



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2018	PERIODO: PRIMER TÉRMINO
MATERIA: Análisis Numérico	PROFESORES: P. Álvarez, J. Castro, E. Del Rosario, A. Jerves, C. Martín, J. Páez, E. Rivadeneira
EVALUACIÓN: TERCERA	FECHA: Martes 11 de septiembre de 2018, 17:00

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma

NÚMERO DE MATRÍCULA:.....PARALELO:.....

1. Encuentre las raíces de las ecuaciones simultáneas que siguen:

$$(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 5$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

- a) (10%) Use un enfoque gráfico para obtener los valores iniciales.
- b) (20%) Encuentre aproximaciones refinadas con el método de Newton-Raphson

2. Un estanque se drena a través de un tubo como se observa en la figura. Con suposiciones simplificadoras, la ecuación diferencial siguiente describe cómo cambia la profundidad con el tiempo:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\pi d^2}{4A(h)} \sqrt{2g(h+e)}$$

Donde $y=h$ = profundidad (m), t =tiempo (s), d =diámetro del tubo (m), $A(h)$ =área de la superficie del estanque como función de la profundidad (m^2), g =constante gravitacional (9.81 m/s^2) y e es la profundidad de la salida del tubo por debajo del fondo del estanque (m), Con base en la tabla siguiente de área- profundidad, resuelva esta ecuación diferencial para determinar cuánto tiempo tomaría que el tanque se vaciara dado que $h(0)=6 \text{ m}$, $d=0.25 \text{ m}$, $e=0.3$

m.

h, m	6	5	4	3	2	1	0
A(h), m^2	1.17	0.97	0.67	0.45	0.32	0.18	0.02

- a) (20%) Con las profundidades 0, 2, 4, 6, encuentre un modelo de trazador cúbico natural para modelar el área $A(h)$ y calcule el error en $h=5 \text{ m}$.
- b) (20%) Use el método de Taylor de segundo orden con $dt=1 \text{ s}$ para aproximar el tiempo en que la profundidad es 3 m.
3. (30%) La temperatura $u(x,t)$ de una varilla larga y delgada, de sección transversal constante y de un material conductor homogéneo está regida por la ecuación unidimensional de calor. Si se genera calor en el material (por ejemplo, debido a la resistencia a la corriente), la ecuación se convierte en:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{Kr}{\rho c} = K \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < L, \quad 0 < t$$

Donde L es la longitud, ρ es la densidad, C es el calor específico y K es la difusividad térmica de la varilla. La función $r=r(x,t,u)$ representa el calor generado por unidad de volumen. Suponga que:

$$L=1.5 \text{ cm}, \quad K=1.04 \text{ cal/cm deg s},$$

$$\rho=10.6 \text{ g/cm}^3, \quad C=0.056 \text{ cal/g deg}$$

$$\text{Y que } r(x,t,u) = 5.0 \text{ cal/g deg}$$

Si los extremos de la varilla se mantienen a $0 \text{ }^\circ\text{C}$, entonces

$$U(0,t)=U(L,t)=0, \quad t>0.$$

Suponga que la distribución inicial de la temperatura está dada por :

$$u(x, 0) = \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad 0 \leq x \leq L.$$

Aproxime la distribución de la temperatura con $h=0.25$, $k=0.045$ para $t=3k$