FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2020	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	07/septiembre/2020

Tema 1

1. (5 PUNTOS) Dada la función f tal que:

$$f(x) = e^{\sqrt{-x}}$$

Determine la expresión simplificada correspondiente a $f''(x)$.

2. (5 PUNTOS) Dada la función f tal que:

$$f(x) = \sqrt[3]{ln\left(\frac{1}{x}\right)}$$

Determine la expresión simplificada correspondiente a $f''(x)$.

3. (5 PUNTOS) Dada la función f tal que:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{sen(2x)}}$$

Determine la expresión simplificada correspondiente a $f''(x)$.

4. (5 PUNTOS) Dada la función f tal que:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{ln(3x)}}$$

Determine la expresión simplificada correspondiente a $f''(x)$.

5. (5 PUNTOS) Dada la función f tal que:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{cos(4x)}}$$

Determine la expresión simplificada correspondiente a $f''(x)$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2020	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	07/septiembre/2020

Tema 2

6. (5 PUNTOS) Dada la curva C en forma paramétrica:

$$C: \begin{cases} x(t) = 2t^3 - 4t + 7 \\ y(t) = t + ln(t+1) \end{cases} \quad ; \quad t > -1$$

Determine:

(a) La pendiente de la recta tangente a la curva en $t = 1$.
(b) La ecuación, en coordenadas cartesianas y en su forma *punto-pendiente*, de la recta tangente a la curva en $t = 1$.

7. (5 PUNTOS) Dada la curva C en forma paramétrica:

$$C: \begin{cases} x(t) = 3e^{-t} \\ y(t) = \frac{1}{2}e^{t} \end{cases} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$$

Determine:

(a) La pendiente de la recta tangente a la curva en $t = -1$.
(b) La ecuación, en coordenadas cartesianas y en su forma *punto-pendiente*, de la recta tangente a la curva en $t = -1$.

8. (5 PUNTOS) Dada la curva C en forma paramétrica:

$$C: \begin{cases} x(t) = 2\,sec(t) \\ y(t) = 2\,tan(t) \end{cases} \quad ; \quad t \in \mathbb{R} - \left\{(2n+1)\frac{\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z}\right\}$$

Determine:

(a) La pendiente de la recta tangente a la curva en $t = -\pi/6$.
(b) La ecuación, en coordenadas cartesianas y en su forma *punto-pendiente*, de la recta tangente a la curva en $t = -\pi/6$.

9. (5 PUNTOS) Dada la curva C en forma paramétrica:

$$C: \begin{cases} x(t) = 1 - cos(t) \\ y(t) = 1 + sen(t) \end{cases} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$$

Determine:

(a) La pendiente de la recta tangente a la curva en $t = -\pi/4$.

(b) La ecuación, en coordenadas cartesianas y en su forma *punto-pendiente*, de la recta tangente a la curva en $t = -\pi/4$.

10. (5 PUNTOS) Dada la curva C en forma paramétrica:

$$C: \begin{cases} x(t) = t + \dfrac{1}{t} \\ y(t) = ln(t^2) \end{cases} \quad ; \quad t > 0$$

Determine:

(a) La pendiente de la recta tangente a la curva en $t = 2$.

(b) La ecuación, en coordenadas cartesianas y en su forma *punto-pendiente*, de la recta tangente a la curva en $t = 2$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2020	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	07/septiembre/2020

Tema 3

11. (8 PUNTOS) Un rectángulo, que tiene sus lados paralelos al plano cartesiano y uno de ellos está asentado sobre el eje X, se encuentra inscrito en la región limitada por la función $y = a - x^2$ y el eje X, con $a > 0$. Calcule las dimensiones del rectángulo en términos de a, de tal forma que la superficie rectangular tenga la mayor área posible y especifique cuánto es dicho valor.

12. (8 PUNTOS) Se desea construir un puente cuyos dos extremos están ubicados en los puntos $A(-2, 4)$ y $B(x, y)$. Si el punto B se encuentra ubicado en un barranco, y si dicho barranco presenta el comportamiento de la función lineal $y = x + 4$, obtenga las coordenadas del punto B tal que el puente $\overline{AB}$ tenga la menor distancia posible y especifique cuánto es dicho valor.

