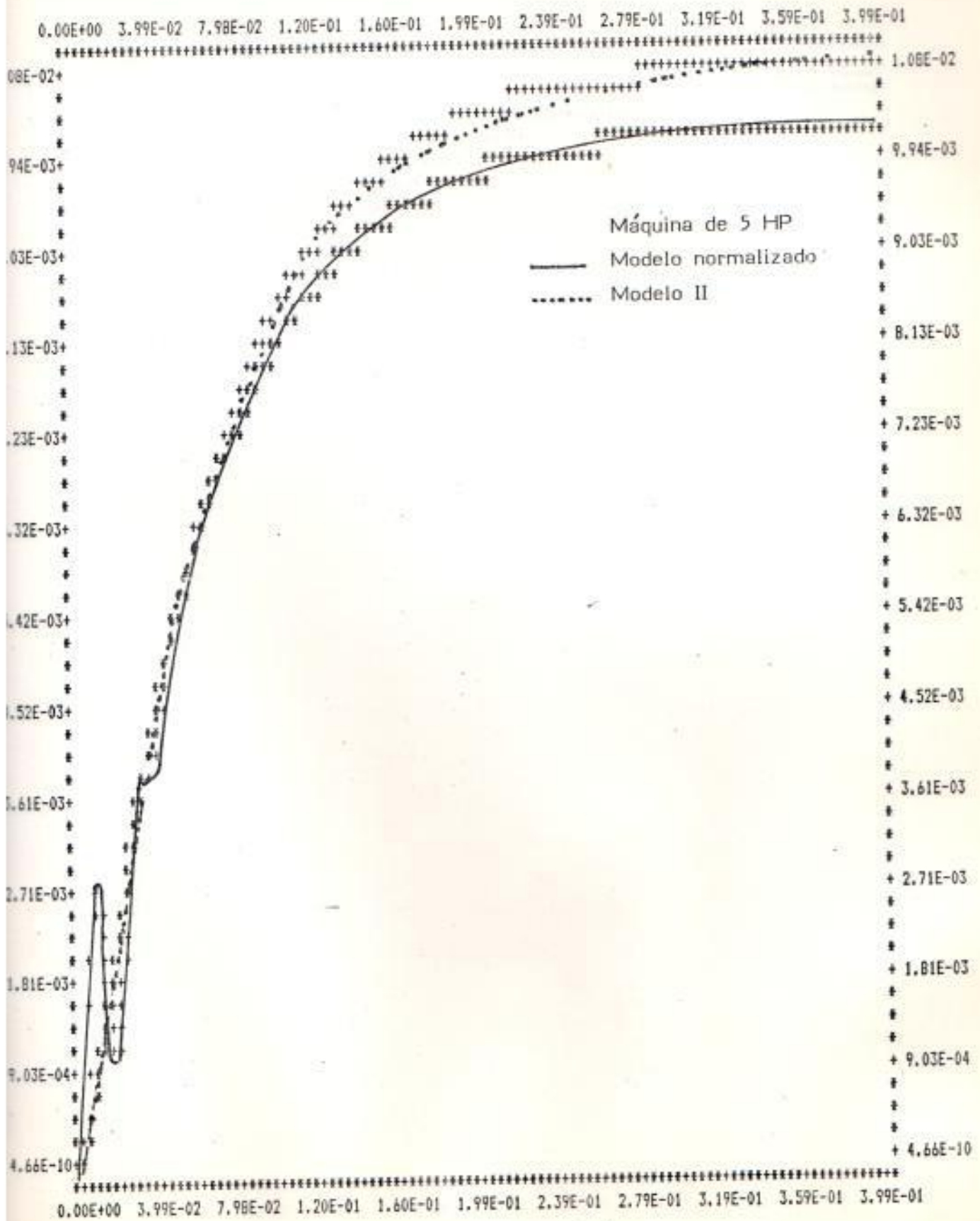


Fig. 3.14 Respuesta en el tiempo



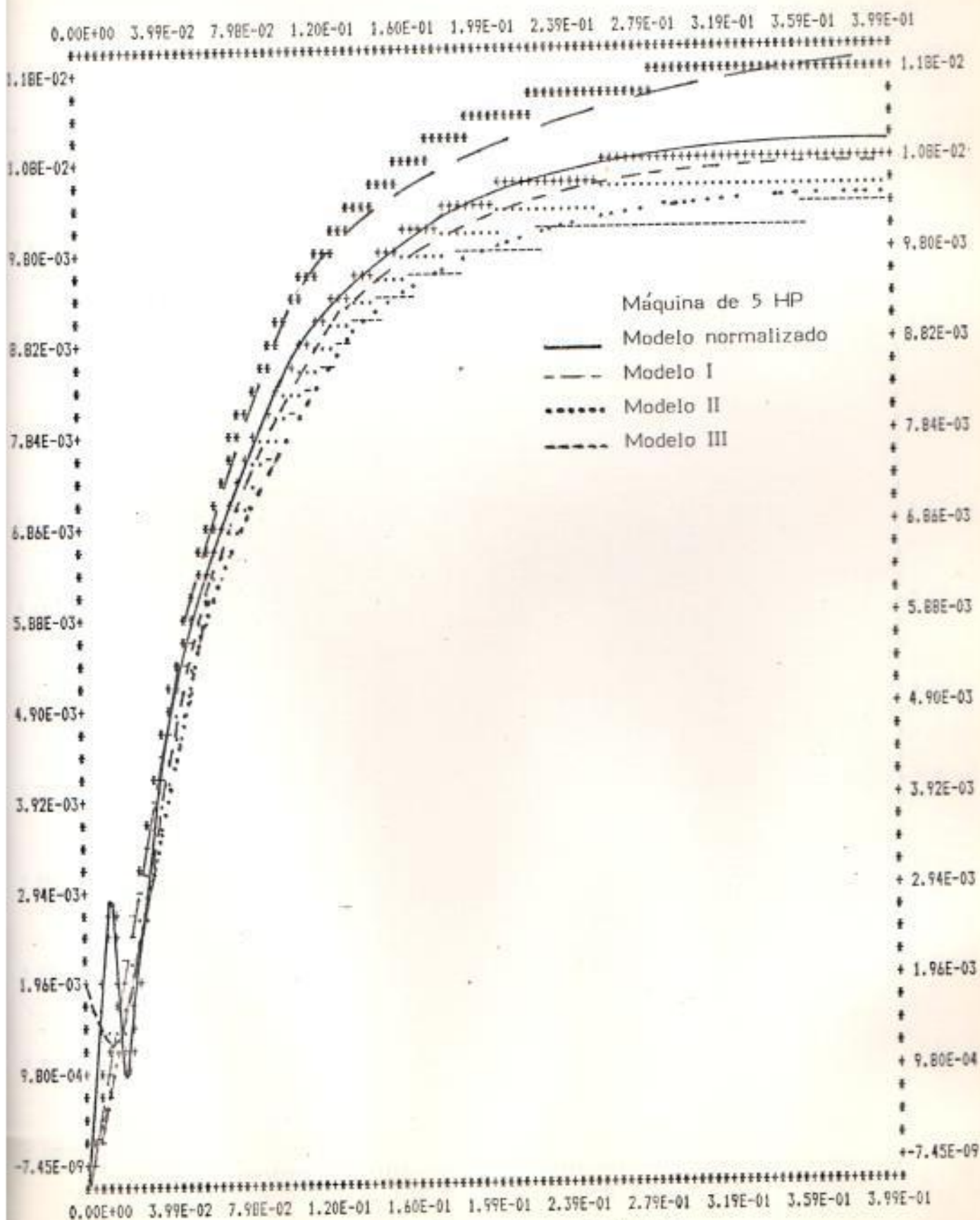


Fig. 3.16 Respuesta en el tiempo

0.00E+00 3.99E-02 7.98E-02 1.20E-01 1.60E-01 1.99E-01 2.39E-01 2.79E-01 3.19E-01 3.59E-01 3.99E-01

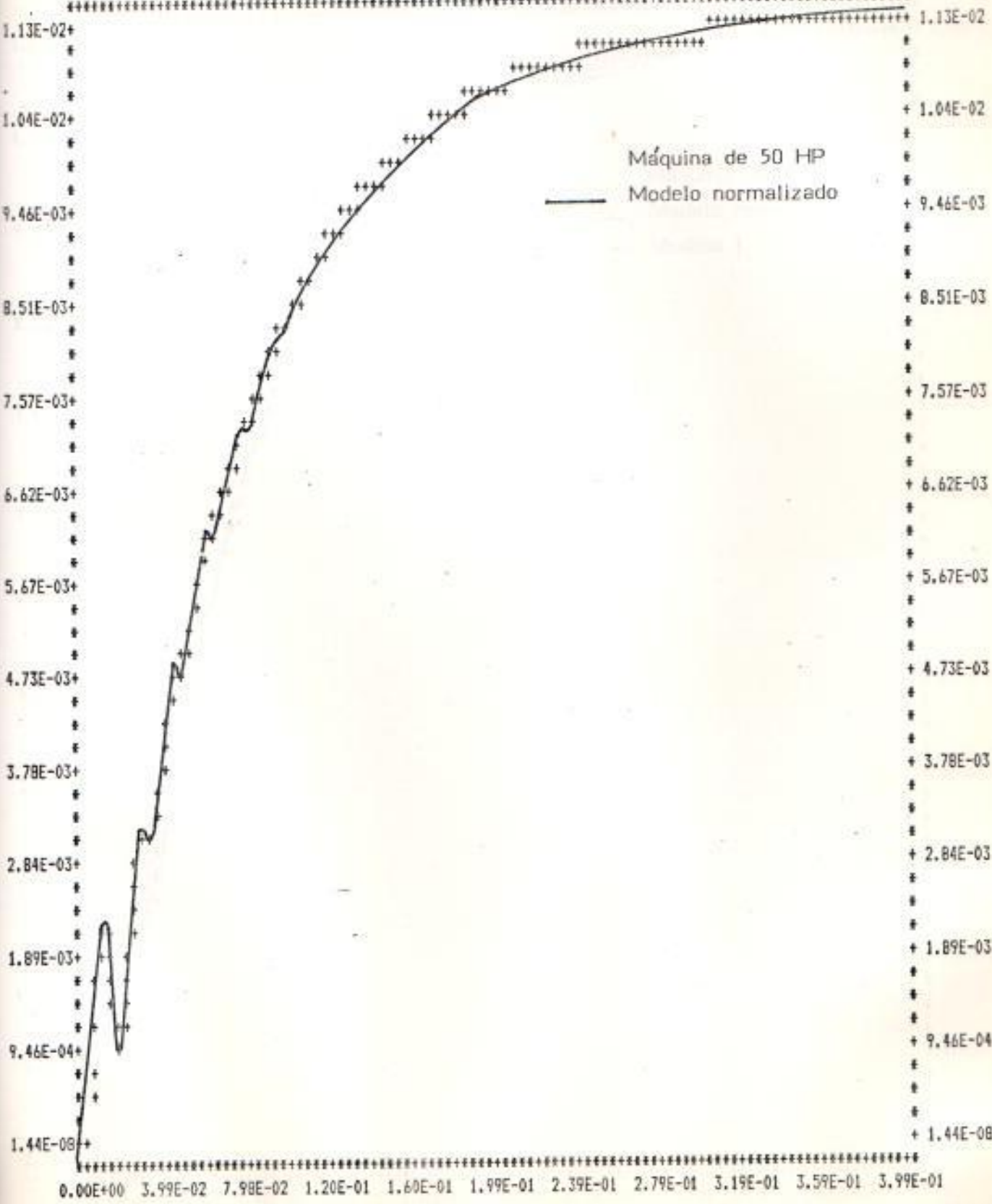


Fig. 3.17 Respuesta en el tiempo

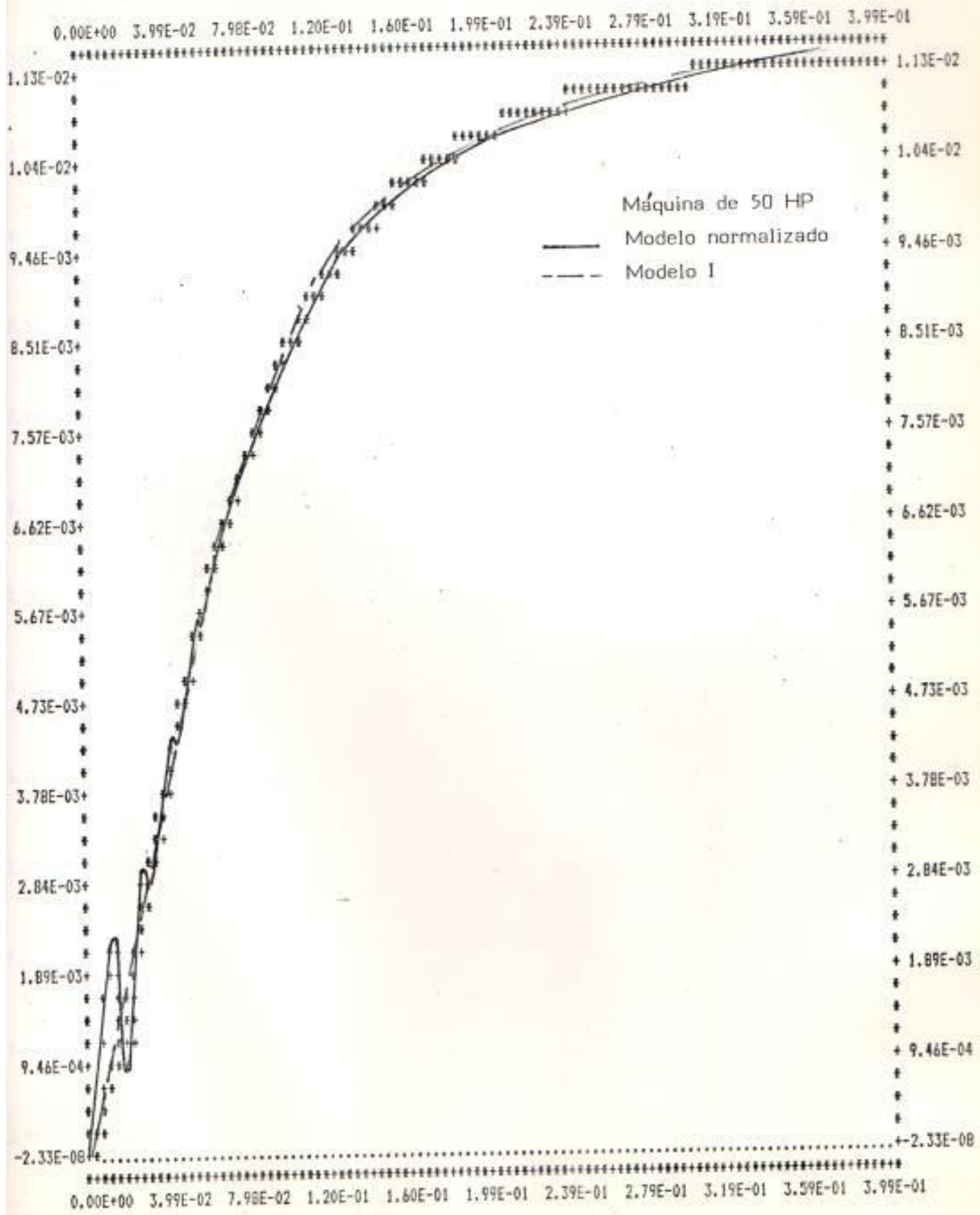


Fig. 3.18 Respuesta en el tiempo

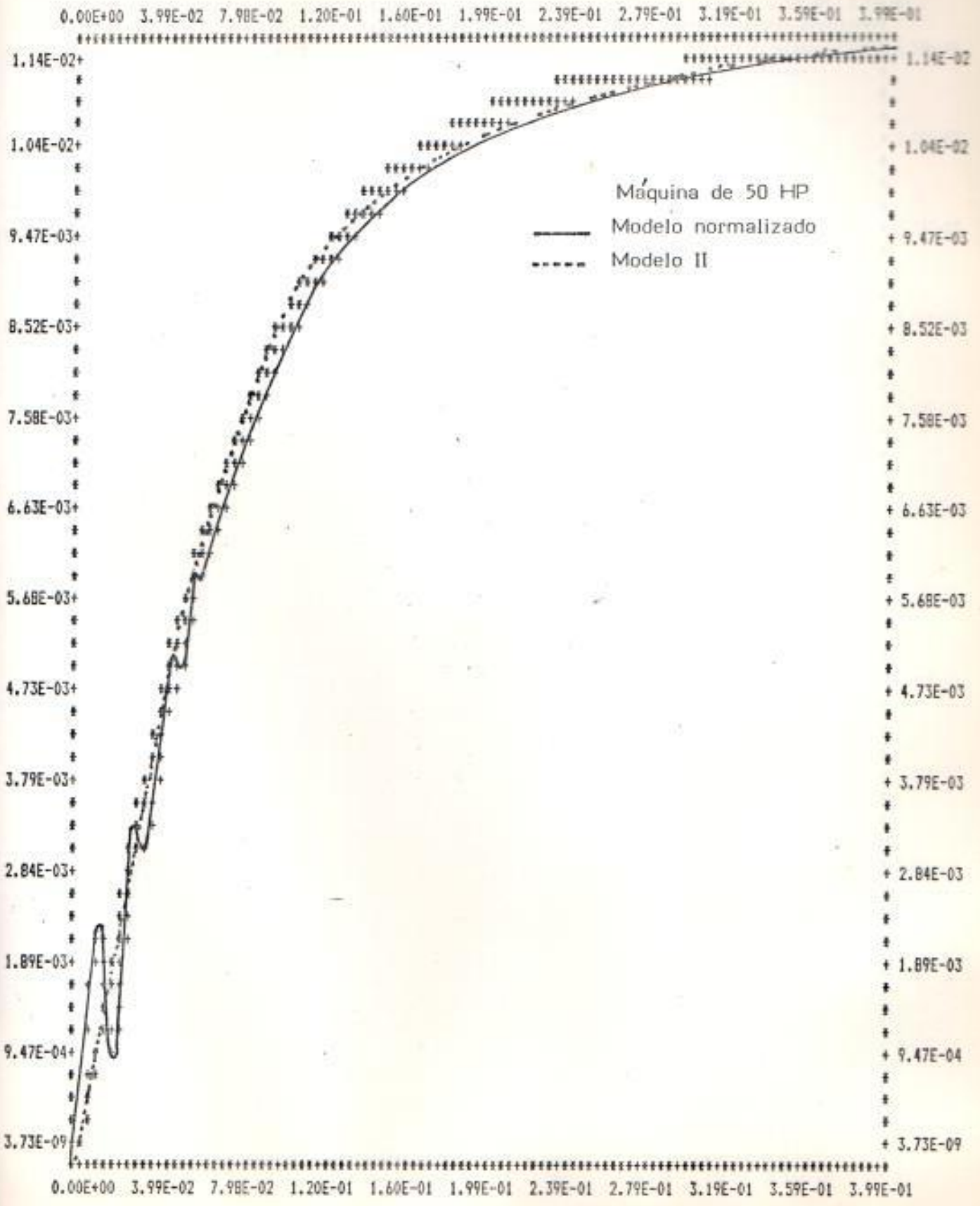


Fig. 3.19 Respuesta en el tiempo

