ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2020 - 2021	**PERIODO ACADÉMICO ORDINARIO 2**
MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES **COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar	**PROFESORES:** **Paralelos 01 y 02:** Antonio Chong Escobar **Paralelos 03, 05 y 08:** Hernando Sánchez Caicedo **Paralelo 04:** Mario Celleri Mujica **Paralelos 07:** Joseph Páez Chávez
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 05 DE FEBRERO DE 2021

COMPONENTE TEÓRICO	
TOTAL (de 100 Puntos)	

COMPROMISO DE HONOR

Como estudiante de la asignatura, reconozco que en la presente evaluación:

1) debo **ubicar la cámara de mi dispositivo**, como laptop o tablet, de forma que los profesores encargados de la evaluación tengan una visión panorámica de mi persona, las hojas en las que voy a desarrollar los temas y los apuntes que utilizaré durante la evaluación. Además, tendré **suficiente iluminación** para que mi rostro sea visible. **En el caso de que no ubique mi cámara correctamente o mi rostro no sea visible**, tendré una penalización del 100% de la calificación de la evaluación.
2) **estoy autorizado a comunicarme sólo con** los profesores responsables de la recepción de la evaluación.
3) el uso de **teléfono celular sólo es permitido para** tomar fotos de mis resoluciones escritas a mano que subiré a la plataforma establecida por el profesor de la asignatura en los formatos requeridos.
4) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con alguna otra persona de forma presencial o a través de un instrumento de comunicación, como un teléfono celular.
5) **no debo usar** gafas, relojes, gorras, ni audífonos.
6) **estoy autorizado a consultar sólo en** libros, notas o apuntes que posea en versión física.
7) **no debo usar calculadora**, ni cualquier otro instrumento para hacer cálculos como laptops o tablets.
8) **los temas los debo desarrollar de manera** ordenada y clara, siguiendo todos los lineamientos establecidos por el profesor.
9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores tendrá como consecuencia el envío de un informe a la comisión de disciplina, para las sanciones correspondientes.

Para que el examen del estudiante sea calificado:

Antes de iniciar el examen, el estudiante debe escribir a mano la siguiente **ACEPTACIÓN DEL COMPROMISO DE HONOR**, completarla, tomarle una foto en disposición vertical, convertirla en un documento con formato PDF, y enviarla a través de la plataforma indicada por el profesor como un archivo con el nombre:

Paralelo ## Primer Apellido Primer Nombre Ex3 CH

ACEPTACIÓN DEL COMPROMISO DE HONOR
del examen de la 2da evaluación de Ecuaciones Diferenciales (2020-2)

Fecha: viernes 05 de febrero de 2021

Yo, ____,

firmo a continuación, como constancia de haber leído y aceptado todos los 9 ítems del compromiso de honor.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ___________________

PARALELO: _____

Ubicar aquí una identificación que tenga su foto, como cédula, carné ESPOL o licencia de conducir, para proceder a tomar la foto de la aceptación del compromiso de

VERSIÓN 1 DEL EXAMEN
(EVALUADA A LOS PARALELOS 01 Y 02 DEL PROFESOR ANTONIO CHONG ESCOBAR)

(Cada literal de cada parte del examen es un tema de desarrollo)

Parte A
Literal (a) (20 puntos)
Con base en la serie de potencias geométrica $\sum_{n=0}^{\infty} ax^n = \frac{a}{1-x}$; $|x| < 1$, determine la representación en serie de potencias centrada en $c = 2$ para $h(x) = \frac{2}{5 + (x/3)}$ con su respectivo intervalo de convergencia.

Literal (b) (20 puntos)
La rapidez a la que se desintegra cierto isótopo radiactivo es proporcional al cubo de la cantidad presente del mismo. Inicialmente se tiene 20 miligramos del isótopo, los cuales reducen a 10 miligramos en media semana. Entonces determine una expresión para la cantidad de material en cualquier instante de tiempo t. Además, determine si la cantidad de material al cabo de una semana desde el tiempo inicial $t = 0$, supera los $3\sqrt{7}$ miligramos.