13. (8 PUNTOS) Se quiere construir una pequeña cisterna en forma de prisma recto rectangular con base cuadrada, sin tapa, para almacenar $1\ [m^3]$ de agua. El costo para la construcción de su base es de $3\ [\$/m^2]$ y para la superficie lateral es de $4\ [\$/m^2]$. Calcule las dimensiones de la cisterna cuyo costo total sea el más económico y especifique cuánto es dicho valor.

14. (8 PUNTOS) Se quiere construir una cisterna en forma de cilindro recto, sin tapa, para almacenar $192\pi\ [pies^3]$ de agua. El costo para la construcción de su base es de $9\ [\$/pies^2]$ y para la superficie lateral es de $3\ [\$/pies^2]$. Calcule las dimensiones de la cisterna cuyo costo total sea el más económico y especifique cuánto es dicho valor (considere la siguiente aproximación $\pi \approx 3.1$).

15. (8 PUNTOS) Un granjero tiene 100 cerdos que pesan $300\ [lb]$ cada uno. Cuesta $0.50\ [\$/día]$ mantener un cerdo. Los cerdos aumentan de peso a $10\ [lb/día]$. Se venden hoy a $0.75\ [\$/lb]$, pero el precio de venta $[lb]$ está cayendo $0.01\ [\$/día]$. Determine la cantidad de días que debe esperar el granjero para vender todos sus cerdos, maximizando sus ganancias y especifique cuánto es dicho valor.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2020	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	07/septiembre/2020

Tema 4

16. (5 PUNTOS) Determine, si existen, los puntos de inflexión, y, los intervalos de concavidad de:

$$f(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x^2-1}}$$

17. (5 PUNTOS) Determine, si existen, los puntos de inflexión, y, los intervalos de concavidad de:

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$$

18. (5 PUNTOS) Determine, si existen, los puntos de inflexión, y, los intervalos de concavidad de:

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

19. (5 PUNTOS) Determine, si existen, los puntos de inflexión, y, los intervalos de concavidad de:

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$$

20. (5 PUNTOS) Determine, si existen, los puntos de inflexión, y, los intervalos de concavidad de:

$$f(x) = (x^2-1)^3$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2020	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	07/septiembre/2020

Tema 5

21. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int x^3\, sen\big(ln(x^2)\big)\, dx$$

22. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int e^{-x}\, sen(1-x)\, cos(1-x)\, dx$$

23. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \left(\sqrt{x}\right)^3 arc\ sen\left(\sqrt{x}\right) dx$$

24. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int x\, e^{x^2}\, sen(x^2+1)\, dx$$

25. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int e^{2x}\, cos^2(3x)\, dx$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2020	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	07/septiembre/2020

Tema 6

26. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int sen^3(2x)\sqrt{cos(2x)}\,dx$$

27. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int 8\,sen^4(3x)\,cos^2(3x)\,dx$$

28. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \sqrt{5-4x-x^2}\,dx$$

29. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+4x+6}}\,dx$$

30. (6 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int -2\,tan^{-5}(2x)\sqrt{csc(2x)}\,dx$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2020	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	07/septiembre/2020

Tema 7

31. (8 PUNTOS)

Sean f y g funciones derivables en $\mathbb{R}$ tales que:

$$g(x) = \int_{1}^{x^2} x^3 f(t)\, dt \qquad ; \qquad f(1) = \frac{1}{7} \qquad ; \qquad f'(1) = -1$$

Calcule:

$$g''(1)$$

32. (8 PUNTOS)

Sean f y g funciones derivables en $\mathbb{R}$ tales que:

$$g(x) = \int_{1}^{ln(x)} x\, f(t)\, dt \qquad ; \qquad f(1) = \frac{1}{6} \qquad ; \qquad f'(1) = \frac{3}{2}$$

Calcule:

$$g''(e)$$

33. (8 PUNTOS)