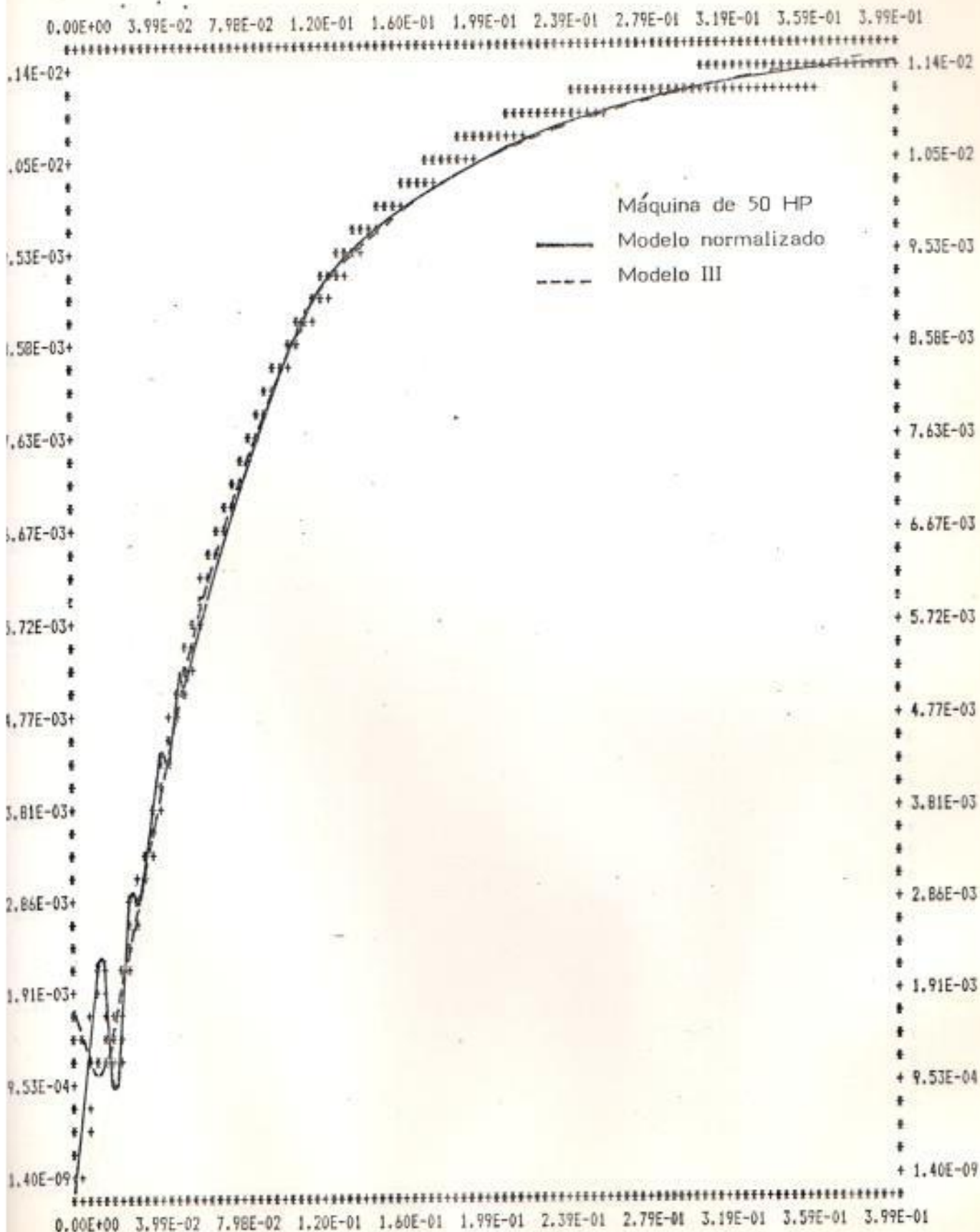


Fig. 3.20 Respuesta en el tiempo



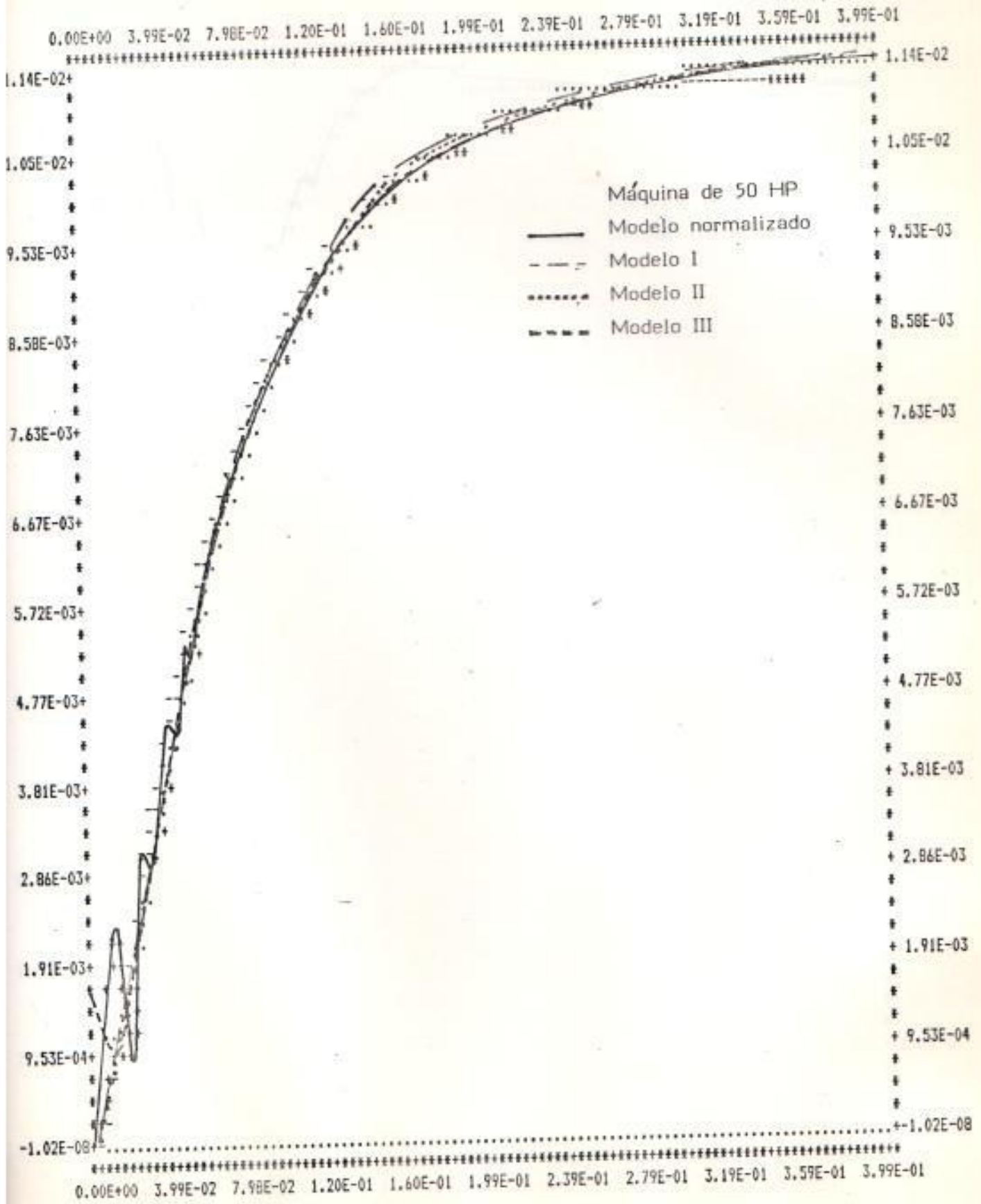


Fig. 3.21 Respuesta en el tiempo

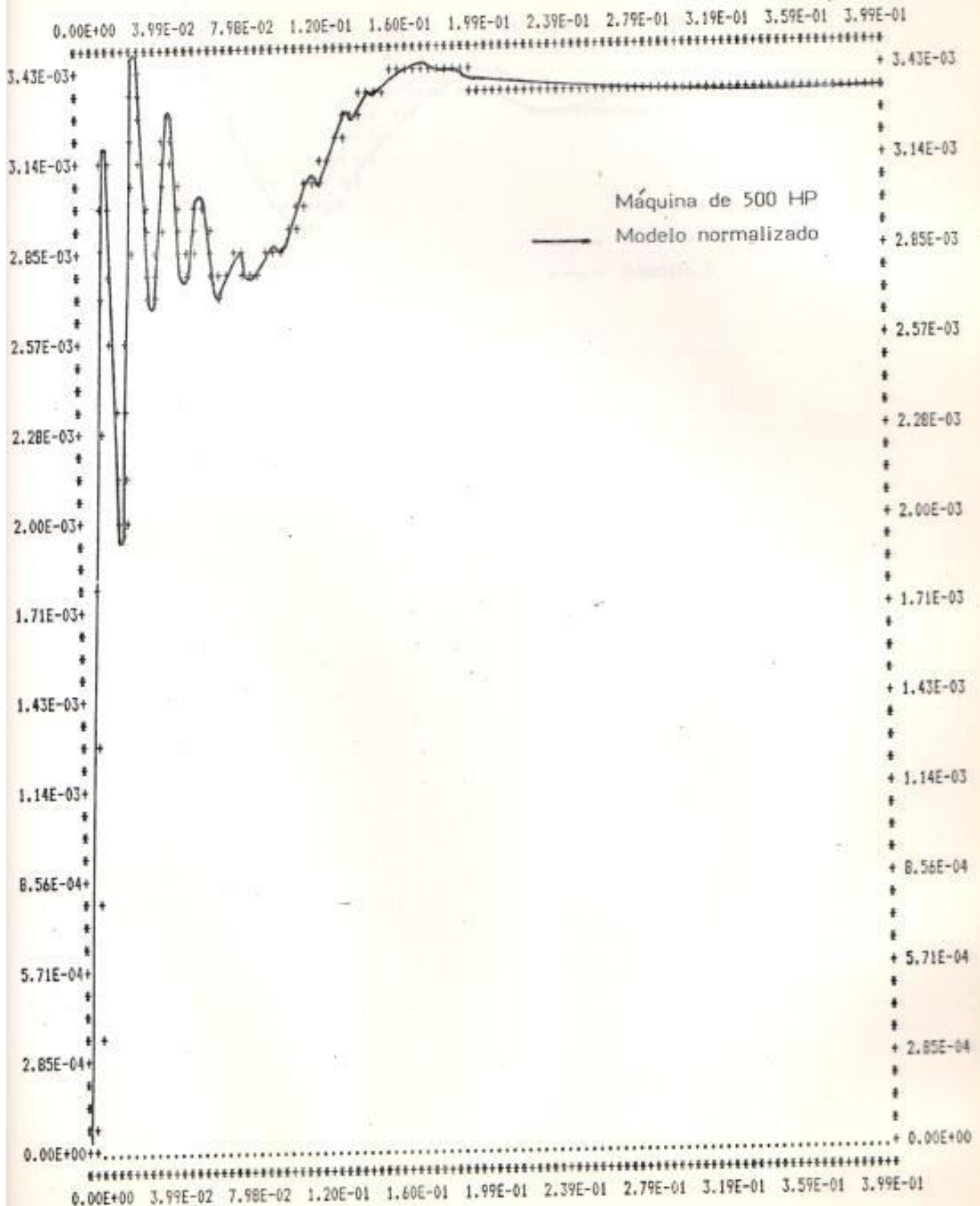


Fig. 3.22 Respuesta en el tiempo

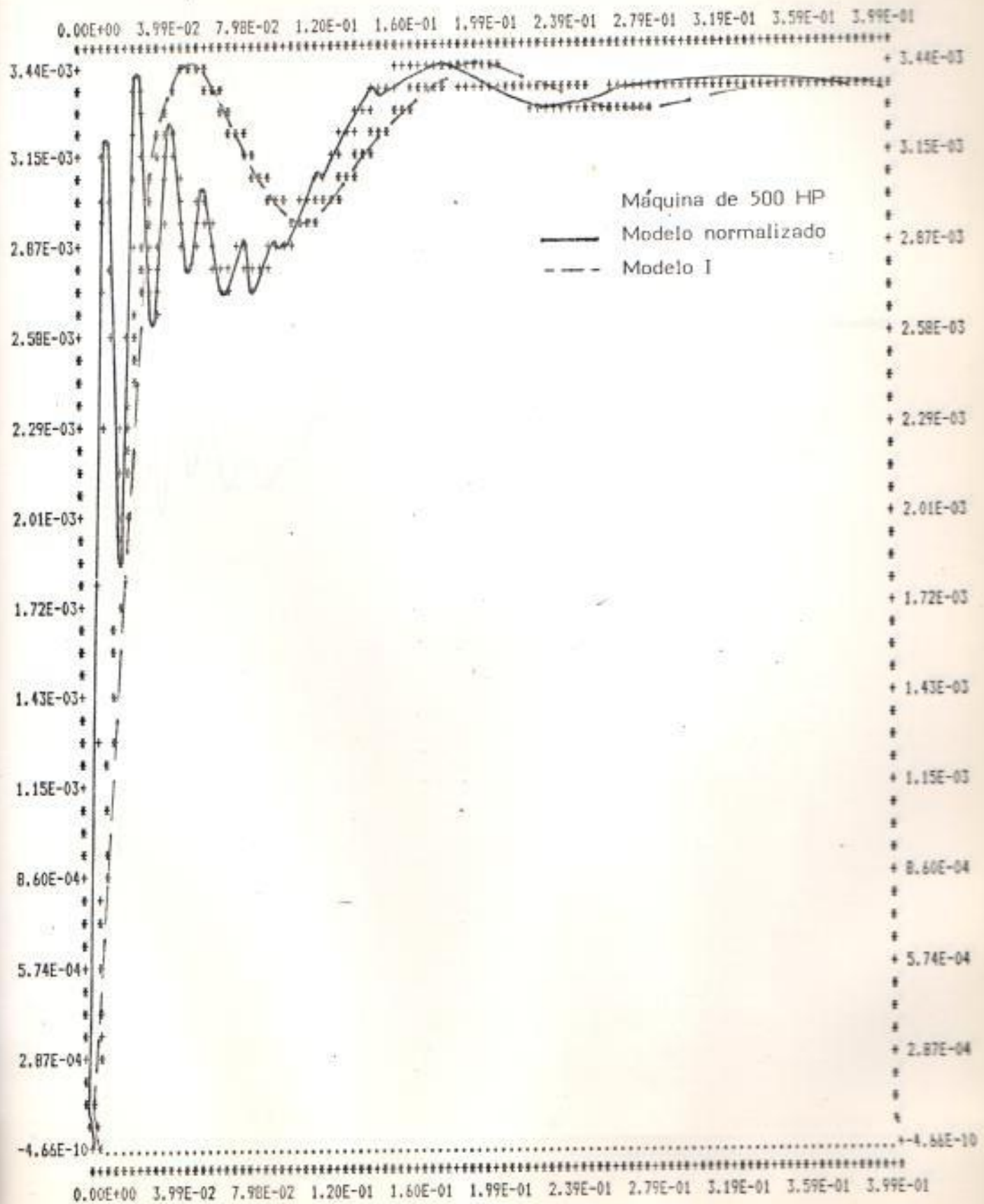


Fig. 3.23 Respuesta en el tiempo

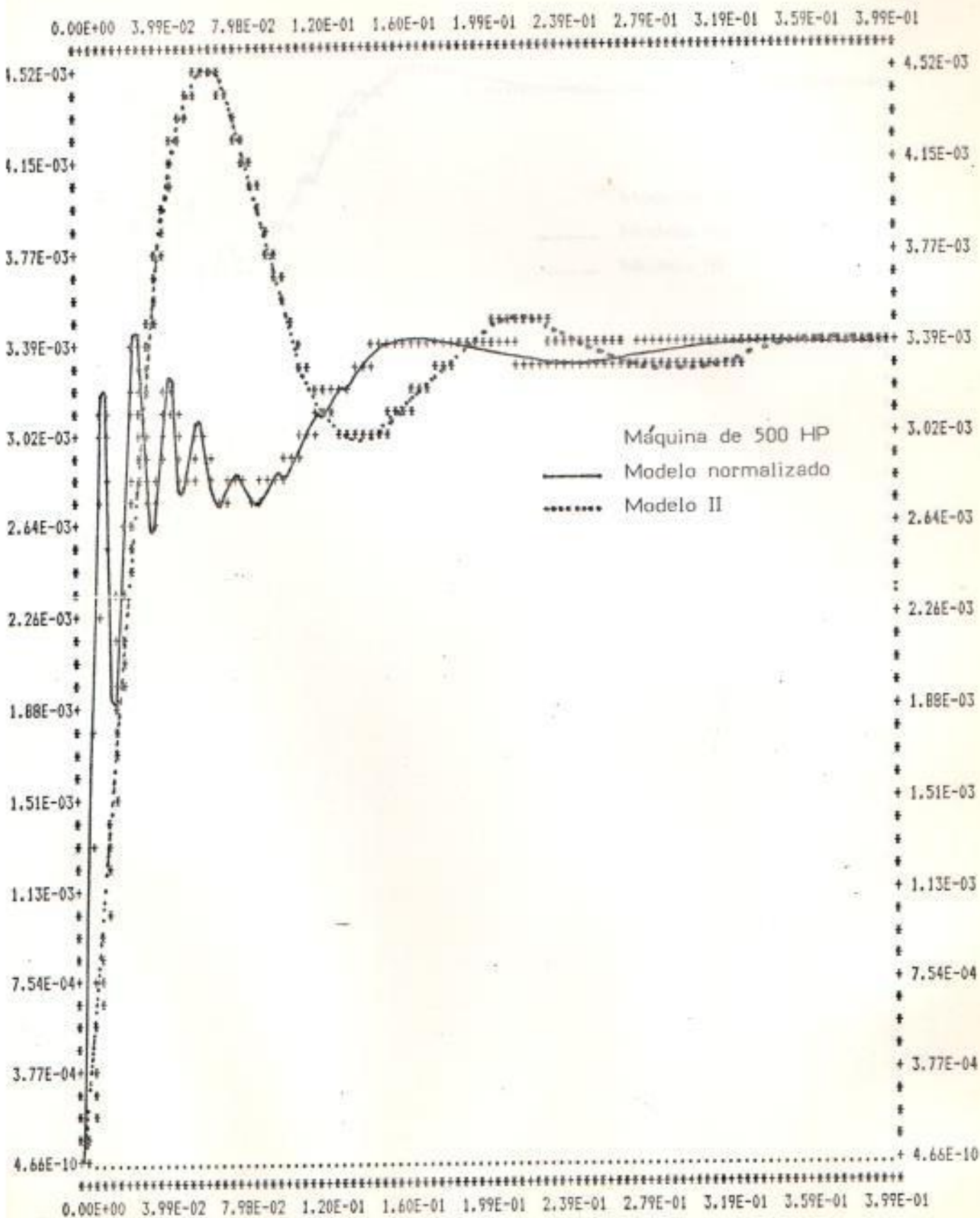


Fig. 3.24 Respuesta en el tiempo

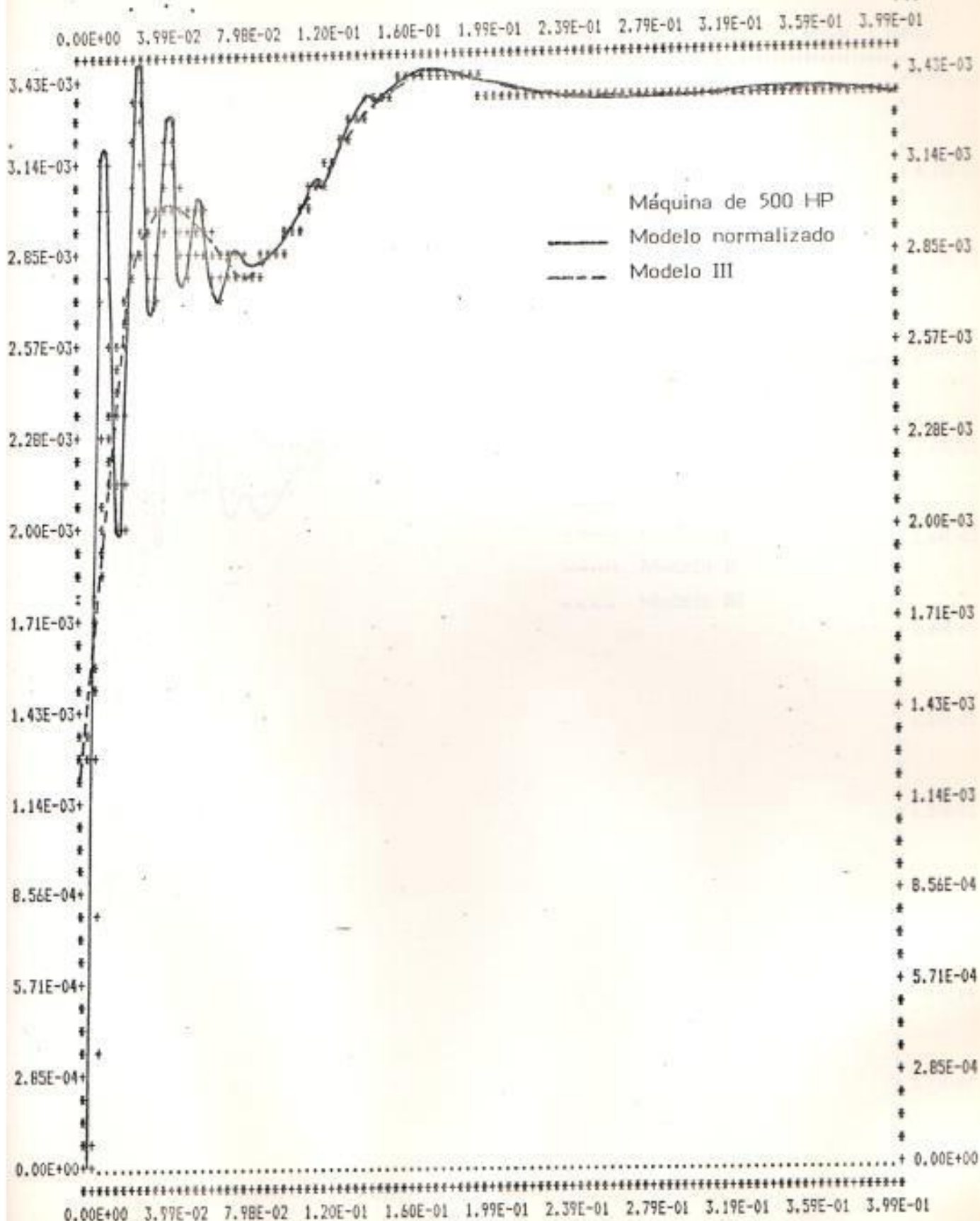


Fig. 3.25 Respuesta en el tiempo

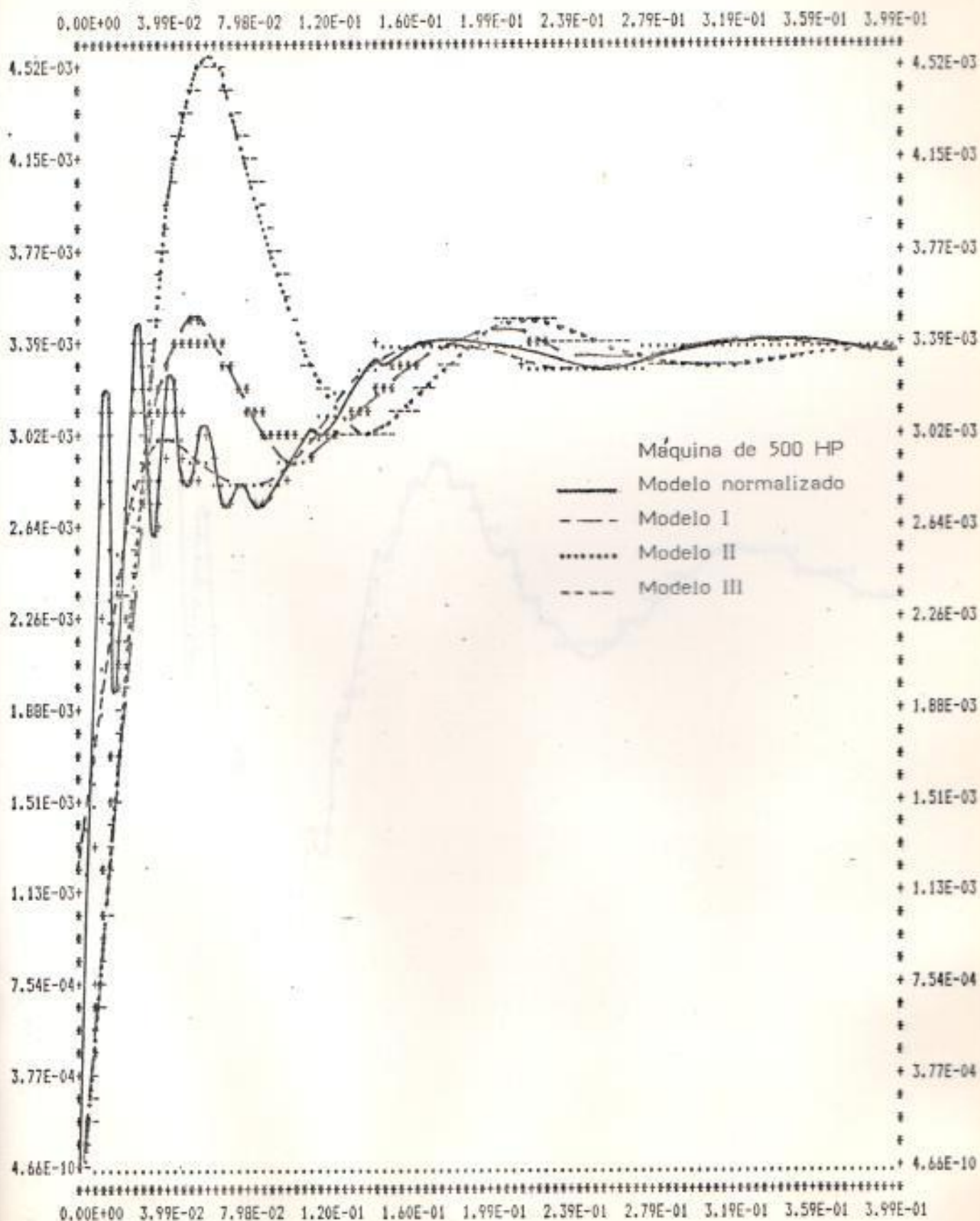