Parte B
Literal (a) (20 puntos)
Halle la solución general de la ecuación diferencial ordinaria $y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = 0$, usando series de potencias alrededor de $x_0 = 0$.

Literal (b) (20 Puntos)
Sea μ la función escalón unitario. Utilizando la transformada de Laplace, determine la solución del problema:
$$x''(t) - 2x'(t) + x(t) = 2\int_0^t x(w)dw + \mu_1(t) \quad ; \quad x(0) = 1 \quad ; \quad x'(0) = 0 \quad ; \quad t > 0.$$

Parte C (20 puntos)
Utilizando el método de los valores y vectores propios, determine la solución del sistema
$$\begin{cases} y'(t) - y(t) + 5w(t) = 0 \\ w'(t) + w(t) - 2y(t) = 0 \end{cases}.$$

VERSIÓN 2 DEL EXAMEN

(EVALUADA A LOS PARALELOS 03, 05 Y 08 DEL PROFESOR HERNANDO SÁNCHEZ CAICEDO)

Cada estudiante es evaluado con una pregunta de cada uno de los siguientes 13 bancos, las cuales son seleccionadas aleatoriamente por el SidWeb. Por lo tanto, a cada estudiante se le evalúa 13 preguntas.

Banco 1

1.1.- (7) Para la siguiente sucesión determine su convergencia, y si converge calcule su límite: $a_n = (-1)^n \frac{n+100}{n}$

a.- Diverge b.- Converge a Cero c.- Converge a -1 d.- Converge a 100

1.2.- (7) Para la siguiente sucesión determine su convergencia, y si converge calcule su límite: $a_n = \frac{\cos(n\pi)}{1+n}$

a.- Converge a Cero b.- Diverge. c.- Converge a -1 d.- Converge a 100

1.3.- (7) Para la siguiente sucesión determine su convergencia, y si converge calcule su límite: $a_n = e^{-n} sen(n)$

a.- Converge a Cero b.- Diverge. c.- Converge a -1 d.- Converge a 100

Banco 2

2.1.- (7) Para la siguiente serie determine su convergencia, y si converge calcule su suma: $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{e}{\pi}\right)^{k+2}$

a.- $Converge, S = \frac{(e/\pi)^3}{1-e/\pi}$ b.- Diverge c.- $Converge, S = \frac{(e)^3}{1+\pi}$ d.- $Converge, S = \frac{(e)^2}{1-e/\pi}$

2.2.- (7) Para la siguiente serie determine su convergencia, y si converge calcule su suma (S): $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{2}{(k-1)^2} - \frac{2}{k^2}\right)$

a.- $Converge, S = 2$ b.- Diverge c.- $Converge, S = \frac{(2)^3}{1+\pi}$ d.- $Converge, S = \frac{(2)^2}{1-e/\pi}$

2.3.- (7) Para la siguiente serie determine su convergencia, y si converge calcule su suma: $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{e}\right)^{k+2}$

a.- Diverge b.- $Converge, S = \frac{(e/\pi)^3}{1-e/\pi}$ c.- $Converge, S = \frac{(e)^3}{1+\pi}$ d.- $Converge, S = \frac{(e)^2}{1-e/\pi}$

Banco 3

3.1.- (6) Para la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n}$ determine su convergencia, y si converge determine el intervalo de convergencia:

a.- $1 < x < 3$ b.- Diverge c.- $-2 < x < 2$ d.- $-\infty < x < \infty$

3.2.- (6) Para la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n}$ determine su convergencia, y si converge determine el intervalo de convergencia:

a.- $1 < x < 3$ b.- Diverge c.- $-2 < x < 2$ d.- $-\infty < x < \infty$

3.3.- (6) Para la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-1)^n}{n^2}$ determine su convergencia, y si converge determine el respectivo intervalo:

a.- $0 \le x \le 2$ b.- Diverge c.- $-2 < x < 2$ d.- $-\infty < x < \infty$

Banco 4

4.1.- (6) De las siguientes ecuaciones identifique la que puede considerarse es exacta.