Sean f y g funciones derivables en $\mathbb{R}$ tales que:

$$g(x) = \int_{1}^{x^3} x^2\, f(t)\, dt \qquad ; \qquad f(1) = -\frac{1}{3} \qquad ; \qquad f'(1) = \frac{1}{9}$$

Calcule:

$$g''(1)$$

34. (8 PUNTOS)

Sean f y g funciones derivables en $\mathbb{R}$ tales que:

$$g(x) = \int_{1}^{\sqrt{x}} \sqrt{x}\, f(t)\, dt \qquad ; \qquad f(1) = 8 \qquad ; \qquad f'(1) = -20$$

Calcule:

$$g''(1)$$

35. (8 PUNTOS)

Sean f y g funciones derivables en $\mathbb{R}$ tales que:

$$g(x) = \int_{2}^{\sqrt{x}} x^2\, f(t)\, dt \qquad ; \qquad f(2) = 2 \qquad ; \qquad f'(2) = -11$$

Calcule:

$$g''(4)$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2020	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	07/septiembre/2020

Tema 8

36. (7 PUNTOS) La superficie de la pieza de una máquina se puede aproximar por la región comprendida entre las funciones:

$$y_1 = 2|x|$$
$$y_2 = x^2 + 1$$

Calcule el área A de la superficie de la pieza sabiendo que la región se encuentra acotada por los valores de x tales que y_2 es tangente a y_1.

37. (7 PUNTOS) Los vehículos A y B viajan a estas velocidades:

$$v_A = 2\sqrt{t-1}$$
$$v_B = \frac{ln(t)}{t}$$

donde v_A y v_B se miden en $[km/h]$ y t representa el tiempo en $[h]$. Si se sabe que el área bajo la curva de la velocidad vs. el tiempo representa el espacio recorrido por un vehículo, calcule la diferencia de las distancias ΔS que se han desplazado los vehículos A y B entre $t = 1\ [h]$ y $t = 2\ [h]$.

38. (7 PUNTOS) El nivel de desigualdad entre países es el COEFICIENTE DE GINI G, el cual se calcula así:

$$G = \frac{A}{A+B}$$

donde el valor A es el área de la región comprendida entre la función $y = x$ (que representa la igualdad perfecta de la distribución del ingreso de un país) y la curva de Lorenz L, y, el valor B corresponde al área de la región bajo la curva L, limitada por $x = 0$, $x = 1$ y el eje X. Por lo que, $A + B$ representa el área de la superficie del triángulo rectángulo formado por la función identidad, el eje X y la recta $x = 1$.

Calcule el COEFICIENTE DE GINI G de un país cuya curva de Lorenz es:

$$L(x) = \frac{e^x - 1}{e - 1}$$

39. (7 PUNTOS) El nivel de desigualdad entre países es el COEFICIENTE DE GINI G, el cual se calcula así:

$$G = \frac{A}{A+B}$$

donde el valor A es el área de la región comprendida entre la función $y = x$ (que representa la igualdad perfecta de la distribución del ingreso de un país) y la curva de Lorenz L, y, el valor B corresponde al área de la región bajo la curva L, limitada por $x = 0$, $x = 1$ y el eje X. Por lo que, $A + B$ representa el área de la superficie del triángulo rectángulo formado por la función identidad, el eje X y la recta $x = 1$.

Calcule el COEFICIENTE DE GINI G de un país cuya curva de Lorenz es:

$$L(x) = \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{4}x$$

40. (7 PUNTOS) Suponga que una empresa tiene la siguiente función de demanda, donde w es el sueldo por hora en [$] y x es la cantidad de trabajadores:

$$w(x) = 10 - \frac{1}{2}x$$

El gobierno ha impuesto el nivel de sueldo por hora en un valor $w = \$\,8$, por lo cual la función de oferta se encuentra fija en este nivel.

Por medio de integrales definidas, calcule el excedente de la empresa EE en[$] , cuyo valor es el área de la región que se encuentra bajo la función de demanda de trabajadores y sobre el nivel de sueldo fijo impuesto por el gobierno.