Fig. 3.26 Respuesta en el tiempo

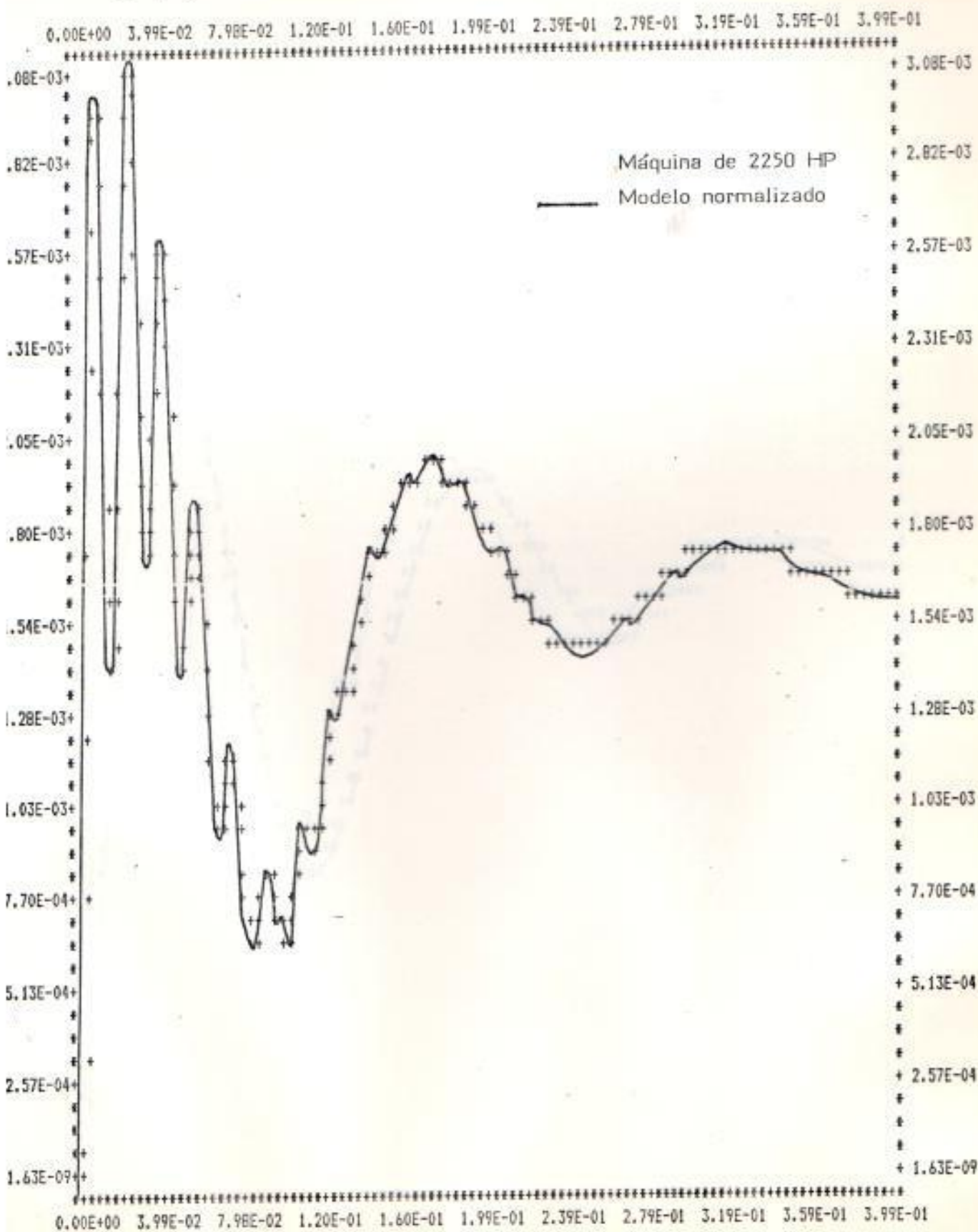


Fig. 3.27 Respuesta en el tiempo

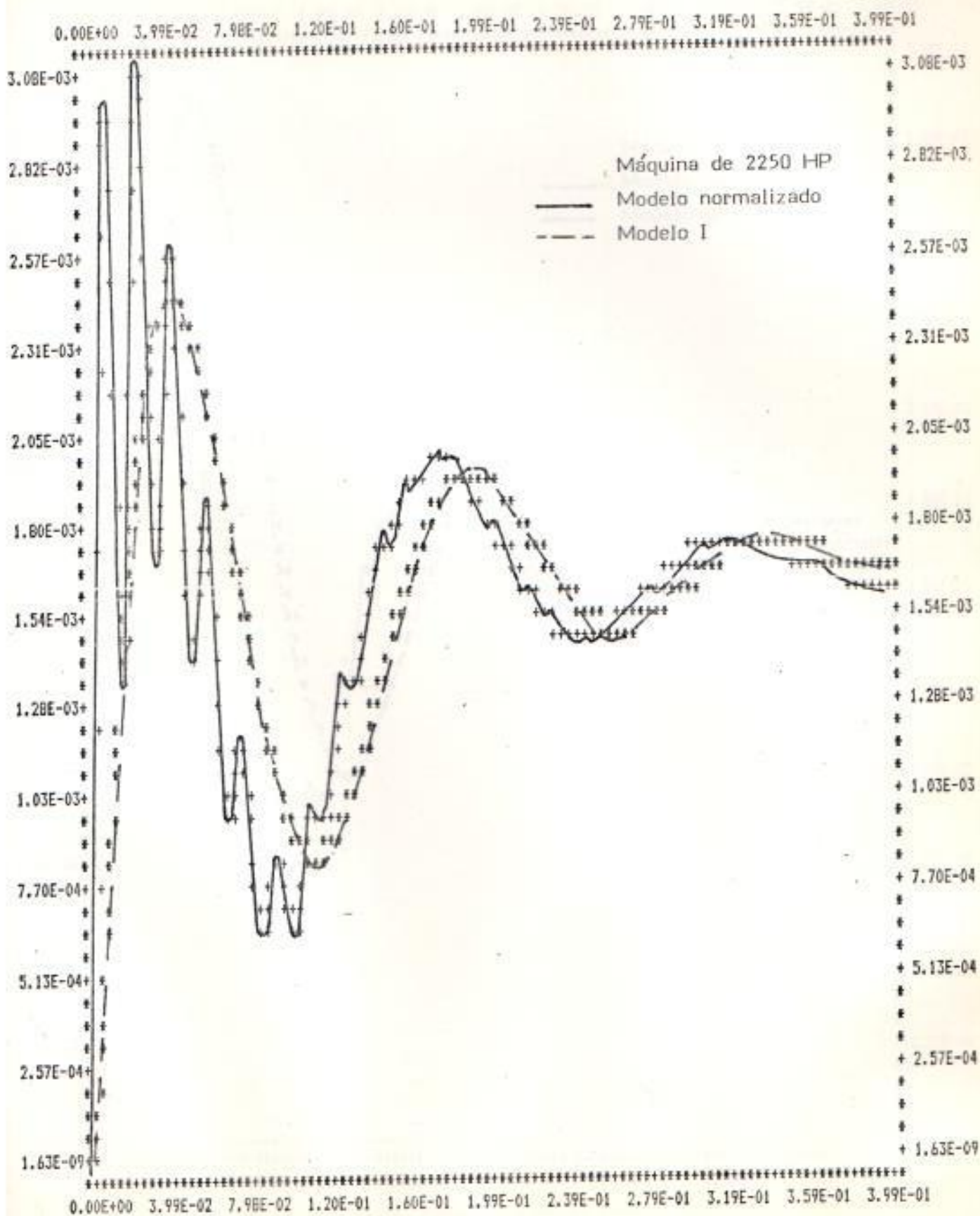


Fig. 3.28 Respuesta en el tiempo



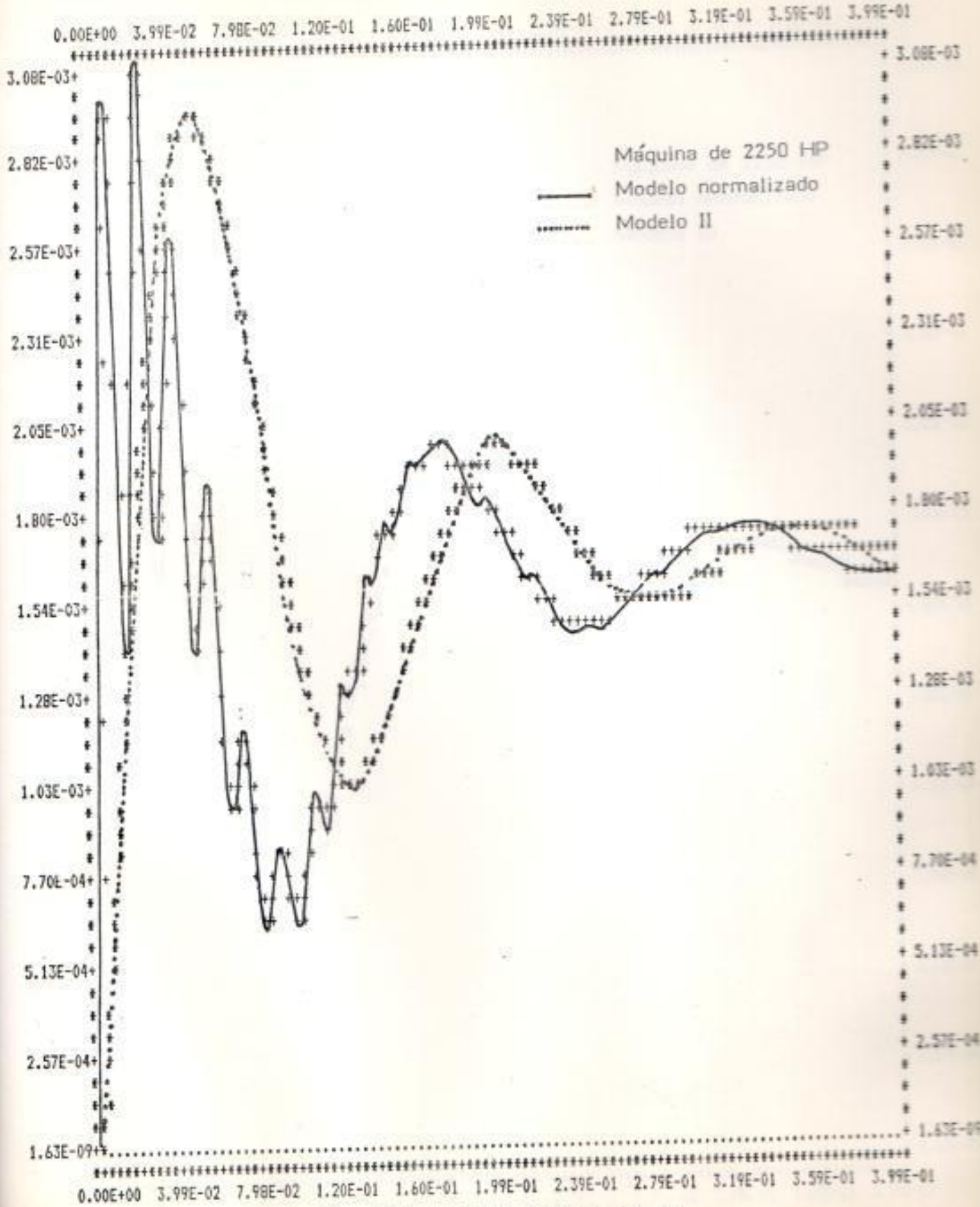


Fig. 3.29 Respuesta en el tiempo

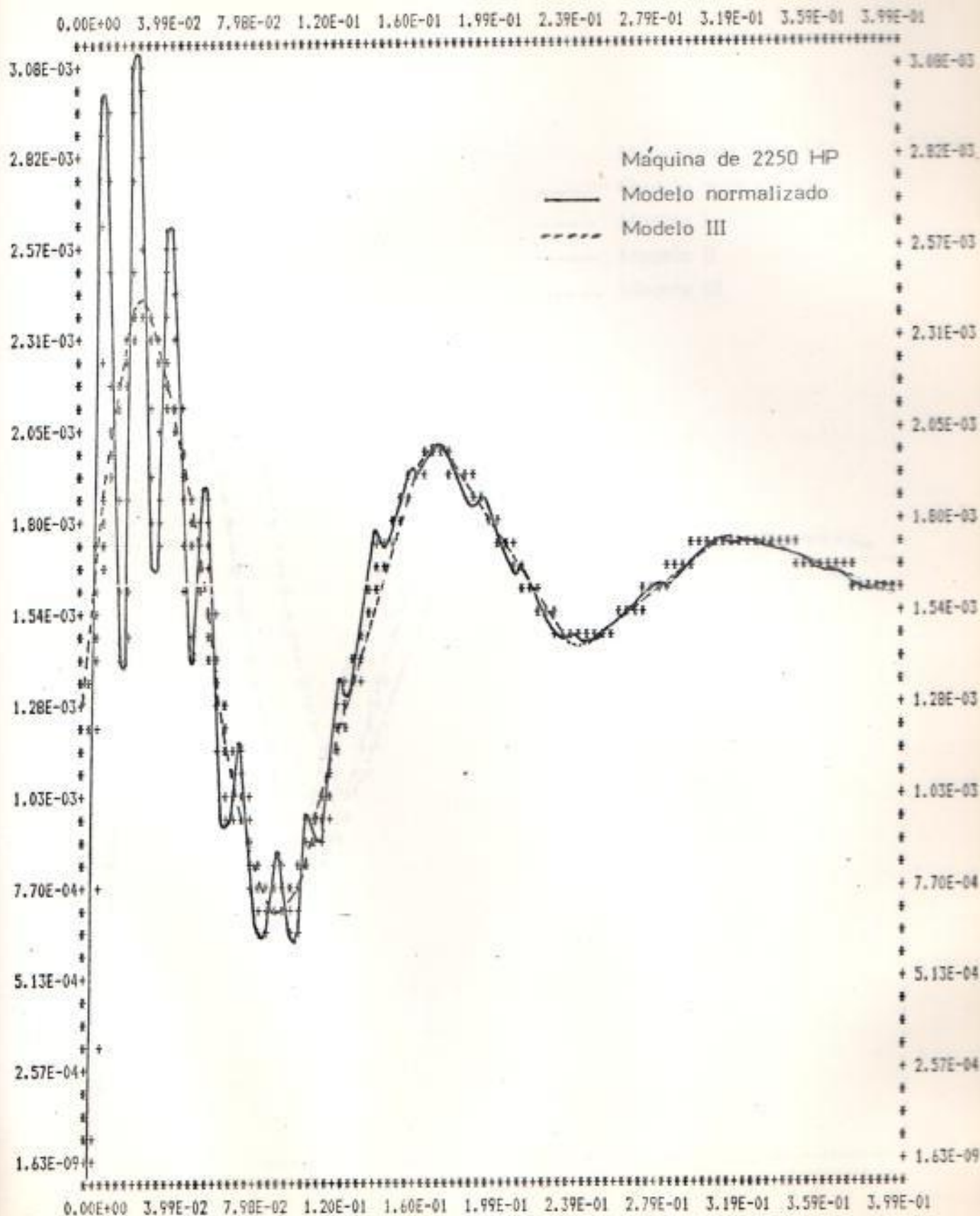


Fig. 3.30 Respuesta en el tiempo

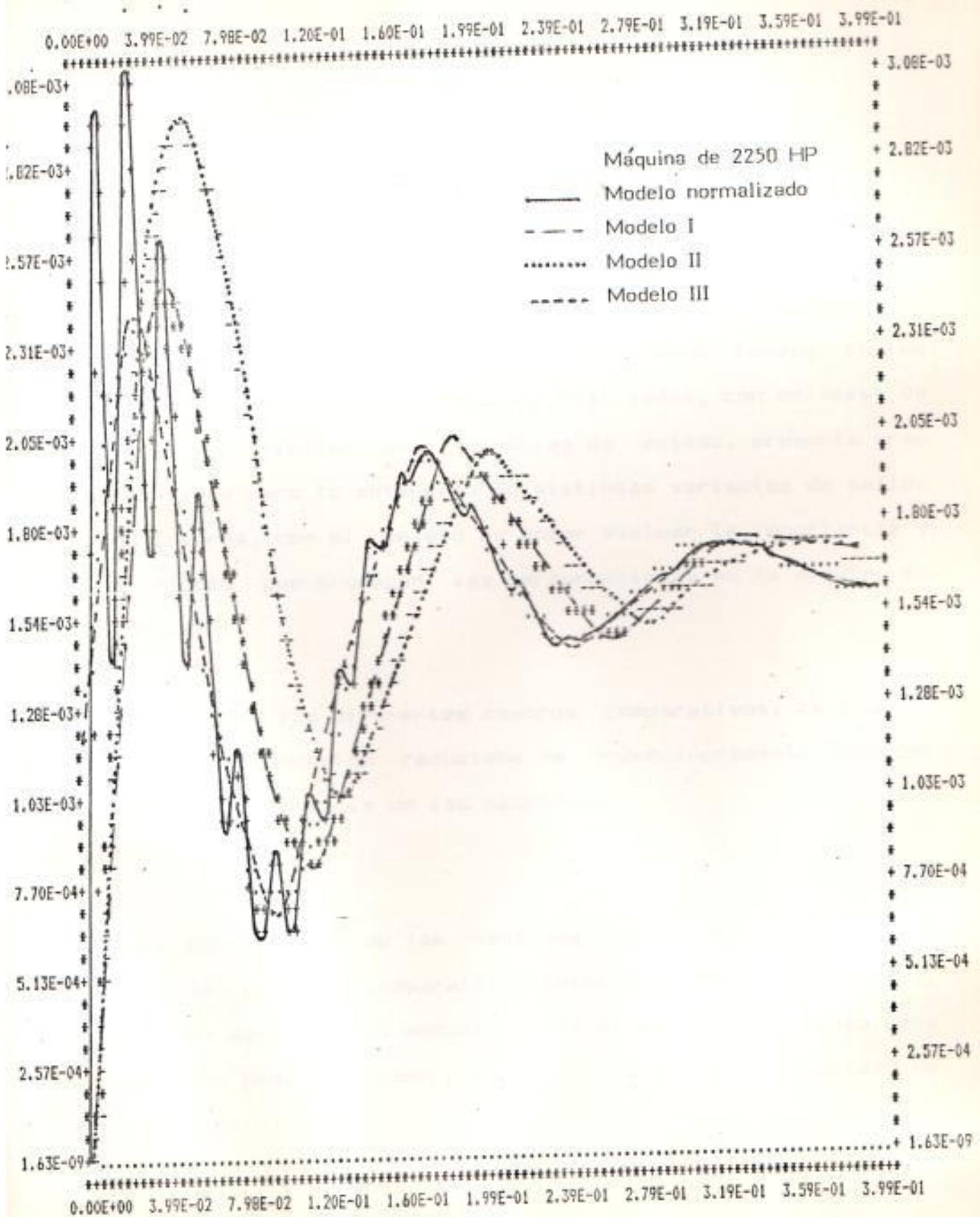


Fig. 3.31 Respuesta en el tiempo

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### CONCLUSIONES

