ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2018	**PERIODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Análisis Numérico	**PROFESORES:**	P. Álvarez, J. Castro, E. Del Rosario, A. Jerves, C. Martín, J. Páez, E. Rivadeneira
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	Martes 11 de septiembre de 2018, 17:00

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:……………………………………PARALELO:…………***

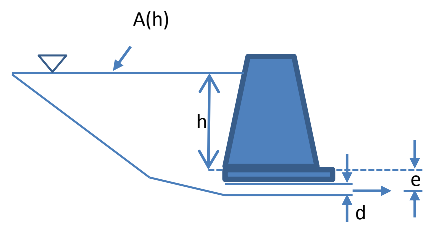
1. Encuentre las raíces de las ecuaciones simultáneas que siguen:

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 = 5$$
$$x^2 + y^2 = 16$$

   a) (10%) Use un enfoque gráfico para obtener los valores iniciales.
   b) (20%) Encuentre aproximaciones refinadas con el método de Newton-Raphson

2. Un estanque se drena a través de un tubo como se observa en la figura. Con suposiciones simplificadoras, la ecuación diferencial siguiente describe cómo cambia la profundidad con el tiempo:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\pi d^2}{4A(h)}\sqrt{2g(h+e)}$$



Donde y=h= profundidad (m), t=tiempo (s), d=diámetro del tubo (m), A(h)=área de la superficie del estanque como función de la profundidad (m^2), g=constante gravitacional (9.81 m/s^2) y **e** es la profundidad de la salida del tubo por debajo del fondo del estanque (m), Con base en la tabla siguiente de área- profundidad, resuelva esta ecuación diferencial para determinar cuánto tiempo tomaría que el tanque se vaciara dado que h(0)=6 m, d=0.25 m, e=0.3 m.

h, m	6	5	4	3	2	1	0
A(h), m^2	1.17	0.97	0.67	0.45	0.32	0.18	0.02

a) (20%) Con las profundidades 0, 2, 4, 6, encuentre un modelo de trazador cúbico natural para modelar el área A(h) y calcule el error en h=5 m.
b) (20%) Use el método de Taylor de segundo orden con dt=1 s para aproximar el tiempo en que la profundidad es 3 m.

3. (30%) La temperatura u(x,t) de una varilla larga y delgada, de sección transversal constante y de un material conductor homogéneo está regida por la ecuación unidimensional de calor. Si se genera calor en el material (por ejemplo, debido a la resistencia a la corriente), la ecuación se convierte en:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{Kr}{\rho C} = K\frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0<x<L, \quad 0<t$$

Donde L es la longitud, ρ es la densidad, C es el calor específico y K es la difusividad térmica de la varilla. La función r=r(x,t,u) representa el calor generado por unidad de volumen. Suponga que:

L=1.5 cm, K=1.04 cal/cm deg s,

ρ=10.6 g/cm3, C=0.056 cal/g deg

Y que r(x,t,u) =5.0 cal/g deg

Si los extremos de la varilla se mantienen a 0 ºC, entonces

$$U(0,t)=U(L,t)=0, \quad t>0.$$

Suponga que la distribución inicial de la temperatura está dada por :

$$u(x,0) = sen\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad 0 \le x \le L.$$

Aproxime la distribución de la temperatura con h=0.25, k=0.045 para t=3k