a.- $(e^x seny - 2ysenx)dx + (e^x cosy + 2cosx)dy = 0$ b.- $(e^x seny - 2ysenx)dx + (e^x cosy)dy = 0$

c.- $(e^x seny)dx + (e^x cosy + 2cosx)dy = 0$ d.- $(e^x seny - 2ysenx)dx + (e^x cosy - x)dy = 0$

4.2.- (6) De las siguientes ecuaciones identifique la que puede considerarse exacta.

a.- $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax+by}{bx-cy}$ b.- $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax-by}{bx-cy}$ c.- $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+by}{bx-cy}$ d.- $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+by}{bx-cy}$

4.3.- (6) De las siguientes ecuaciones identifique la que puede considerarse es exacta.

a.- $\left(\frac{y}{x} + 6x\right)dx + (6 + \ln(x))dy = 0$ b.- $\left(\frac{y}{x} + 6x\right)dx + (1 + 6\ln(x))dy = 0$

c.- $\left(\frac{y}{x} + 6xy\right)dx + (6 + \ln(x))dy = 0$ d.- $\left(\frac{y}{x} + 6x\right)dx + (6\text{x} + \ln(x))dy = 0$

Banco 5

5.1.- (5) Dada las siguientes funciones f(x) y g(x) identifique el par de funciones que son linealmente dependientes, por lo que no podrían corresponder a un conjunto fundamental de soluciones de una ecuación diferencial lineal.

a.- $f(x) = 3x - 5 \quad g(x) = 9x - 15$ b.- $f(x) = x \quad g(x) = x^2$

c.- $f(x) = e^x \quad g(x) = e^{-x}$ d.- $f(x) = senh(x) \quad g(x) = \cosh(x)$

5.2.- (5) Dada las siguientes funciones f(x) y g(x) identifique el par de funciones que son linealmente dependientes, por lo que no podrían corresponder a un conjunto fundamental de soluciones de una ecuación diferencial lineal.

a.- $f(x) = e^{3x} \quad g(x) = e^{3(x-1)}$ b.- $f(x) = x \quad g(x) = x^2$

c.- $f(x) = e^x \quad g(x) = e^{-x}$ d.- $f(x) = senh(x) \quad g(x) = \cosh(x)$

5.3.- (5) Dada las siguientes funciones f(x) y g(x) identifique el par de funciones que son linealmente dependientes, por lo que no podrían corresponder a un conjunto fundamental de soluciones de una ecuación diferencial lineal.

a.- $f(x) = sen(2x) \quad g(x) = 4sen(x)\cos(x)$ b.- $f(x) = x \quad g(x) = x^2$

c.- $f(x) = e^x \quad g(x) = e^{-x}$ d.- $f(x) = senh(x) \quad g(x) = \cosh(x)$

Banco 6

6.1.- (5) Para la ecuación diferencial encuentre el wronskiano de soluciones linealmente independientes (No se necesita resolver la ecuación): $xy''' - y'' = 0\ ;\ x > 0.$ a.- W=Cx b.- W=C/x c.- W=C(lnx) d.- W=C/lnx

6.2.- (5) Para la ecuación diferencial encuentre el wronskiano de soluciones linealmente independientes (No se necesita resolver la ecuación): $xy''' - y'' + y' - 5 = 0\ ;\ x > 0.$ a.- W=Cx b.- W=C/x c.- W=C(lnx) d.- W=C/lnx

6.3.- (5) Para la ecuación diferencial encuentre el wronskiano de soluciones linealmente independientes (No se necesita resolver la ecuación): $xy''' + y'' - y = 0\ ;\ x > 0.$ a.- W=C/x b.- W=Cx c.- W=C(lnx) d.- W=C/lnx

Banco 7

7.1.- (5) Si $L\{sen(at)\} = \frac{a}{s^2+a^2}$ cuál sería la transformada de $L\{sen^2 t\}$?