La simulación de la máquina de inducción mediante la obtención de su función de transferencia basada en los distintos modelos matemáticos linealizados, con enlaces de flujo y corrientes como variables de estado, presenta gran facilidad para la obtención de distintas variables de salida de interés, con el objeto de poder evaluar la importancia y el efecto que producen las perturbaciones en la máquina de inducción.

A través de los diferentes cuadros comparativos, la exactitud de los modelos reducidos de orden incrementa conforme aumenta la potencia de las máquinas.

Como consecuencia de las ventajas antes mencionadas y en base al análisis comparativo entre los diferentes modelos, podemos decir que el modelo III es el más exacto, tanto para máquinas pequeñas como para máquinas de gran capacidad de potencia.

## RECOMENDACIONES

Sería recomendable realizar un estudio para poder simular los diferentes modelos en un computador analógico, ya que éste presenta una gran facilidad para introducir las no linealidades existentes en el sistema de ecuaciones que representan a la máquina.

Además se podría analizar los elementos que conforman la máquina de inducción, debido a la facilidad de investigar con una gama de parámetros y condiciones de operación.

Los diferentes modelos podrían ser utilizados en estudios de estabilidad de sistemas de potencia.

## BIBLIOGRAFIA

D.W. Novotny and J.N. Wouterse, " INDUCTIONAS MACHINE FUNCTIONS AND DYNAMIC RESPONSE BY MEANS OF COMPLEX TIME VARIABLES" IEEE transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-95 No 4 July/August 1976.

J.J Cathey, R.K. Calvin III and A.K. Ayoub, " TRANSIENT LOAD MODEL OF AN INDUCCION MOTOR " IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-92, pp 1399-1406 July/August 1973

N. Gunaraatnam and D.W. Novotny, "THE EFFECTS OF NEGLECTING STATOR TRANSIENTS IN INDUCCION MACHINE MODELING ",IEEE Trasactions on Power Apparatus and Systems, PAS-99, No 6 pp 2050-2059 November/December 1980.

D. Wasyncuk, Member, Yi-Min Dao, Kause, Fellow, " THEORY AND COMPARACION OF REDUCED ORDER MODELS OF INDUCCION MACHINES " IEEE. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No 3 March 1985.

T.A. Lipo and A.B. Plunket, "ANOVEL APROACH TO INDUCTION MOTOR TRANSFER FUNCTIONS " IEEE transactions on Power Apparatus and Systems, september/October 1974.

Thaler, George, Wilcox, Hilton, " MAQUINAS ELECTRICAS:  
ESTADO DINAMICAO Y PERMANENTE ". Ed. Limusa-Wiley S.A.  
México 1969.