ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2017 - 2018	**PERIODO:** SEGUNDO TÉRMINO
MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES	**PROFESORES:** Wilfredo Angulo, Jennifer Avilés, E. Johni Bustamante, Antonio Chong, Liliana Pérez, Pedro Ramos, Eduardo Rivadeneira, Janet Valdiviezo.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 27 NOVIEMBRE 2017

COMPONENTE TEORICO	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TOTAL EXAMEN	
LECCIONES Y OTROS	
TOTAL (100 Puntos)	

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: ________________________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ________________________ ***PARALELO:*** _____

Tema 1 (16 Puntos)

Califique cada una de las siguientes proposiciones como VERDADERA o FALSA, justificando correctamente sus respuestas.

Literal a (4 Puntos)

Si $S_n = \frac{2n-1}{n+5}$ es la n-ésima suma parcial de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, entonces el valor de suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\left[b_n + \frac{1}{n(n+1)}\right]$ es igual a 3.

Literal b (4 Puntos)

La serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+3}}$ es absolutamente convergente.

Literal c (4 Puntos)

La ecuación diferencial ordinaria $y' + \frac{a}{x} y = \frac{b}{xy}$ donde $a, b \in \mathbb{R}^{-}$ puede ser transformada en una ecuación lineal que tiene como factor integrante a la función $u(x) = x^{-a}$.

Literal d (4 Puntos)

La ecuación diferencial ordinaria $2ydt + 2tdy = -tydt$ no es exacta pero existe un factor integrante que depende sólo de la variable t que la convierte en exacta.

Tema 2 (10 Puntos)

a) Deduzca la serie de potencias de $f(x) = \arctan(x)$ y luego obtenga la serie de potencias de $g(x) = xf(x)$.

b) Halle el intervalo de convergencia de la serie de potencias de $g(x)$.

c) Integrando la función $g(x)$ y su serie de potencias determine, de ser posible, el valor de suma de la serie numérica $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)(2n+3)}$.

Tema 3 (8 Puntos)

Determine la solución del problema de valor inicial:

$$v \ln\left(\frac{u}{v}\right) du = (u\, ln(u) - u\, ln(v) - v)dv; v(1) = 1$$

Tema 4 (8 Puntos)

Considere que la tasa a la que cambia la temperatura de un cuerpo es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la temperatura del ambiente, donde esta última se considera constante. Si una barra metálica, con temperatura inicial de 20℃, cae en un recipiente de agua hirviendo, y se conoce que la temperatura de la barra aumenta 2℃ en un segundo, obtenga una expresión para la temperatura de la barra para cualquier instante t, y además determine cuánto tiempo debe transcurrir desde que la barra cae en el recipiente a fin de que alcance una temperatura de 97 ℃.

Tema 5 (8 Puntos)

Encuentre la solución $y(x)$ del siguiente problema de valor inicial, usando el cambio de variable $z = x + 2$, con lo cual el problema puede ser resuelto primero para $y(z)$.

$$(x+2)^2 y''(x) + (x+2)y'(x) - 2y(x) = 0, \qquad x \in [0, +\infty),$$
$$y(0) = 1, y'(0) = 0$$