a.- $L = \frac{2}{s(s^2+4)}$ b.- $L = \frac{1}{s(s^2+1)}$ c.- $L = \frac{1}{(s^2+4)^2}$ d.- $L = \frac{2}{s(s^2-4)}$

7.2.- (5) Si $L\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}F(s)$ ¿cuál sería la transformada de $L\{tu(t-1)\}$?

a.- $L = e^{-s}\frac{s+1}{s^2}$ b.- $L = e^{-s}\frac{s}{s^2+1}$ c.- $L = e^{-s}\frac{s-1}{s^2}$ d.- $L = e^{-s}\frac{s}{s^2-1}$

7.3.- (5) Si $L\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}F(s)$ ¿cuál sería la transformada de $L\{u(t-\pi)sen(t)\}$?

a.- $L = -e^{-\pi s}\frac{1}{s^2+1}$ b.- $L = e^{-\pi s}\frac{1}{s^2+1}$ c.- $L = e^{-\pi s}\frac{1}{s^2+\pi}$ d.- $L = -e^{-\pi s}\frac{s}{s^2+1}$

Banco 8

8.1.- (5) Si $F(s) = e^{-\pi s}\frac{1}{s(s^2+1)}$ ¿cuál sería su transformada inversa?

a.- $f(t) = u(t-\pi)[1+\cos(t)]$ b.- $f(t) = u(t-\pi)[1-\cos(t)]$
c.- $f(t) = u(t-\pi)[1+\cos(t-\pi)]$ d.- $f(t) = u(t-\pi)[\cos(t-\pi)]$

8.2.- (5) Si $F(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s-1}$ ¿cuál sería su transformada inversa?

a.- $f(t) = 2\cosh(t)$ b.- $f(t) = senh(t) - \cosh(t)$ c.- $f(t) = 2senh(t)$ d.- $f(t) = \cosh(2t)$

8.3.- (5) Si $F(s) = e^{-s}(1+\frac{1}{s})$ ¿cuál sería su transformada inversa?

a.- $f(t) = \delta(t-1) + u(t-1)$ b.- $f(t) = u(t-1)[1+t]$ c.- $f(t) = u(t-1)[1-t]$ d.- $f(t) = u(t-1)\delta(t-1)$

Banco 9

9.1.- (5) Identifique la solución del sistema: $\begin{cases} Dx = y \\ Dy = x \end{cases}$

a.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{1}e^{t} + c_2\binom{1}{-1}e^{-t}$ b.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{-1}e^{t} + c_2\binom{1}{1}e^{-t}$
c.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{1}e^{2t} + c_2\binom{1}{-1}e^{-t}$ d.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{1}e^{-t} + c_2\binom{1}{-1}e^{t}$

9.2.- (5) Identifique la solución del sistema: $\begin{cases} Dx - y = 0 \\ Dy - x = 0 \end{cases}$

a.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{1}e^{t} + c_2\binom{1}{-1}e^{-t}$ b.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{-1}e^{t} + c_2\binom{1}{1}e^{-t}$
c.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{1}e^{2t} + c_2\binom{1}{-1}e^{-t}$ d.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{1}e^{-t} + c_2\binom{1}{-1}e^{t}$

9.3.- (5) Identifique la solución del sistema: $\begin{cases} Dx + y = 0 \\ Dy + x = 0 \end{cases}$

a.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{-1}e^{t} + c_2\binom{1}{1}e^{-t}$ b.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{1}e^{t} + c_2\binom{1}{-1}e^{-t}$
c.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{1}e^{2t} + c_2\binom{1}{-1}e^{-t}$ d.- $\binom{x}{y} = c_1\binom{1}{-1}e^{-t} + c_2\binom{1}{1}e^{t}$

