ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2018	**PERIODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Análisis Numérico	**PROFESORES:**	P. Álvarez, J. Castro, E. Del Rosario, A. Jerves, C. Martín, J. Páez, E. Rivadeneira
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	Lunes 26 de junio de 2018

COMPROMISO DE HONOR

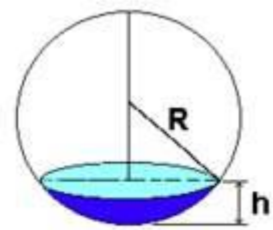
Yo, ……… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:……………………………………PARALELO:…………***

Tema 1. (25 puntos) Suponga que se está diseñando un tanque esférico para almacenamiento de agua para las canchas de la ESPOL.
El volumen del líquido se calcula con:



$$V = \pi h^2 \frac{(3R - h)}{3}$$

donde **V**:volumen, **h**:profundidad en el tanque, **R**:radio.

Si **R**=3m, ¿a qué profundidad debe llenarse el tanque tal que contenga 30 m^3?

a) Seleccione un **valor inicial** adecuado y
b) Realice las iteraciones con el método **de Newton-Raphson y una tolerancia de 10^{-6}.**
c) Con los errores en las iteraciones verifique el **orden de convergencia**

Rúbrica*: Literal a (Verifica el cambio de signo y abs(g'(p0))<1 hasta 5 puntos), literal b (Aplica el método de Newton hasta que el error sea menor a la tolerancia hasta 15 puntos), literal c (Calcula la constante de proporcionalida y el grado p del modelo $e_{n+1}=c*(e_n)^p$ hasta 5 puntos)*

Tema 2. (25 puntos) Sea g:[a,b] → R una función continua tal que g(x) ∈ [a,b] para toda x ∈ [a,b] . Suponga además que g es una función contractiva en [a,b] esto es

$$\forall\, x, y \ \in [a, b]: |g(x) - g(y)| < \ |x - y|$$

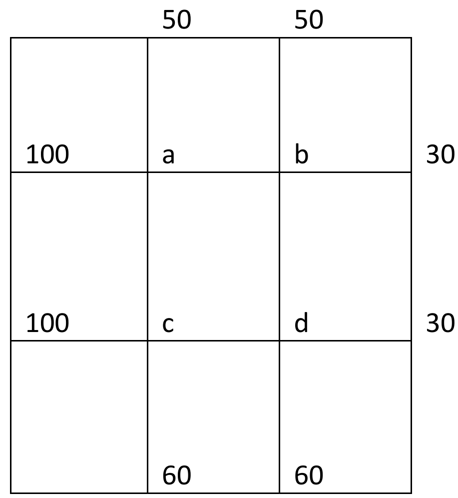
Demuestre o refute las siguientes afirmaciones:

a) g tiene al menos un punto fijo en [a,b]
b) g tiene un punto fijo único en [a,b]

***Rúbrica**: Literal a (Construye la función f(x)=x-g(x)=0 , verifica el cambio de signo de f(x) en los extremos del intervalo y concluye que p =g(p) hasta15 puntos), literal b (Supone dos puntos fijos, calcula I p-q I, utiliza la propiedad contractiva y concluye que se produce una contradicción hasta 10 puntos)*

Tema 3. (25 puntos). La temperatura en los nodos de la malla de una placa se puede calcular con el promedio de las temperaturas de los 4 nodos vecinos de la izquierda, derecha, arriba y abajo.

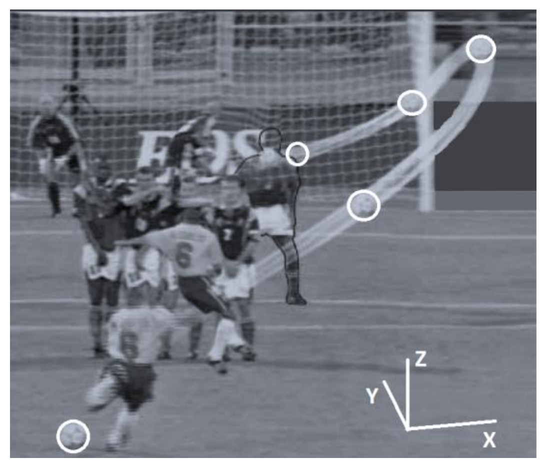
Una placa cuadrada de 3 m de lado tiene la temperatura en los nodos de los bordes como se indica en la figura,



a) Plantee el sistema de ecuaciones y resuelva con eliminación de **Gauss**, encontrar a, b, c, d.
b) Encuentre la matriz T de **Jacobi** y comente sobre la convergencia
c) Con x(0)=(a=60,b=40,c=70,d=50)’, realice 3 iteraciones, estime el **error**, comente.
d) Con la tercera iteración calcule el residuo y encuentre una cota del error absoluto y error relativo

***Rúbrica**: Literal a (Plantea el sistema hasta 5 puntos), literal b (Encuentra la matriz de transición de Jacobi y comenta sobre la convergencia hasta 5 puntos), literal c (Realiza las iteraciones, calcula el error en cada paso y comenta sobre el error alcanzado hasta 10 puntos),*
literal d (Calcula el residuo y calcula los errores absoluto y relativo hasta 5 puntos).

Tema 4. (25 puntos) “*El gol que desafió a la física*”. El 3 de junio de 1997, durante el partido de Brasil vs Francia, el brasileño Roberto Carlos ubicó la pelota a 35 metros del arco del Francés Fabien Barthez para rematar un tiro libre. Retrocedió 18 pasos, y luego sacó un zurdazo brutal, mágico, irreal, de ficción, para vencer en un segundo y fracción el arco del portero que al año siguiente se coronaría campeón del mundo.



Se obtuvieron los siguientes datos de videos y fotografías del suceso.

t	0,00	0,15	0,30	0,45	0,60	0,75	0,90	1,05	1,20
X(t)	0,00	0,50	1,00	1,50	1,80	2,00	1,90	1,10	0,30
Y(t)	0,00	4,44	8,88	13,31	17,75	22,19	26,63	31,06	35,50
Z(t)	0,00	0,81	1,40	1,77	1,91	1,84	1,55	1,03	0,30

Para el estudio de la trayectoria del balón se requieren las funciones que la describen en los ejes cartesianos.

a) Use interpolación para t=0, 0.3, 0.6, 0.9 para aproximar la trayectoria z(t) y encuentre t donde la altura es máxima.
b) Determine la altura ‘z’ del balón cuando cruzó la barrera. La barrera se ubica a y=9 m de la posición inicial del balón.
c) Determine la desviación máxima (dx/dt=0) que hace que el gol sea considerado como “*un desafío a la física*”.

***Rúbrica**: Literal a (Plantea el polinomio de grado 3, deriva y encuentra t donde la altura es máxima hasta 10 puntos), literal b (Estima la altura del balón parael tiempo donde y=9m y estima el error hasta 7 puntos), literal c (Plantea el polinomio para x(t) , calcula la derivada , calcula el tiempo donde la derivada dx/dt =0 y calcula la máxima desviación x(t) hasta 8 puntos)*

Referencias: *https://www.youtube.com/watch?v=Q92VtWPmq8Y*, *https://elcomercio.pe/deporte-total/futbol-mundial/gol-imposible-roberto-carlos-francia-cumple-20-anos-video-428368* , *https://www.eluniverso.com/2010/09/03/1/1372/cientificos-explican-gol-tiro-libre-roberto-carlos.html*.