Banco 10

10.1.- (5) Si ya se tiene la solución de la parte homogénea del sistema, ¿Cuál sería la ecuación para la solución particular? $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ $X' = AX + \binom{2}{-1}e^{t}$ $X_h = c_1\binom{1}{2}e^{3t} + c_2\binom{2}{-1}e^{-t}$ $X_p = Ve^{t}$

a.- $(A-I)V = \binom{-2}{1}$ b.- $(A-3I)V = \binom{-2}{1}$ c.- $(A+I)V = \binom{-2}{1}$ d.- $(A-I)V = \binom{2}{-1}$

10.2.- (5) Si ya se tiene la solución de la parte homogénea del sistema, ¿Cuál sería la ecuación para la solución particular? $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ $X' = AX + \binom{2}{-1}e^{t}$ $X_h = c_1\binom{1}{2}e^{-t} + c_2\binom{2}{1}e^{2t}$ $X_p = Ve^{t}$

a.- $(A-I)V = \binom{-2}{1}$ b.- $(A-3I)V = \binom{-2}{1}$ c.- $(A+I)V = \binom{-2}{1}$ d.- $(A-I)V = \binom{2}{-1}$

10.3.- (5) Si ya se tiene la solución de la parte homogénea del sistema, ¿Cuál sería la ecuación para la solución particular? $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ $X' = AX + \binom{2}{-1}e^{2t}$ $X_h = c_1\binom{1}{1}e^{-t} + c_2\binom{2}{3}e^{-2t}$ $X_p = Ve^{2t}$

a.- $(A-2I)V = \binom{-2}{1}$ b.- $(A-3I)V = \binom{-2}{1}$ c.- $(A+I)V = \binom{-2}{1}$ d.- $(A-I)V = \binom{2}{-1}$

Banco 11 (tema de desarrollo)

D1.1.- (14) Para el problema de valor inicial determine su solución y el intervalo en que esta solución es válida:
$$xy' + 2y = \cos(x) \qquad y(\pi) = \pi^{-2}$$
D1.2.- (14) Para el problema de valor inicial determine su solución y el intervalo en que esta solución es válida:
$$y' + \frac{cosx}{senx}y = 4\cos(x) \qquad y(-\pi/2) = 1$$
D1.3.- (14) Para el problema de valor inicial determine su solución y el intervalo en que esta solución es válida:
$$(2+x)y' + (1+x)y = (4-x^2)e^{-x} \qquad y(1) = 0$$

Banco 12 (tema de desarrollo)

D2.1.- (20) Resolver el problema de valor inicial y verifique la independencia lineal de las soluciones:
$$x^2y'' + xy' - 4y = 0 \quad x > 0 \quad y(1) = 0 \quad y'(1) = 1$$
D2.2.- (20) Resolver la ecuación diferencial usando variación de parámetros para la solución particular.
$$y'' + 4y' + 4y = x^{-2}e^{-2x} \qquad x > 0$$
D2.3.- (20) Encuentre por lo menos los cuatro primeros coeficientes de la solución de la ecuación diferencial en serie de potencias centrada en x=0 y estime una cota inferior para su radio de convergencia: $(x-1)y'' + 6y = 0\,;\ x_0 = 0.$

Banco 13 (tema de desarrollo)

D3.1.- (10) (Muestre todo el desarrollo) Encuentre la solución al siguiente problema de valor inicial:
$$y'' - y = g(t) \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0 \quad g(t) = \begin{cases} sen(t) & 0 \le t < \pi \\ 0 & t \ge \pi \end{cases}$$
D3.2.- (10) (Muestre todo el desarrollo) Encuentre la solución al siguiente problema de valor inicial:
$$y'' + y = \delta(t-\pi)cost \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$
D3.3.- (10) (Muestre todo el desarrollo) Encuentre la solución al siguiente problema de valor inicial:
$$\frac{d^4y}{dt^4} - y = \delta(t-1)\cos(\pi t) \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0 \quad y''(0) = 0 \quad y'''(0) = 0$$

VERSIÓN 3 DEL EXAMEN
(EVALUADA AL PARALELO 04 DEL PROFESOR C. MARIO CELLERI MUJICA)

(Todos los 5 temas del examen son de desarrollo)

TEMA 1 (20 puntos)
Determine la convergencia o divergencia de:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}+\frac{1}{\sqrt{4}-1}-\frac{1}{\sqrt{4}+1}+\cdots$$

TEMA 2 (20 puntos)
Suponga que un cuerpo se mueve a través de un medio con resistencia proporcional a su velocidad v, de tal manera que $dv/dt = -kv$. Verifique que su velocidad y su posición en el tiempo t están dadas por:

$$v(t) = v_o e^{-kt} \qquad y \qquad x(t) = x_o + \left(\frac{v_o}{k}\right)(1 - e^{-kt}).$$

TEMA 3 (25 puntos)
Utilizando la fórmula de Euler:

$$\cos 3x + i \operatorname{sen} 3x = e^{i3x} = (\cos x + i \operatorname{sen} x)^3$$

Determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$y'' + 4y = (\cos x)^3.$$

Sugerencia: desarrolle e iguale las partes real e imaginaria.

TEMA 4 (20 puntos)
Suponga que:

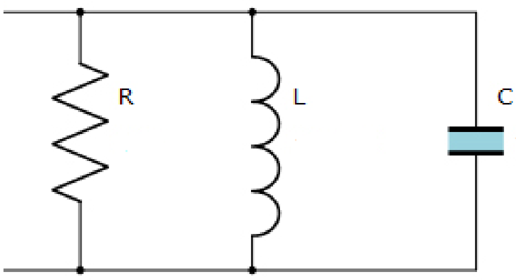
$$g(t) = \int_0^t f(z)dz$$

Y, además, si G(s) y F(s) son las transformadas de Laplace de *g(t)* y *f(t)*, respectivamente, verifique que:

$$G(s) = \frac{F(s)}{s}.$$

TEMA 5 (15 puntos)
El circuito eléctrico mostrado en la figura está descrito por el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} I \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/L \\ -1/C & -1/RC \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I \\ V \end{pmatrix}.$$



I es la corriente que pasa por el inductor y V es la caída de voltaje a través del capacitor. Verifique que los eigenvalores de la matriz de los coeficientes son reales y distintos si $L > 4R^2C$.
Luego si: R = 1 ohm; C = 0.5 F y L = 1H. Halle la solución general del sistema.

VERSIÓN 4 DEL EXAMEN

(EVALUADA AL PARALELO 07 DEL PROFESOR JOSEPH PÁEZ CHÁVEZ)

Parte teórica

1

(5 Points)

Sea $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ una serie alternante. Entonces, el criterio de convergencia para este tipo de series se aplica cuando

- [ ] $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ es decreciente y $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. ✓
- [ ] $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ es creciente y $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.
- [ ] $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ es creciente y $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.
- [ ] $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ es decreciente.
- [ ] Ninguna de las opciones.

2

(5 Points)

Se dice que una serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ una serie converge

- [ ] Absolutamente, si $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge. ✓
- [ ] Condicionalmente, si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge y $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ diverge. ✓
- [ ] Absolutamente, si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.
- [ ] Condicionalmente, si $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge y $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.
- [ ] Ninguna de las opciones.

1

(5 Points)

Sean $f : [0,\infty] \to \mathbb{R}$, $g : [0,\infty] \to \mathbb{R}$ funciones con transformadas de Laplace $\mathscr{L}\{f(t)\}$, $\mathscr{L}\{g(t)\}$, respectivamente. Entonces, siempre se cumple que

- [ ] $\mathscr{L}\{f(t) * g(t)\} = \mathscr{L}\{f(t)\}\mathscr{L}\{g(t)\}$ ✓
- [ ] $\mathscr{L}\{f(t) * g(t)\} = \mathscr{L}\{g(t) * f(t)\}$ ✓
- [ ] $\mathscr{L}\{f(t) - g(t)\} = \mathscr{L}\{g(t) - f(t)\}$
- [ ] $\mathscr{L}\left\{[f(t)]^2\right\} = [\mathscr{L}\{f(t)\}]^2$
- [ ] Ninguna de las opciones.

Parte práctica 1 (tema de desarrollo)

Un grupo de científicos de la ESPOL encontraron en Durán un gramo de muestra de un nuevo elemento radiactivo denominado Duranium 35, determinando que su tasa de desintegración es proporcional a la raíz cuadrada de la cantidad de muestra presente ($y(t)$). Si después de un año queda medio gramo de Duranium 35, determine en cuánto tiempo se desintegrará la muestra por completo.

3

Para la ecuación diferencial que describe el problema, es verdad que
(5 Points)

- [ ] La ecuación es separable. ✓
- [ ] La ecuación es no lineal. ✓
- [ ] La ecuación es de Bernoulli.
- [ ] La ecuación es Euler–homogénea.
- [ ] La ecuación es lineal.

4

La solución a la ecuación diferencial que describe el problema está dada por la expresión
(5 Points)

- [ ] $y(t) = \left[\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 2)t + 1\right]^2$ ✓
- [ ] $y(t) = \left(\sqrt{2} - 2\right) t^2 + 1$
- [ ] $y(t) = \left[\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 2)t - 1\right]^2$
- [ ] $y(t) = \left(2 - \sqrt{2}\right) t^2 + 1$
- [ ] Ninguna de las opciones.

5

La solución al problema está dada por el valor
(5 Points)

- [ ] $2 + \sqrt{2}$ años ✓
- [ ] $2 + \ln(2)$ años
- [ ] $2 - \sqrt{2}$ años
- [ ] $2 + 2\sqrt{2}$ años
- [ ] Ninguna de las opciones.

Parte práctica 2 (tema de desarrollo)

Considere el sistema

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + z(t), \\ y'(t) = -2y(t) - 2z(t), \\ z'(t) = y(t). \end{cases}$$

Usando el método de los valores y vectores propios encuentre $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ para toda $t \geq 0$, asumiendo $x(0) = 0$, $y(0) = 0$, $z(0) = 1$.

2

Para la matriz que representa al sistema se tiene los valores propios
(5 Points)

- ☐ $\lambda = 2$ ✓
- ☐ $\lambda = -1 + i$ ✓
- ☐ $\lambda = -1 - i$ ✓
- ☐ $\lambda = -1$
- ☐ $\lambda = 1 + i$

3

Para la matriz que representa al sistema se tiene los espacios propios
(5 Points)

- ☐ $E_\lambda = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 0, \quad z = 0\right\}$ ✓
- ☐ $E_\lambda = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 : (3 - i)x + z = 0, \quad (1 + i)y + 2z = 0\right\}$ ✓
- ☐ $E_\lambda = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 : (3 + i)x + z = 0, \quad (1 - i)y + 2z = 0\right\}$ ✓
- ☐ $E_\lambda = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 : (-1 - i)x + z = 0, \quad (-1 + i)y + 2z = 0\right\}$
- ☐ $E_\lambda = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y = 0, \quad x - z = 0\right\}$

4

La solución y(t) al problema original es
(5 Points)

- [ ] $y(t) = -2e^{-t}\sin(t)$ ✓
- [ ] $y(t) = \cos(t) - \sin(t) - e^{t}$
- [ ] $y(t) = \cos(t) - \sin(t) - e^{-t}$
- [ ] $y(t) = 2e^{t} - 2\cos(t) + \sin(t)$
- [ ] Ninguna de las opciones.

5

La solución z(t) al problema original es
(5 Points)

- [ ] $y(t) = e^{-t}\cos(t) + e^{-t}\sin(t)$ ✓
- [ ] $y(t) = \frac{1}{2}\left(\cos(t) - \sin(t) + e^{t}\right)$
- [ ] $y(t) = e^{t} - 2\sin(t)$
- [ ] $y(t) = e^{t} - \cos(t) + 2\sin(t) + 1$
- [ ] Ninguna de las opciones.